

CRITERIOS PARA OPTIMIZAR EL DISEÑO DE ÁRBOLES DE MÁQUINAS

Sandra Robles¹, Javier Masetro² y Alberto Romeo^{1,2}

¹ Departamento de Ingeniería – Universidad Nacional del Sur – Avenida. Alem 1253 – 8000 Bahía Blanca – República Argentina - srobles@uns.edu.ar; apromeoing@gmail.com

² Facultad Regional Rosario – Universidad Tecnológica Nacional – E. Zeballos 1341 – 2000 Rosario - República Argentina - javier.masetro@gmail.com

RESUMEN

En un sistema ensamblado de elementos de máquinas, las fallas que motivan salir del servicio al conjunto, suelen observarse en algún árbol. Para poder proponer soluciones que permitan soslayar estas fallas, se deben analizar exhaustivamente las posibles causas. La experiencia muestra que, el origen de las fallas, pueden derivar del material y tratamiento térmico utilizado en la fabricación del árbol, por efecto de la corrosión química, deficiencias del montaje, uso y/o mantenimiento, por vibraciones funcionales, o con mayor certeza, del diseño asociado a los árboles de máquinas que se fabrican escalonados o perfilados, debido a las inevitables discontinuidades geométricas que se requieren para localizar los elementos que van calados sobre los mismos, que incrementan bajo sollicitación, las tensiones concentradas en las zonas críticas de las entalladuras, donde se inicia la grieta que origina el colapso por fatiga.

El objetivo de este trabajo es mostrar, que cabe optimizar el comportamiento de árboles de máquinas para un eficaz servicio, a través de modificaciones en el diseño, contemplando diversos casos de fallas por fatiga.

De las causas mencionadas, si bien otorgamos relevancia en actuar sobre el material y el tratamiento térmico del mismo, de donde es posible lograr la mejora en el comportamiento en servicio del árbol de máquina, a criterio de los autores, la solución más racional, se obtiene al enfatizar el análisis integral de las discontinuidades geométricas y los criterios de diseño aplicados, promoviendo variantes mejoradas, para minimizar y/o evitar efectos no deseados que significan la concentración de tensiones producidas en las entalladuras, asociadas a las discontinuidades geométricas.

Palabras clave: Árboles; fallas; materiales de fabricación; criterios de diseño; concentradores de tensión.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio de las causas de fallas en los árboles de máquinas, es motivo permanente de investigaciones [1-6]. La vigencia y la importancia del tema se refleja en un extenso artículo publicado en el año 2022, que basado en una revisión bibliográfica de las publicaciones de los últimos veinte años, analiza casos de fallas de árboles, e incursiona en el intento de distinguir las posibles causas de estas fallas [1]. Los árboles son componentes críticos de las máquinas, se diseñan escalonados o perfilados, configuración necesaria por razones que de hecho constituyen una necesidad práctica para vincular, localizar y/o fijar axialmente los elementos que van calados sobre los mismos. Mayoritariamente, las fallas ocurren en zonas de entallas, agujeros, muescas diversas, cambios de diámetros transversales, en las discontinuidades geométricas de la configuración del árbol en general. Estadísticamente, en un orden del 33%, debido a ensambles, uso o mantenimiento desacertados Otra causa de importancia que se destaca, es el diseño inapropiado de la pieza (23%) o consecuencia del factor del material utilizado en su fabricación (5,5%) [1]. Las fallas por ensambles, uso o mantenimiento desacertados, forman parte de la concepción técnica y tecnológica de los operadores, por lo cual, al entender de los autores de este trabajo, se corresponden con mala praxis.

Ante la ocurrencia de un fallo, resulta relevante el análisis de los materiales, tratamientos térmicos y métodos utilizados en la fabricación de la pieza; pero aun reviste mayor importancia, los criterios de diseño de árboles que permitan proponer medidas eficaces para evitar que se reitere la falla (revamping). En condiciones normales de servicio de las máquinas, la fractura por fatiga, de este componente esencial, es un tipo común de fallo, que se relaciona a ciclos de carga y al incremento de las tensiones máximas en las entallas propias de las discontinuidades geométricas del diseño. En las configuraciones de diseño de árboles, de resultar factible, se debe procurar situar los concentradores de tensión en zonas de mínimos esfuerzos internos. Esto contribuye a una distribución equilibrada de los esfuerzos en todas las áreas del árbol. Aplicar criterios de diseño que atenúen los cambios bruscos en la geometría, evitando el quiebre de las líneas de flujo, y distribuyan apropiadamente las tensiones, reduce la probabilidad de que se produzcan fallas por fatiga.

