

## PREDICCIONES DEL RADIO MÁXIMO DE UN CATÉTER ANGIOPLÁSTICO PARA MEDICIONES CONFIABLES DE CAÍDA DE PRESIÓN TRANSESTENÓTICA.

José Di Paolo\* y Gabriel H. Filipowicz#

\*Facultad de Ingeniería (FI)

Universidad Nacional de Entre Ríos (UNER)

CC 47, Suc. 3, 3100, Paraná, Entre Ríos, Argentina

e-mail: [josedp@ceride.gov.ar](mailto:josedp@ceride.gov.ar) , [jdipaolo@fi.uner.edu.ar](mailto:jdipaolo@fi.uner.edu.ar)

#Bioingeniero egresado de la FI-UNER, ex becario de investigación de la UNER.

**Palabras claves:** elementos finitos, estenosis, catéter, flujo sanguíneo, angioplastia, arterias coronarias.

**Resumen:** *Las estenosis en arterias coronarias, obstruyen la sección de paso de sangre provocando una disminución en la circulación de los tejidos irrigados. Para el tratamiento e investigación de estas patologías se utilizan catéteres angioplásticos que permiten además, la realización de mediciones de presión para valorar la importancia de la obstrucción.*

*La introducción de un catéter durante estos estudios provoca una disminución adicional de la sección de flujo, incrementando aún más la caída de presión eventualmente medida.*

*En este trabajo se estudia la influencia del tamaño del catéter sobre la caída de presión para diferentes grados de estenosis, con el objeto de obtener un radio máximo tal que su presencia no altere sus propios registros más allá de ciertos valores admisibles. Ello se logra comparando los resultados de cada caso con los resultados obtenidos para la simulación de la situación fisiológica (o basal), es decir, con las mismas estenosis y en ausencia del catéter.*

*El estudio se realiza resolviendo un modelo en ecuaciones fundado en las hipótesis de flujo incompresible y newtoniano, asociado a datos obtenidos mediante observaciones angiográficas. La solución de las ecuaciones se logra mediante un algoritmo basado en: elementos finitos, diferencias finitas, método de Newton y continuación paramétrica.*

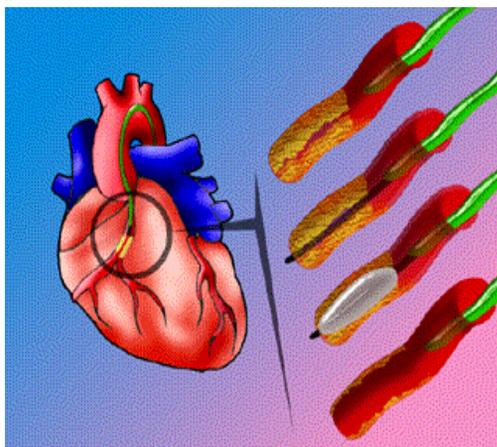
*Los resultados indican que podría establecerse una cota de 0.50 mm en el radio del catéter debido a que, para radios más pequeños, las mejoras en los registros de las caídas de presión medidas por éstos no serían sustanciales. Este hecho tiene connotaciones tecnológicas ya que no sería necesario construir catéteres más finos.*

## INTRODUCCION:

La aterosclerosis es una de las principales causas de muerte en el mundo occidental. Es una patología caracterizada por una progresiva degeneración de las paredes arteriales, constituida por la acumulación de lípidos, células y tejido conectivo. Esta degeneración ocasiona un engrosamiento de la pared arterial y como consecuencia, una disminución en el lumen o diámetro arterial, dificultando la circulación de la sangre. A este proceso degenerativo se lo denomina placa de ateroma, y a la disminución de la luz arterial, estenosis.

La dificultad de circulación sanguínea provoca hipoxia en los tejidos irrigados por este vaso y si la obstrucción es completa, se produce anoxia con la consecuente necrosis de dichos tejidos.

En el caso particular de las arterias coronarias que irrigan al músculo cardíaco, una placa de ateroma puede provocar la necrosis de una zona del corazón, lo que constituye un infarto



**Figura 1** – Procedimiento de angioplastía coronaria.

de miocardio. De aquí la importancia de estudiar y caracterizar la hemodinamia en las estenosis<sup>1</sup>.

