

## Parcial 2, tema 1 [Jueves 16 de Junio de 2016]

**La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el Margen Superior Derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos y cero si no justifica. No usar celulares, libros, ni apuntes.**

- 1) a) Defina  $r$ -permutación de un conjunto de  $n$  elementos, muestre una fórmula para calcularla, y dé un ejemplo.  
 b) ¿De cuántas maneras puede un fotógrafo de bodas ordenar un grupo de 5 personas escogidas de entre 10, donde los novios están entre estas 10, si (i) el novio debe salir en la foto? (ii) el novio debe salir a la izquierda de la novia?  
 c) ¿Cuántas cadenas distintas se pueden formar con las todas las letras de la palabra LEHRERINNEN?
- 2) a) En una rotisería se preparan pizzas de Palmitos, Rúcula, Mozzarella, Calabresa, Primavera, y Napolitana. ¿De cuántas formas se pueden armar los siguientes pedidos? (i) una docena, con 3 de palmitos y, al menos, 2 napolitanas, (ii) una docena con, a lo sumo, 2 de rúcula?  
 b) Clasifique exhaustivamente (y justifique cada clasificación!) la siguiente Relación de Recurrencia (RR):  $a_n = \cos(x) - a_{n-1} + 3a_{n-3}$ .  
 c) Resuelva la RR dada por  $25a_{n-2} = 10a_{n-1} - a_n$  para  $n \geq 2$ , con  $a_0 = 2$  y  $a_1 = 5$ .
- 3) a) Defina relación simétrica en un conjunto  $A$  y luego simbolice la definición utilizando cuantificadores.  
 b) Determine si la relación  $R$  definida en  $\mathbb{Z}^+$  como  $R = \{(x, y) / x + y \geq 1\}$  es una Relación de Equivalencia (RE).  
 c) Enuncie el teorema del “apretón de manos”. Luego defina grafo simple, y justifique si puede existir un grafo simple de 5 vértices, de grados 4, 3, 3, 2, 1.
- 4) a) (i) Defina árbol generador  $T$  de un grafo  $G$ , y encuentre uno *por inspección* en el grafo  $G_1$  (Fig. 1, izq.); (ii) Represente el árbol  $T$  hallado como un árbol de raíz en el vértice  $F$ , identificando sus vértices hoja, niveles, y altura.  
 b) En el grafo  $G_1$  (Fig. 1, izq.) justifique si existe: (i) un Circuito Euleriano; (ii) un Camino Euleriano; (iii) un Circuito Hamiltoniano; y (iv) un Camino Hamiltoniano. Construirlos en caso de existir.  
 c) En el grafo  $G_2$  (Fig. 1, der.), (i) utilice el Algoritmo de Dijkstra (AD) para hallar una Ruta de Peso Mínimo (RPM) desde el vértice  $A$  hacia  $C$ , trázcela e indique su longitud; (ii) ¿cómo se detecta en el AD que no existe una RPM entre los vértices  $A$  y  $L$ ?

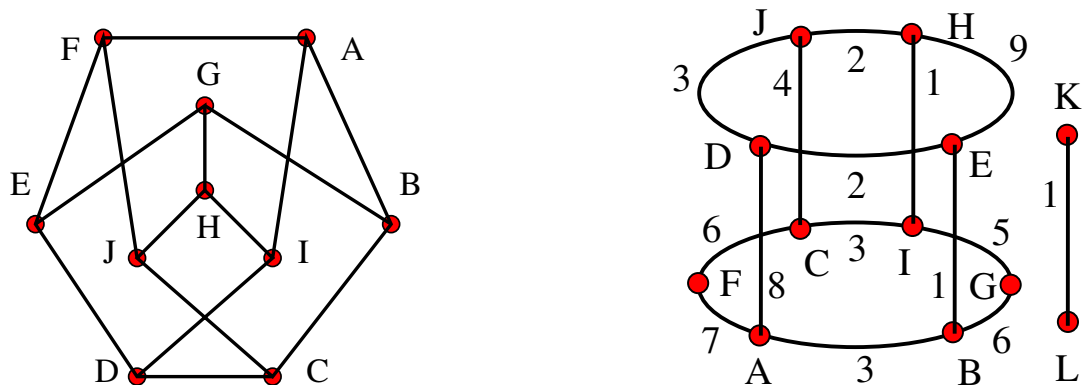


Figura 1: Grafos  $G_1$  (izq.) y  $G_2$  (der.) para los incisos 4a 4b y 4c.