2. FALLOS POR FATIGA ASOCIADO AL DISEÑO DE ÁRBOLES DE MÁQUINAS

En las aplicaciones de ingeniería, entre el 70 al 90% de los daños mecánicos por fallo de las piezas son consecuencia de la fatiga, lo que provoca pérdidas económicas significativas [7-8]. El fallo por fatiga, es un tipo común de fallo en árboles, se produce a tensiones por debajo del límite elástico o de rotura admisible del material y se inicia con la aparición de grietas en zonas críticas, donde se localizan concentradores de tensión. En la mayoría de las máquinas las solicitaciones en el árbol, son de flexo-torsión y, con menor frecuencia, están solicitados a torsión, en

ocasiones, con tensiones normales combinadas, que pueden producir un estado multiaxial de tensiones de mayor o menor complejidad. Al presentar un estado cíclico de cargas, acompañado con la presencia de un concentrador de tensión localizado, se generan grietas, que por el estado de carga y por el transcurso del tiempo de servicio crecen y se propagan, reduciéndose progresivamente el área de la sección resistente del árbol hasta que se produce la fractura en forma repentina

2.1. Uso combinado de entallas como mejora en el diseño de árboles

Bonnett [2] señala en una de sus publicaciones “El método más eficaz para optimizar el comportamiento a la fatiga es la mejora del diseño”. Este criterio, que data de 1998, en general permanece vigente. Este trabajo aborda la consideración de los criterios de diseño aplicados en árboles, con enfoque en la atenuación de los concentradores de tensión, con el propósito de disminuir la probabilidad de falla por fatiga, tanto desde el diseño original como en la modificación de diseños inadecuados o reparaciones desacertadas que han fallado (revamping), lo cual reviste suma importancia [3].

En una investigación realizada por los autores [4] en el análisis del agregado de una ranura semicircular antes de un resalto, como criterio de diseño, se pudo demostrar que las tensiones producidas por la discontinuidad del resalto, mediante el agregado de la ranura semicircular de alivio, suaviza las líneas de flujo longitudinales, que restringen el valor de las tensiones producidas en la entalla (Figura 1). Desde el punto de vista ingenieril es una solución conveniente, dado que atenúa el efecto de la concentración de tensiones y no reviste dificultades para el mecanizado, ya que pueden fabricarse con bajo costo por la actual disponibilidad de equipamiento CNC [6, 9-10]. El criterio expuesto consiste en diseñar entallas combinadas, que en la acción mancomunada mejoran sustancialmente el comportamiento a fatiga del árbol. Refrendan este criterio trabajos posteriores de otros autores [11-12].

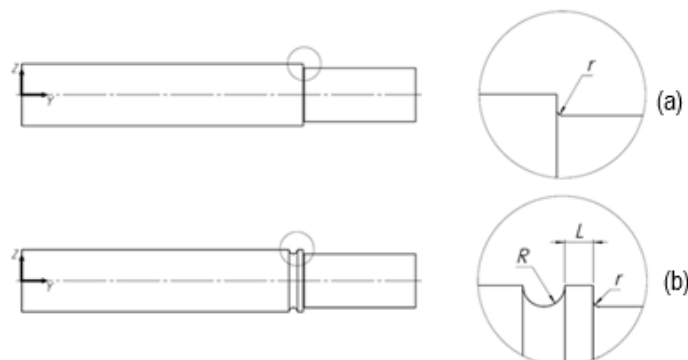


Figura 1: Diseño modelo árbol con escalón a) con ángulo de acuerdo. b) con ranura semicircular de alivio próxima al resaldo.

Otro estudio [13] refiere al análisis de entallas combinadas y la apreciación de la concentración de tensión, en relación al acuerdo entre diámetros y la cercanía de un chavetero.

Cabe mencionar que, la deficiencia en los diseños de árboles en la consideración de las entallas, se evidencia en las publicaciones actualizadas sobre el diagnóstico de fallas prematuras de componentes de máquinas [1,5-6].

2.2. Evaluación del material utilizado en la fabricación de árboles con entallas

Se menciona de la actuación profesional de uno de los autores de este trabajo, un caso de estudio del árbol motriz de un elevador de cangilones, fabricado en acero normalizado SAE 1045, tensión de rotura 680 MPa, tensión admisible a fatiga 68 MPa, que en servicio falló prematuramente por fatiga. Se consideró como solución inicial, desde el punto de vista del material, fabricarlo en acero normalizado SAE 4140 con tensión de rotura 890 MPa, tensión admisible a fatiga 89 MPa, que significa un 30,8 % de aumento en la resistencia a fatiga, en comparación con el material original utilizado. Dado que la sensibilidad a las entallas del acero normalizado SAE 4140 es mayor que en el SAE 1045, de mantenerse el diseño geométrico original, la resistencia real a fatiga bajo carga, de ambos materiales, resulta prácticamente equivalente y por ende el problema persistiría. El límite de resistencia a fatiga real del acero normalizado SAE 4140, resulta inferior al límite de resistencia a fatiga nominal, por lo que debe considerarse el límite de resistencia a fatiga corregida. Implica que, debe ajustarse el diseño de las entallas para atenuar los efectos de concentración de tensiones.