Se han desarrollado diversos métodos para el tratamiento de esta patología. Uno de ellos es la angioplastia por balón que se esquematiza en la Figura 1 en las diferentes etapas de su implementación. Esta consiste en la introducción de un catéter mediante una guía, el cual está provisto de una especie de globo en su extremo que, al atravesar la estenosis, se infla para comprimir la placa y provocar la dilatación del canal de flujo. Este es un método muy utilizado en la actualidad debido a su eficacia y relativamente baja invasividad.

Los catéteres utilizados para la angioplastia, normalmente permiten la medición de la presión sanguínea con sensores ubicados en el extremo del mismo. Esto hace que sea común la utilización de catéteres angioplásticos para la medición de presiones en cavidades del

sistema cardiovascular o caídas de presión translesionales en las estenosis. La caída de presión translesional es la disminución de la presión sanguínea que se produce en el vaso como consecuencia de la obstrucción que provoca la placa de ateroma. Esta caída de presión se mide colocando un sensor del catéter “aguas arriba” de la estenosis y otro “aguas abajo”.

Es evidente que la presencia del catéter dentro de la arteria provoca cambios en las condiciones del flujo con respecto a la situación fisiológica (o basal) que se da en ausencia del mismo. Esto hace que se modifiquen los valores de las caídas de presión leídas por el instrumento, lo que puede conducir a una inadecuada interpretación de lo que está sucediendo. Como el valor de la caída de presión que se produce en la estenosis puede ser un indicador de la gravedad de la misma, un error de su medición podría implicar la toma de una decisión inapropiada.

La utilización de ecuaciones para el estudio de fenómenos biológicos permite la formulación de un modelo matemático que constituye una representación de la realidad. Dicha representación al ser una abstracción, habilita el estudio sistemático sin exponer individuos a situaciones de experimentación. Por tal motivo, puede interpretarse que la utilización de modelos para la obtención de datos de aplicación clínica constituye un estudio no invasivo. De esta manera, se ha mostrado vía un análisis computacional, que los errores que se introducen al medir la caída de presión mediante catéteres angioplásticos podrían ser mayores al 100% para ciertos estrechamientos y ciertos caudales<sup>2,3</sup>.

Los estudios como éste realizados anteriormente, se han efectuado para catéteres de diámetros comerciales<sup>2,3</sup> ( $> 0.7 \text{ mm}$ ), donde se han cuantificado las consecuencias de su presencia en la luz arterial. Los catéteres comerciales modifican en gran medida las condiciones de flujo y en consecuencia introducen un error inaceptable en las mediciones de presión cuando el grado de estenosis es elevado. Es razonable suponer que si se disminuye el diámetro de los catéteres utilizados, estos errores serían menores (para diámetro nulo, no existiría error). Por ello, es de suma utilidad determinar cuál debe ser el diámetro de un catéter angioplástico para obtener mediciones de caída de presión con desviaciones tolerables y más aún a través de métodos no invasivos.

La determinación de este diámetro constituye el principal objetivo de este trabajo, y para ello se han realizado una serie de experimentaciones numéricas a través de la solución computacional de un modelo matemático representativo, para diferentes valores de diámetro de catéter y distintos grados de estenosis, utilizando una geometría de la placa de ateroma apropiada y convenientes hipótesis geométricas, como por ejemplo la axisimetría. La técnica computacional se basa fundamentalmente en el método de elementos finitos para los términos espaciales, el método de diferencias finitas para los términos temporales, el método de Newton y procesos de continuación paramétrica de orden cero en el tiempo.

Los resultados obtenidos sugieren la existencia de un radio óptimo de catéter cuya magnitud garantizaría mediciones más confiables además de poseer factibilidad tecnológica de realización.

## **FORMULACION DEL PROBLEMA:**

Para la construcción del modelo se consideraron las siguientes hipótesis simplificadoras:

1. El flujo sanguíneo es incompresible.
2. Se supone que la sangre es un fluido newtoniano. Si bien es sabido que éste no es el comportamiento reológico de la sangre<sup>4, 5</sup>, para los caudales estudiados en este trabajo el modelo newtoniano es una buena aproximación (ver Apéndice).
3. Se considera el tramo de arteria estudiado como un tubo rígido y con simetría axisimétrica (en arterias pequeñas, se ha demostrado que la influencia de su elasticidad sobre el fluido sanguíneo es despreciable<sup>5</sup>).
4. El flujo es laminar.
5. Se desprecia el efecto de la gravedad.

