



Examen Parcial – 22/6/12

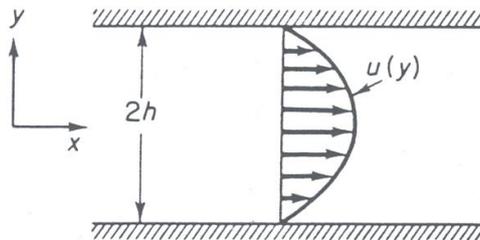
1. Usando notación indicial, mostrar que, para vectores arbitrarios \mathbf{a} , \mathbf{b} , se verifica:

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) + (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2 = (ab)^2$$

donde a, b son los módulos de \mathbf{a} , \mathbf{b} respectivamente.

2. El perfil de velocidad de un flujo laminar en un canal horizontal de ancho $2h$ entre dos planos paralelos, resulta

$$u = \frac{\alpha}{4\mu} (h^2 - y^2)$$



Determinar:

- El caudal másico por unidad de espesor del canal.
 - La velocidad media en el canal.
 - La tensión de corte en la pared.
3. Un movimiento está dado por

$$x_1 = X_1 e^t + X_3 (e^t - 1)$$

$$x_2 = X_2 + X_3 (e^t - e^{-t})$$

$$x_3 = X_3$$

- Mostrar que el Jacobiano $J = \left| \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \right|$ no se anula para este movimiento.
 - Calcular las componentes de velocidad para la partícula que pasa por el punto (x_1, x_2, x_3) en el instante t .
4. Sea $P_{ij} = P_{ij}(x_1, x_2, x_3, t)$ una cierta propiedad tensorial por unidad de masa de un medio continuo, y $\rho = \rho(x_1, x_2, x_3, t)$ la función de densidad de masa. Mostrar que

$$\frac{D}{Dt} \int_V \rho P_{ij} dV = \int_V \rho \frac{DP_{ij}}{Dt} dV$$

Ayuda: usar la ecuación de continuidad.