Cabe destacar que, el solo cambio de material por uno de mayor resistencia nominal a la fatiga, mediando equivalencia constructiva del elemento, no garantiza per sé la solución requerida, es por ello que el diseño de las entallas debe acompañarse de criterios, que signifiquen la atenuación de los factores concentradores de tensión, constituyendo la solución recomendada para soslayar los fallos de fatiga. Un estudio de caso similar se observa en la referencia [3].

2.3. Falla por deficiencia de montaje, uso y/o mantenimiento.

En la consideración del error de montaje, uso y/o mantenimiento como causa de fallo, se infiere que suele ser motivo de mala praxis técnica y/o tecnológica. En el caso específico de la transmisión del momento torsor a través de una chaveta y chavetero en el cabo de un árbol, se realizó un estudio [14], que reveló que se induce un momento flector a través de la fuerza equivalente del contacto de la chaveta con el chavetero, cuya magnitud depende de la distancia de esta fuerza a la sección 1-1 (Figura 2), que es la zona crítica que se verá afectada. Si no apoya el cubo (Figura 2 (a)), el momento flector inducido no equilibrado, incrementará las tensiones en la sección 1-1, en un porcentaje importante. Esta situación conlleva a la necesidad de diseñar un respaldo en el cabo del árbol, donde puede y debe apoyar el cubo del elemento montado sobre el mismo (Figura 2 (b)), a los efectos de equilibrar el momento flector inducido. Esto implica que a lo efectos de que no se cometa error de montaje, el criterio de diseño aplicado debe incluir el resalto y debe especificarse un montaje para garantizar el apoyo del cubo.

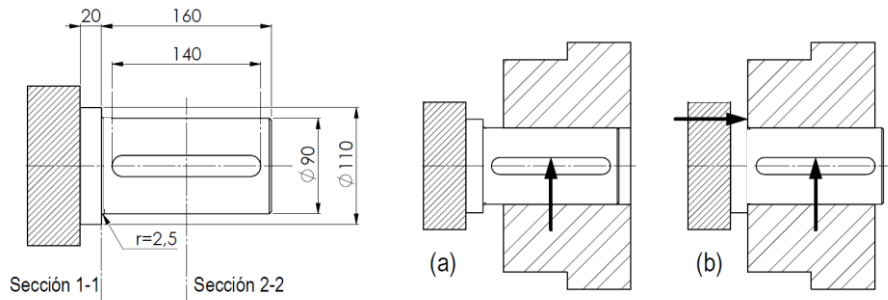


Figura 2: Cabo de árbol en estudio a) cubo no apoya b) cubo apoya

En otro trabajo se analizó el caso de grandes tambores de ingeniería de transportadores de banda y elevadores de cangilones [15]. Se observó, que la tendencia actual de diseño de fabricantes reconocidos, es aplicar árboles lisos de diámetros importantes con solo un chavetero en el extremo (Figura 3 (a)). El tambor se vincula al árbol mediante anillos de contracción (Shrink Discs) y se monta el conjunto sobre soportes autoalineantes. Al ser un árbol no escalonado con chavetero en el extremo, cuando se acopla a la fuerza motriz, se induce un momento flector que incrementara las tensiones en la zona de ajuste forzado del anillo de contracción más cercano. Consecuentemente, para disminuir las mismas, lo cual implica una mejora del diseño como se demostró en el trabajo de la referencia, debe especificarse un rebaje del diámetro en el cabo de árbol, para conformar un respaldo para el apoyo del cubo involucrado (Figura 3 (b) y (c)).

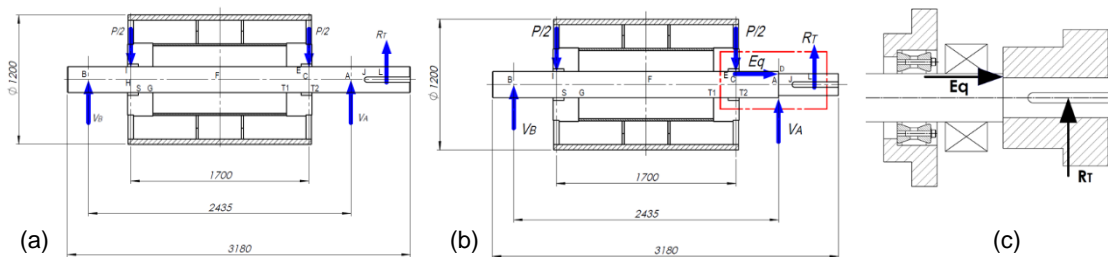


Figura 3: a) Árbol liso con chavetero. b) Árbol con el resalto c) Detalle equilibrio del Mf

En el trabajo de la referencia [5] se aborda el caso de la fractura por fatiga, de un árbol del tambor de un transportador de banda. El mismo se reparó incorrectamente, mediante soldadura de aporte y posteriormente falló en servicio, debido a dos acciones desacertadas de mantenimiento, que destacan en la conclusión de la investigación, vinculadas a la mecanización en la zona del resalto por cambio de diámetro del árbol con un ángulo muy agudo y al efecto térmico de la soldadura en la zona del resalto.