### Ecuaciones gobernantes

El flujo de un fluido newtoniano está gobernado por las ecuaciones de Navier-Stokes y continuidad que, por conveniencia se presentan en coordenadas cilíndricas. Bajo las hipótesis enumeradas, pueden eliminarse todas las derivadas con respecto a la coordenada  $\theta$  y también la componente azimutal de velocidad. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$\frac{\partial(\cdot)}{\partial\theta} = 0; w = 0 \quad (1)$$

donde  $w$  es la componente azimutal de la velocidad.

De esta manera, el problema se reduce a sólo dos dimensiones y por lo tanto puede escribirse:

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rr}) - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} \right] \quad (2)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rz}) + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right] \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

donde  $z$  y  $r$  son las coordenadas axial y radial respectivamente,  $u$  y  $v$  son las componentes de la velocidad en dichas coordenadas,  $p$  es la presión,  $t$  el tiempo y  $\rho$  es la densidad de la sangre ( $\rho = 1,05 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$ ). Las componentes del tensor de esfuerzos viscosos son:

$$\tau_{zr} = \tau_{rz} = \mu \left[ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right] \quad (4)$$

$$\tau_{rr} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial r} \quad (5)$$

$$\tau_{\theta\theta} = 2\mu \frac{v}{r} \quad (6)$$

$$\tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial z} \quad (7)$$

donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica de la sangre ( $\mu = 3.45 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$ ).

### Adimensionalización y simplificaciones

Se han adimensionalizado las ecuaciones aplicando las siguientes identidades:

$$r^* = \frac{r}{R}, \quad z^* = \frac{z}{R}, \quad u^* = \frac{u}{V}, \quad v^* = \frac{v}{V}, \quad p^* = \frac{p}{\frac{\mu V}{R}}, \quad t^* = \omega t, \quad \tau_{ij}^* = \frac{\tau_{ij}}{\frac{\mu V}{R}} \quad (8)$$

donde  $R$  es el radio del tubo (arteria) en la sección de entrada,  $V$  es una velocidad característica conocida que se define como la máxima velocidad media en la sección de entrada,  $\omega$  es la frecuencia angular de la onda pulsátil de velocidad que se aplica en la sección de entrada y está dada como  $\omega = 2\pi/T$ , donde  $T$  es el período cardíaco cuya magnitud de  $0.8 \text{ s}$ .

Incorporando estas nuevas variables en (2), (3) y (4) se obtiene:

$$N_{Wo} \frac{\partial v}{\partial t} + N_{Re} \left( v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rr}) - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} \right] \quad (9)$$

$$N_{Wo} \frac{\partial u}{\partial t} + N_{Re} \left( v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rz}) + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right] \quad (10)$$

$$\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

donde los \* se suprimieron por claridad, y donde:

$$N_{Wo} = \frac{\rho \omega R^2}{\mu}, \text{ es el Número de Womersley, y}$$

$$N_{Re} = \frac{\rho V R}{\mu}, \text{ es el Número de Reynolds.}$$

### Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno para el sistema de ecuaciones varían, según se resuelva el flujo en la arteria con el catéter introducido o sin él, en el caso de la situación fisiológica real (catéter de diámetro cero). No obstante, en ambos casos se supuso en el área de ingreso al

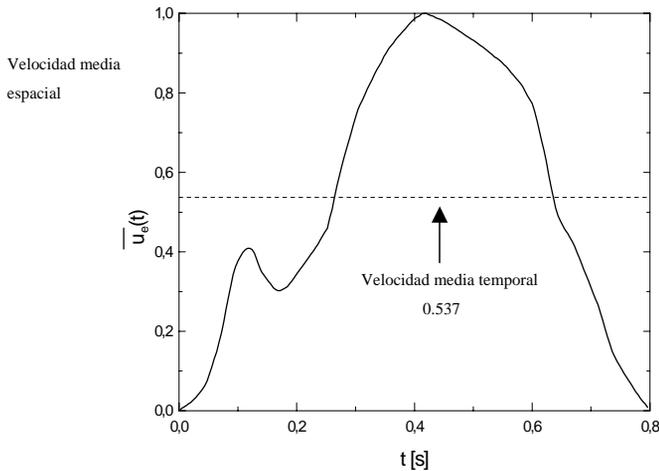
canal, en un punto bien alejado de la estenosis, un perfil de velocidades Poiseuille para cada tiempo, cuya velocidad media es la correspondiente a dicho tiempo en la Figura 2. Si bien dicho perfil es estacionario, el hecho de introducirlo suficientemente lejos de la placa, permite que a lo largo del tramo recto el perfil tome la configuración no estacionaria correspondiente al valor del tiempo analizado<sup>3,5</sup>.

