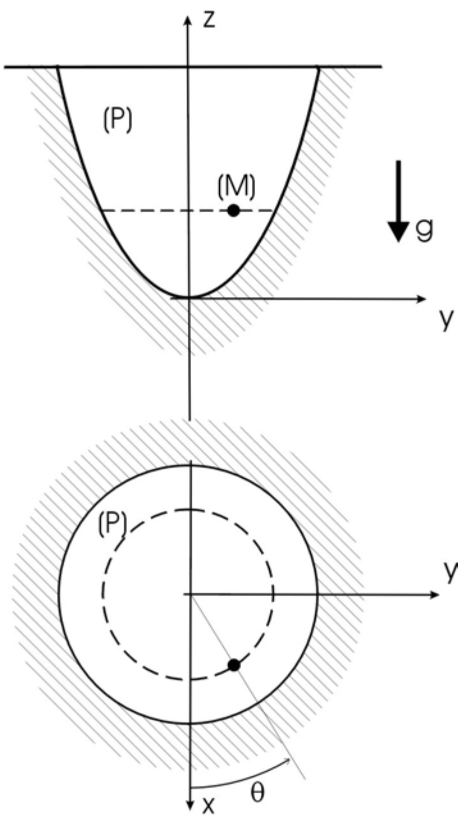
Trabajo Práctico 2

1) Sea una cavidad fija supuesta solidaria de un marco inercial, y sometida a la acción del campo gravitatorio terrestre. Su superficie interior es un paraboloide de revolución, de eje vertical Oz, cuya ecuación en coordenadas cilíndricas es la siguiente:

$$\rho^2 - az = 0 \qquad \text{con} \qquad a > 0$$

La superficie (P) es perfectamente lisa. Una bolita (M) de masa *m*, y radio muy pequeño, se ubica sobre la superficie (P) con una velocidad inicial paralela al plano tangente a (P) en el punto de contacto. Supondremos que la bolita desliza sin frotamiento sobre la superficie de la cavidad.



Dadas las dimensiones de (M), podremos asimilarla a una partícula: su centro describirá una curva que asumiremos contenida en (P).

1. Caracterizar mecánicamente el sistema. Dar el número de grados de libertad. Calcular su energía cinética.
2. Justificar la existencia de un potencial. Dar su expresión, usando de preferencia ρ, θ como coordenadas generalizadas.
3. Escribir las ecuaciones del movimiento.
4. Cuántas integrales del movimiento hay? Dar su expresión.
5. A partir de los resultados anteriores, se puede deducir una ecuación diferencial de primer orden con una única incógnita. Luego de analizarla, mostrar que la trayectoria de (M) sobre (P) se restringe a una región de (P) limitada por dos circunferencias que podrán determinarse a partir de los datos del problema y las constantes del movimiento.
6. Determinar condiciones iniciales para satisfacer los movimientos siguientes:
   a. La trayectoria de (M) sobre (P) es un círculo horizontal.
   b. La trayectoria de (M) sobre (P) es una parábola meridiana.
7. Discutir la obtención de una solución al caso general a partir de las ecuaciones de conservación que obtenga.