

## Parcial 2, tema 1 [Martes 25 de Junio de 2013]

**La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el margen superior derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos incluso cero si no justifica. No usar libros ni apuntes.**

- 1) a) Utilice un diagrama árbol para hallar el número de desarrollos posibles de una eliminatoria al mejor de 4 partidos en la que el primer equipo que gana 3 partidos, gana la eliminatoria.  
b) En un cajón hay 1 docena de medias rojas y 1 docena de medias verdes. Si se tiene que sacar las medias en la oscuridad, justifique cuántas medias hay elegir para asegurar que 2 medias sean del mismo color.  
c) Utilice un argumento combinatorio para demostrar que el número de subconjuntos de un conjunto  $A$  de  $n$  elementos es  $2^n$ .
- 2) a) Encuentre el coeficiente  $x^8y^9$  en  $(3x + 2y)^{17}$ .  
b) Justifique el número de permutaciones de las letras  $ABCDEFGH$  que contienen: (i) las cadenas  $CDE$  y  $FG$ ; (ii) las cadenas  $EDC$  y  $DGF$ .  
c) Defina  $r$ -combinación, demuestre una fórmula para su cálculo, y dé un ejemplo.
- 3) a) Defina y simbolice Relación de recurrencia (RR). Luego clasifique exhaustivamente y determine los dos primeros términos de la RR dada por  $a_n = na_{n-1} + 2a_{n-2} + 1$ , con  $a_0 = 1$  y  $a_1 = 2$ .  
b) Justifique el número de cadenas distintas que se pueden formar con las letras de la palabra  $ABRACADABRA$  utilizando todas las letras.  
c) Usando un argumento combinatorio, encuentre una fórmula para el número de rutas disponibles en una cuadrícula rectangular para ir desde la esquina inferior izquierda  $A(0,0)$  hasta la esquina superior derecha  $B(m,n)$ , con las restricciones de ir siempre a la derecha o hacia arriba pero no retroceder.
- 4) a) Determine si la relación  $R$  definida en  $\mathbb{R}$  es reflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva, relación de equivalencia y/o relación de orden, cuando  $(x,y) \in R$  ssi  $x + y = 0$ .  
b) Enumerar las 16 relaciones distintas en el conjunto  $A = \{1,2\}$  e indicar aquellas que son simétricas.  
c) Defina Circuito de Euler (CE), enuncie el teorema que lo caracteriza y dé un ejemplo.
- 5) a) (i) Defina arista puente en un grafo y dé un ejemplo; (ii) Justifique el número de caminos de longitud 2 que hay entre 2 vértices no-adyacentes en el grafo  $K_{3,2}$ .  
b) (i) Trace todos los grafos simples de 3 vértices no-isomorfos; (ii) Usando los principios de conteo, justifique una fórmula para el número de vértices del grafo  $K_n$ .  
c) El grafo complementario  $\overline{G}$  de un grafo simple  $G$  tiene los mismos vértices que  $G$ , mientras que dos vértices cualesquiera son adyacentes en  $\overline{G}$  ssi no son adyacentes en  $G$ . Entonces: (i) Trazar  $\overline{K_4}$ ; (ii) Determine el número de vértices de  $G$  cuando  $G$  tiene 15 aristas y  $\overline{G}$  tiene 13.