2.4. Aplicación de criterios para el diseño de árboles

2.4.1. El diseño inadecuado conduce a fallas

Osgood [16] menciona que toda la maquinaria y componentes estructurales que experimentan fatiga, en general tienen alguna deficiencia de diseño. Se presenta como ejemplo, el árbol de un soplador que colapso prematuramente por fatiga [17]. Se trata de un extractor de aire industrial que dejó de funcionar al fracturarse el árbol del álabe, como consecuencia de una fisura por fatiga. La grieta se inició en un cambio de sección con un acuerdo agudo.

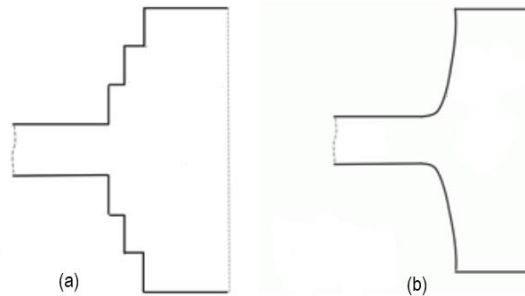


Figura 4: a) Diseño original del árbol. b) Diseño mejorado del árbol.

El diseño original era inadecuado para las condiciones operativas reales, por cuanto disponía de escalones mecanizados con bordes afilados (Figura 4 (a)) que pudo funcionar mientras se mantuvo una estricta alineación. Al aparecer un mínimo desbalanceo, factible en este tipo de equipamiento, los ángulos de acuerdo afilados dieron inicio a la grieta, que condujo a la fractura del árbol. Se mejoró el diseño con la reducción gradual del diámetro del árbol. (Figura 4 (b)).

Desde la ingeniería de diseño, en particular en el caso de árboles, es poco recomendable realizar ángulos de acuerdo afilados, donde hay cambio de diámetros en la sección transversal. En la Figura 5, se presentan criterios de diseño, los cuales muestran mejoras de izquierda a derecha y en la Figura 6 se destacan las líneas de flujo de fuerzas correspondientes, las que permiten corroborar la mejora de los diferentes diseños [9,18].

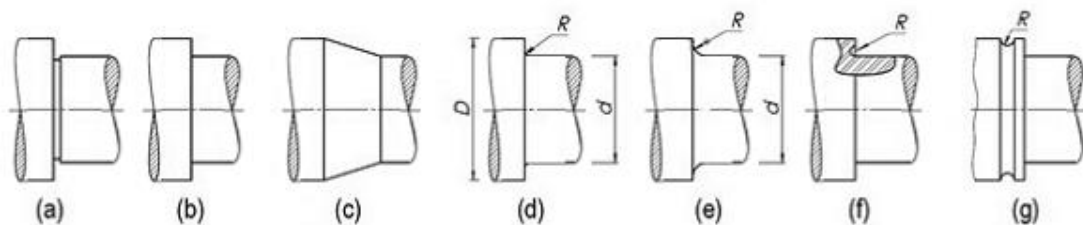


Figura 5: Configuraciones en la zona de acuerdo a) con salida de herramienta ángulo filoso. b) con ángulo de radio afilado. c) con reducción gradual de diámetro. d) con ángulo de radio chico. e) con radio mayor. f) con radio socavado. g) con complemento de ranura semi circunferencial.

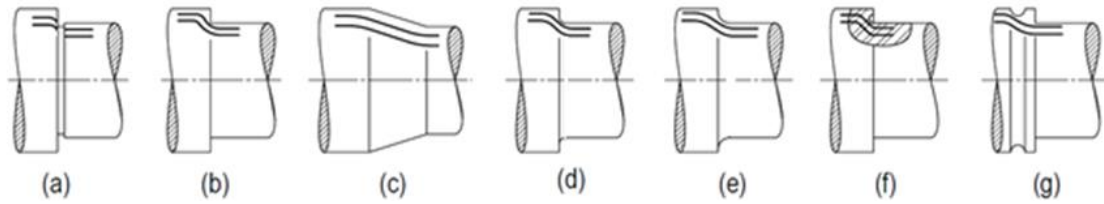


Figura 6: Líneas de flujo de fuerza según configuración del acuerdo. a) - g) Ídem Figura 5