*Condiciones de contorno para la arteria con catéter*

Se utilizan condiciones de contorno de no deslizamiento sobre la superficie exterior del catéter y la pared arterial interior (donde se encuentra la placa). En el área anular de salida se establece presión de referencia nula y flujo unidireccional. En el área anular de entrada, para cada valor del tiempo, se establecen velocidades radiales nulas y se introduce el perfil de velocidades axiales dado por la ec. (12) (ver Figura 2).

$$\frac{u}{\bar{U}_e(t)} = 2 \left\{ \frac{\left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \ln \frac{r_0}{r_i} + \left[ 1 - \left( \frac{r_i}{r_0} \right)^2 \right] \ln \frac{r}{r_0}}{\left[ 1 + \left( \frac{r_i}{r_0} \right)^2 \right] \ln \frac{r_0}{r_i} - \left[ 1 - \left( \frac{r_i}{r_0} \right)^2 \right]} \right\} \quad (12)$$

Donde:  $r_0$  es el radio interior de la arteria y  $r_i$  es el radio exterior del catéter.



**Figura 2** - Velocidad media espacial de entrada, durante un ciclo cardíaco. La línea de trazos indica el valor de la media temporal.

### Condiciones de contorno para la arteria sin catéter (SC)

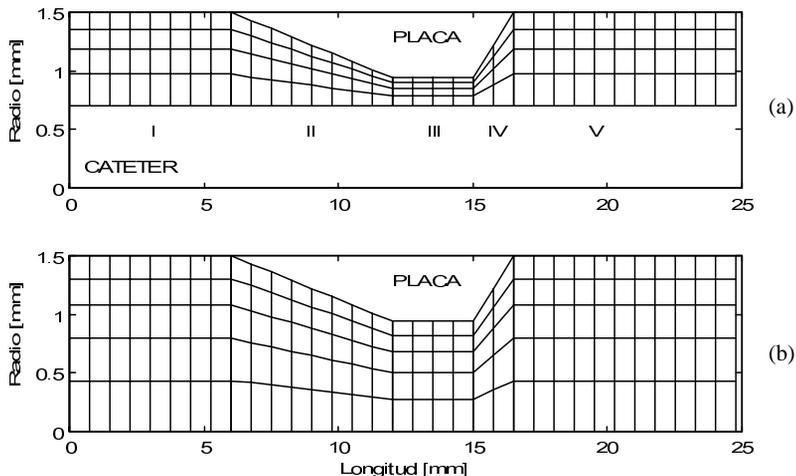
En este caso se reemplaza la condición de contorno de no deslizamiento en la pared exterior del catéter por condiciones de contorno de simetría en el eje central de la arteria. El perfil de velocidades axiales de entrada, cambia por el dado según la ec. (13).

$$\frac{u}{U_e(t)} = 2 \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (13)$$

Tanto en esta situación como en la anterior, se considera una placa de aterosclerosis que no cambia sus dimensiones. En la Figura 3 se pueden apreciar los dominios computacionales considerados para cada caso<sup>5,7</sup>.