Los rodamientos en forma estándar presentan un ángulo de esquina predeterminado. Requieren que se especifique en el diseño del árbol donde irán montados, un ángulo de filete en el acuerdo del resalto, menor al del rodamiento, para garantizar el apoyo plano correcto tanto sobre el respaldo como sobre el árbol. Estos diseños, producen tensiones localizadas, que pueden inducir el inicio de fisuras que, al propagarse, devienen en rotura por fatiga. Como alternativa, se implementan variantes de mejora en el diseño para atenuar la concentración de tensiones y mantener el apoyo plano necesario, (Figura 7). Algunos de estos diseños fueron estudiados por la norma DIN 509 de 1998 [19]. En las Figuras 7(a-c) se muestran diseños mejorados. Por otra parte, la ranura de salida de herramienta, cuando se rectifica el asiento del rodamiento, es un fuerte concentrador de tensiones (Figura 7 (d)), que puede mejorarse (Figura 7(e)).

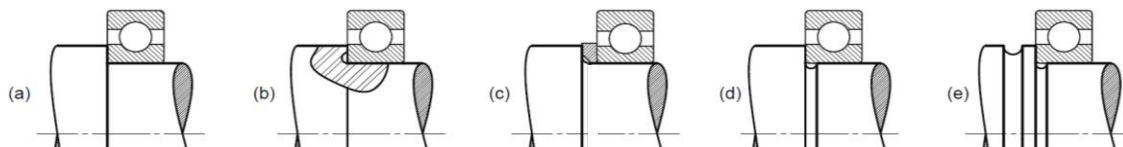


Figura 7: Configuraciones a) estándar rodamiento. b) Mejorado con radio socavado. c) Mejorado con aro de separación (amplia el ángulo). d) Riesgoso por la ranura de salida de herramienta (no recomendado). e) Con ranura semicircular de alivio para minimizar concentración de tensiones.

2.4.2 Modificar el diseño de los árboles que fallaron en su diseño original: Revamping

Un estudio [3] refiere al análisis de la rotura de un árbol de un transportador en una planta de coque. La superficie de fractura del árbol, fabricado en acero grado 45C8 de diámetro original 65 mm, presentó rotura por fatiga como consecuencia principal de flexión rotativa. Para determinar las posibles causas usaron técnicas de diagnóstico de fallas y realizaron cálculos de vida útil basados en el diseño. Se concluyó que las tensiones superaban las admisibles. Una opción de rediseño que se debatió consistía en aumentar el diámetro a 70 mm. La otra opción era cambiar el material a 42CrMo4 con temple y revenido y modificar el diseño, con un radio de filete mejorado, debido a la sensibilidad a la entalla de este material. Del caso presentado, se puede deducir que para evitar la reiteración de la falla debe modificarse el diseño original, lo cual verifica la importancia de concebir el componente, aplicando apropiados criterios de diseños.

2.5. Análisis crítico del diseño de árboles con discontinuidades y cargas combinadas

Es importante destacar que un árbol no puede diseñarse, calcularse y proyectarse dimensionalmente en forma directa. Es necesario un diseño previo con dimensiones, que admitan evaluar los momentos de inercia de cada tramo del árbol, para proceder a la comprobación por rigidez para validar el diseño. El caso de cargas combinadas es el problema más complejo en aplicaciones prácticas. El uso de procedimientos de diseño convencionales que se emplean habitualmente, tienen su propia importancia y deben tenerse en cuenta tanto las tensiones (resistencia mecánica) como las deformaciones (rigidez) y un exhaustivo análisis integral de las entallas para minimizar y/o evitar, desde el diseño, la concentración de tensiones en las mismas. Este criterio debe aplicarse tanto en un diseño original, en la verificación de un diseño o en un diseño modificado por revamping.

El diseño de árboles con discontinuidades múltiples y condiciones de carga combinadas es poco considerado por investigadores. Los autores han presentado un trabajo, en esta área del conocimiento, sobre los criterios de diseño bajo cargas combinadas con múltiples discontinuidades, comparando los criterios de origen U.S.A. y europeos, a los efectos de validar un diseño existente [21].

En el análisis crítico del diseño, adquiere particular relevancia la forma de transmisión del momento torsor. La manera habitual, por razones de fabricación sencilla y económica, es a través de la vinculación cubo-árbol mediante chaveteros y chaveta. En referencia a esta vinculación, Kresinsky. et. al. [22] expresa "Sin embargo, la experiencia demuestra que las diferentes ubicaciones y los diferentes mecanismos de fallo complican la evaluación de la resistencia a la fatiga y causan grandes incertidumbres en el diseño de ingeniería". Como criterio de diseño, en cuanto al valor estimado del factor de concentración de tensiones en la transmisión del momento torsor a través de chaveteros y chavetas, bajo estado de carga predominante de torsión o de flexión, no hay concordancia entre recomendaciones normativas e investigadores, dado que las distintas investigaciones al respecto, aplicando elementos finitos o estudios experimentales, aún no han brindado una respuesta satisfactoria [21,24-27]. Una dificultad radica en evaluar la interferencia real entre la chaveta y los chaveteros. Inclusive en este tema se ha solicitado la modificación de la DIN 743 de cálculo de árboles [24]. Distintas fuentes [25,28,29,30] atribuyen factores diferenciados en la consideración de la concentración de tensiones en los chaveteros. Resulta importante observar, las divergencias que surgen como consecuencia de los radios de acuerdo en la base de los chaveteros durante su fabricación [25]. Estudios realizados mediante elementos finitos no han logrado aún disponer de datos significativos. Algunos autores, atribuyen los mayores valores a la flexión [28,31,32,33,34,35] mientras que otros, a la torsión [24,27,29,36,37]. Un caso paradigmático de estas divergencias contradictorias, lo revelan las referencias [33] y [37], dado que se trata del mismo autor en dos épocas diferentes. Patel et.al [20] indican en su trabajo "Pederson (2009) ha proporcionado una ecuación para el factor de

concentración de tensiones para chavetero en carga de torsión y amplió el rango de la ecuación dada por Peterson (1997), Xiaobin (2013) ha dado las ecuaciones para chavetero tipo perfil y tipo patín en las tres cargas axiales, de flexión y torsión mediante el uso de la técnica de ajuste de curvas”.

Otras investigaciones, han centrado el estudio del diseño de árboles sometidos a torsión o flexo-torsión, en el efecto de la concentración de tensiones en las entallas, donde la modificación del valor del ángulo de filete en el acuerdo, altera sensiblemente el valor de las tensiones, relevando la importancia del criterio de diseño aplicado. Como resultado de estas investigaciones, se han concebido ecuaciones, tablas y/o gráficos de los factores de los concentradores de tensión, recomendados para uso habitual en los cálculos ingenieriles [5,20,24,25,27,39].

3. VERIFICACIÓN POR RIGIDEZ EN EL DISEÑO DE ÁRBOLES

Como antes se expresó, debe realizarse un diseño previo con dimensiones, el cual se comprueba su resistencia a fatiga de acuerdo a las condiciones de carga. El diseño validado a resistencia se debe verificar, para asegurar que las deformaciones de torsión, deflexión elástica, vibraciones longitudinales y torsionales encuadren dentro de las restricciones establecidas. En el diseño verificado a rigidez, el factor determinante es el ángulo de torsión. La rigidez torsional determina la deformación angular, si el ángulo girado es excesivo, pueden producirse vibraciones y perturbaciones nocivas para la función deseada del árbol. Por ello, el mismo convencionalmente se restringe, por el comportamiento elástico de los aceros, particularmente ante la presencia de momento torsor fluctuante. En la literatura que considera el cálculo de árboles de máquinas pueden encontrarse los valores convencionales admisibles de las restricciones correspondientes a distorsión torsional, deflexión elástica y velocidades críticas de flexión y torsión.

En el año 2014, los autores, frente a la inquietud de evaluar el efecto bajo carga de torsión de las deformaciones sobre las entallas, realizaron una investigación para analizar el comportamiento del ángulo de torsión (giro de la sección transversal) y de distorsión (giro de la directriz longitudinal), al modificar el ángulo de acuerdo en las variaciones de diámetros. En árboles perfilados, el cálculo teórico aproxima el ángulo de deformación, que al dividirlo por la longitud total determina el ángulo de distorsión unitaria, que se compara con valores testigos confiables. En esa oportunidad, no se encontraron investigaciones que contemplen el análisis de los ángulos de acuerdo en los cambios de diámetros en árboles de longitudes medias ($l > 10d$) sometidos a torsión pura, y su influencia sobre el incremento de las tensiones localizadas. Se realizó un cálculo teórico, con técnicas numéricas y ensayos experimentales [23]. Se pudo concluir que para el mismo momento torsor aplicado, la modificación del ángulo de acuerdo en la discontinuidad afectaba al ángulo de torsión y por ende el ángulo de distorsión o barrenado, de donde se deduce la posible influencia sobre el factor de concentración de tensiones. Esto

podría explicar, las diferencias que diversos autores atribuyen al factor de concentración de tensiones por torsión en chaveteros, en función de los ángulos en la base de los chaveteros, de la interferencia real entre chaveta y chaveteros y de la magnitud del par aplicado.