### METODOLOGÍA:

La resolución del modelo se ha realizado a través de un algoritmo basado en el método de elementos finitos para la discretización de las derivadas espaciales (funciones bicuadráticas para las velocidades  $u$  y  $v$  y bilineales para la presión), el método de diferencias finitas para la discretización de las derivadas temporales (método del trapecio), el método de Newton para resolver la dependencia espacial para cada valor del tiempo y continuación paramétrica de orden cero en el tiempo, empleado como parámetro<sup>8</sup>. El algoritmo ha sido elaborado en lenguaje FORTRAN y ejecutado en computadoras personales. Para las discretizaciones



**Figura 3-** Dominio de flujo y mallado característico esquemático, representado en dimensiones. a) Geometría obtenida por observación angiográfica en una arteria coronaria. b) Forma de la lesión antes de la introducción del catéter para un porcentaje de obstrucción de 63%.

mencionadas, los tiempos de cómputo para cubrir el lapso correspondiente a un pulso cardíaco, oscilaron entre 8 y 10 horas en una PC Pentium II de 350Mhz y 256 Mb de memoria RAM, y de 2 a 4 horas en una PC Pentium III de 733 Mhz y 256 Mb de memoria RAM; habiendo tomado 200 pasos de tiempo de 0.004 s y de tres a cinco iteraciones de newton por cada paso.

Las mallas características se muestran en las Figuras 3-a y 3-b. Están divididas en cinco zonas y son sólo esquemáticas ya que las mallas realmente utilizadas fueron mucho más refinadas. Específicamente, la cantidad de elementos dependió del porcentaje de constricción y varió entre 60 elementos en la dirección axial por 4 en la radial para la condición de la Figura 3-a, y 80 por 5 en la condición sin catéter (Figura 3-b) cuya geometría requiere una discretización más refinada para la correcta solución de las ecuaciones. El número máximo de elementos fue limitado por los 256 Mb de memoria RAM disponibles para las ejecuciones del código.

## RESULTADOS:

Para obtener el radio de catéter apropiado para la realización de mediciones de presión se obtuvieron resultados para una estenosis dada, variando el radio del catéter. También se obtuvieron resultados para la situación fisiológica correspondiente.

Los grados de estenosis analizados fueron: 70%; 63% y 50%. A su vez, para cada grado de estenosis se evaluaron catéteres de radio 0.7 mm, 0.6 mm, 0.5 mm y 0.3 mm. Para la construcción de las estenosis de 70% y 50% se mantuvo la forma de la placa original observada por técnica Doppler<sup>5</sup> (de 63% de obstrucción), es decir, se conservaron los ángulos de entrada y salida (ver Figura 3), el ancho del canal en la zona de máximo estrechamiento y la posición de dicho estrechamiento respecto a la sección de entrada (ver Apéndice). Esto fue realizado debido a la carencia de imágenes angiográficas correspondientes a otros grados de estrechamiento, y a los fines de predecir la influencia del catéter para distintos grados de obstrucción.

Se consideró que las estenosis no varían sus dimensiones, es decir que, el radio del estrechamiento en la zona de la estenosis permanece constante durante todos los experimentos numéricos correspondientes a una constricción determinada. Así, el grado de estenosis definido para la situación fisiológica, resulta:

$$r_{est} = r_0 \sqrt{1 - \frac{G}{100}} \quad (14)$$

donde  $r_{est}$  es el radio en la zona de máximo estrechamiento y  $G$  el grado porcentual de constricción (estenosis) en área.

Si bien los perfiles de velocidades axiales dados en las ecuaciones (12) y (13), corresponden a un fluido en estado estacionario, el reordenamiento del mismo al flujo no estacionario requiere una considerable longitud del conducto en la entrada. Con el fin de no superar las capacidades computacionales, este tramo recto de aproximadamente 1.0 cm de largo, fue resuelto separadamente y los perfiles de velocidades obtenidos para cada tiempo en

el área de salida, se utilizaron como condición de borde en los canales que se ven en las Figuras 3-a y 3-b. Fue comprobado que tramos rectos más largos, no modificaron la forma de los perfiles de velocidades correspondientes al flujo no estacionario.

### **Preparación de los datos**

Dado que el programa es capaz de resolver las ecuaciones en estado no estacionario y la velocidad media espacial del fluido varía con el tiempo, deben indicarse los valores de la velocidad media de entrada para cada instante de tiempo. Esto se ha realizado discretizando (temporalmente) los datos condensados en la Figura 2, que han sido utilizados como una serie de muestras de la velocidad media espacial de entrada.

### **Preparación de la malla**

Para facilitar la caracterización de todo el dominio, se lo ha subdividido en cinco regiones (I, II, III, IV y V). El hecho de poder manipular separadamente las diferentes zonas del dominio permite ajustar de manera específica sus características, facilitando su discretización.