4. CONCLUSIONES

El desarrollo de la tecnología en la industria conlleva una acentuada tendencia hacia el incremento de velocidades de producción y alta dinámica, aumento de cargas combinadas más complejas, lo cual incrementa la posibilidad que se produzcan fallos por fatiga. En el mismo sentido, el avance tecnológico se ha ocupado de encontrar soluciones a la ocurrencia de fallos, que retiran de servicio a equipamiento de producción, con el consiguiente perjuicio operativo y económico. Buena parte de las referencias consideradas para el desarrollo de este trabajo, reflejan este avance tecnológico, a través de la utilización de distintos softwares de modelado y simulación, (algunos disponen módulos con métodos de predicción de vida útil a fatiga), aplicados para comprobar las tensiones y deformaciones, de los componentes, bajo diferentes estados de carga o para evaluar los factores de concentración de tensiones. Estas tecnologías, factible de utilizar con entrenamientos adecuados y experiencias diversas, resultan un instrumento de sumo interés y gran potencial para el diseño de árboles. Asimismo, lo más importante es la interpretación de los resultados que se obtienen. Es en esa interpretación, donde lo relevante son los criterios de diseño del proyectista, para entender y priorizar las variables que debe modificar, a los efectos de la optimización de los modelos, para que representen significativamente su probable comportamiento real.

El interés de los autores en enfatizar la importancia de aplicar criterios apropiados, sea para mejorar el diseño de árboles desde su origen, o para un eventual revamping por falla del componente por diseño original inadecuado u otras causas, se sustenta en asegurar resultados satisfactorios al utilizar las nuevas tecnologías, cuando quien las aplique, disponga de criterios pertinentes.

REFERENCIAS

- [1] Nan H., Ning D., Shen Q., Weimin G., Long L., Na X., Linan T., Huixia X., Xiangfeng C., Fahmi Z., Chi-Man L.W. *Failure modes, mechanisms and causes of shafts in mechanical equipment*. Engineering Failure Analysis, 136, 106216, 2022.
- [2] Bonnett, A.H. *Cause, analysis and prevention of motor shaft failures*. Conference Record of 1998 Annual Pulp and Paper Industry Technical Conference, Cat. No.98CH36219, Portland, ME, USA 1998.
- [3] Palit, P., Pal, U., Gokarn, P., Kanrar S. *Revamping Shaft Design for Combating Fatigue Failure*. Journal of Failure Analysis and Prevention, 21, 138–148, 2021.

- [4] Robles S.I., Alessio D., Ortega N.F. y Romeo A.P. *Atenuación del efecto de concentradores de tensiones en árboles de máquinas sometidos a torsión pura*. IV CAIM, ISBN 9789874557100, 2-5 setiembre, Resistencia, Chaco, Argentina, 2014.
- [5] Van Zyl G. and Al-Sahli A. *Failure analysis of conveyor pulley shaft. Case Studies*. Engineering Failure Analysis, 1, 2, 144-155, 2013.
- [6] Pinho de Castro JT., Albuquerque Simões D.I., Mota de Menezes I.F., Meggiolaro M.A., Fernando Martha L. *A note on notch shape optimization to minimize stress concentration effects*. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 84, 72-85, 2016.
- [7] Zhang L., Jiang B., Zhang P., Yan H., Xu X., Liu R., Tang J. and Ren C. *Methods for fatigue-life estimation: A review of the current status and future trends*. Nanotechnology and Precision Engineering, 6, 2, 025001, 2023.
- [8] Będkowski W. *Assessment of the fatigue life of machine components under service loading. A Review of Selected Problems*. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 52, 2, 443-458, 2014.
- [9] Decker K. *Manual del ingeniero técnico volumen XIII: Elementos de Máquinas*, 1ª edición en español, URMO, España, 1980.
- [10] Stiopin P.A. *Resistencia de Materiales*, 2ª Edición en español, M.I.R., URSS, 1976.
- [11] González Mendoza, J.M., Alcántara Montes, S., Silva Lomelí, J.J., De La Cruz Alejo, C., Ocampo Ramírez, A. *Size Optimization of shoulder filleted shafts with relief grooves for improving their fatigue lives*. Ingeniería e Investigación, 37, 3, 85-91, 2017.
- [12] Ali, Permana D.I., Yudha H.N. *Analysis of variance dimension of reinforcement to stress concentration factor using Finite Element Method*. SINERGI, 26, 3, 295-302, 2022.
- [13] Amé R., Dasso G., Lezama D. *Tensiones localizadas producidas por discontinuidades geométricas combinadas*, Revista Cubana de Ingeniería 2, 2, 43-48, 2011.
- [14] Robles S.I., Alessio D., Romeo A. *Diseño de árbol para la transmisión de momento torsor mediante chaveta*. Congreso Chileno de Ingeniería Mecánica COCIM, noviembre 2017.
- [15] Robles S.I., Alessio D., Romeo A. *Consideraciones de diseño del árbol de un tambor motriz con chavetero en cabo de árbol*. VI CAIM/ICAIFE, ISBN 9789874698704, 10-12 octubre, Tucumán, Argentina, 2018.
- [16] Osgood C.C. *Fatigue design*. Oxford Pergamon Press, Oxfordshire, 1982.
- [17] Phillips J. (27 de abril de 2017). *Improper design leads to fatigue failure in blower shaft*. <https://www.warrenforensics.com/2017/04/27/improper-design-leads-to-fatigue-failure-in-blower-shaft/>.
- [18] Orlov P. *Ingeniería de diseño*. Editorial MIR, Moscú, 1986.
- [19] Amaral Dias G.C., Vale Jéderson J.L., da Silva J. *Numerical evaluation of stress concentration factor for different designs of shaft shoulder applied toradial bearings housings*. 25th ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 20-25 October, Uberlândia, MG, Brazil, 2019.

- [20] Patel B.P., Prajapati H.R., Thakar D.B. *Critical Review on design of shaft with multiple discontinuities and combined loadings*. 1st International Conference on Contemporary Issues in Engineering & Technology, ICCIET, 19–21 March, Mehsana, India, 2014.
- [21] Robles-Romeo –*Árboles de transmisión. Reflexiones sobre criterios de diseño*. VII CAIM, ISBN 9789504202103, 15-17 Setiembre, San Nicolas, Buenos Aires, Argentina, 2021.
- [22] Kresinsky F., Leidich E. *Failure mechanism in feathered key shaft hub connections under torsional load*. 34th Danubia-Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics, ISBN 978-88-8303-863-1, Italy University of Trieste, 2017.
- [23] Robles SI., Romeo A., Masetro J., Gázquez N. *Estudio de la variación del ángulo de distorsión en árboles con discontinuidades geométricas sometidos a torsión pura*. IV CAIM, ISBN 9789874557100, 2-5 setiembre, Resistencia, Chaco, Argentina, 2014.
- [24] Kresinsky F., Leidicha E., Hasse A. *Different Failure Mechanisms in Keyed Shaft-Hub Connections under Dynamic Torque Load*. Procedia Structural Integrity 17,162–169, 2019.
- [25] Xiaobin Le P.E. Zelong L. *Stress concentration factors due to typical geometric discontinuities for shaft design by numerical simulation*. 120th ASEE Annual conference and Exposition, June 23 - 26 - Atlanta, Georgia, 2013
- [26] Pedersen N.L. *Stress concentrations in keyways and optimization of keyway design*. Journal Strain Analysis, 45, 8, 593–604, 2010.
- [27] Pilkey, W.D. *Peterson's Stress Concentration Factors*. Second Edition. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1997
- [28] Mott R., Vavrek E., Wang J. *Machine Elements in Mechanical Design*. Pearson, 2018
- [29] Budynas R., Nisbett J. *Shigley's Mechanical Engineering Design*. McGraw Hill, 2016
- [30] Jiang W. *Analysis and Design of Machine Elements*. John Wiley & Sons, 2019.
- [31] DIN 743-1/2/3. *Calculation of load capacity of shafts and axles*. German Institute for Standardization, 2012.
- [32] Juvinall R., Marshek K. *Fundamentals of Machine Components Design*. John Wiley, 2012.
- [33] Niemann G., Winter H., Höhm B. *Manuale Degli Organi Delle Macchine*. Tech. Nuove, 2006.
- [34] Glukhikh V., Prilutsky A. *Расчет и проектирование валов*, Санкт-петербург. (Cálculo y Diseño de árboles en cajas de engranajes), 2010. <https://books.ifmo.ru/file/pdf/1130.pdf>.
- [35] Amodio D. *Fatica II*, versione pdf del materiale proiettato in aula, página 23. <http://dma.dima.uniroma1.it:8080/users/broggiato/cdm/ancona/no/no-ancona.html>
- [36] Norton R. *Diseño de Máquinas. Un Enfoque Integrado*. Pearson Educación, 2011.
- [37] Niemann G., Hirt M. *Elementos de Máquinas*. Editorial Labor, 1987.
- [38] Pedersen, N. L. *Stress concentrations in keyways and optimization of keyway design*. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, Volume 45, Issue 8, pp. 593 – 604, 2010.
- [39] Voigt S., *Achsen und Wellen: Tragfähigkeitsnachweis nach DIN 743*, AUAS, 2015. https://www.hsanhalt.de/fileadmin/Dateien/FB6/personen/voigt_st/Lehrunterlagen/01_ME/06_1_Achsen_und_Wellen_DIN_743.pd.