Para la definición del dominio espacial, deben especificarse la longitud y cantidad de elementos en la que se divide cada región, tanto en la dirección axial ( $z$ ), como en la radial ( $r$ ). La longitud de cada elemento queda así definida por la relación entre la longitud de la región y la cantidad de elementos en la que se divide la misma.

Por conveniencia, se ha establecido que los elementos de las regiones I, III y IV tengan dentro de cada región, la misma longitud axial. Es decir que, en las regiones I, III y IV la malla es uniforme en la dirección axial.

Por otra parte, los elementos de la región II y V pueden ser de diferentes longitudes (malla no uniforme) dentro de la misma región. Para lograrlo se han agregado dos parámetros llamados  $\alpha_{II}$  y  $\alpha_{V}$ , que indican que la longitud axial de cada elemento es  $\alpha$  veces la del elemento que se encuentra a su izquierda. Así, para cualquiera de los dos parámetros se tiene:

$$\alpha_i > 1 \Rightarrow \text{los elementos crecen hacia la derecha}$$

$$\alpha_i < 1 \Rightarrow \text{los elementos decrecen hacia la derecha}$$

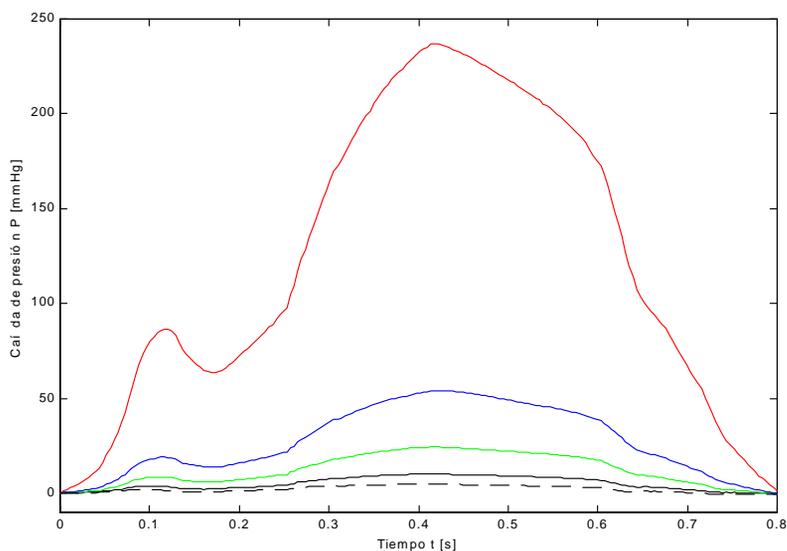
En la dirección radial los elementos pueden tener cualquier distribución, la malla en general es no uniforme y más refinada cerca de la pared arterial donde se presentan los mayores gradientes de velocidad en esa dirección.

Los experimentos numéricos (ejecuciones del algoritmo para un dado conjunto de datos) realizados para casos sin catéter fueron tomados como representativos de las situaciones fisiológicas (o basales) y, por lo tanto, como base de comparación para determinar las desviaciones de los resultados obtenidos en las simulaciones con catéteres. Se analizaron básicamente los resultados de presión, estipulando que la presión a la salida de la arteria es cero (valor de referencia impuesto). De esta forma, la caída de presión en el tramo de arteria analizado es igual a la presión en la entrada. Dadas las pequeñas dimensiones del tubo considerado, la presión prácticamente no varía en la dirección radial por lo que puede tomarse sólo como función de  $z$ .

En la Figura 4 puede observarse que la caída de presión en función del tiempo tiene la misma morfología que el pulso de velocidad de entrada (ver hipótesis 1 y 3). En ella se muestran los resultados para el caso de 70% de estenosis, para cada uno de los catéteres evaluados, y para el caso sin catéter. Para estrechamientos de 63% y 50% se obtuvieron resultados análogos, pero con valores de caída de presión inferiores. Las dimensiones con las cuales se presentan los resultados, si bien no son de utilidad ingenieril, son las más utilizadas en las prácticas médicas y por ello han sido adoptadas al igual que la bibliografía<sup>5,6,7</sup>.

En esta figura se aprecia que la presencia de un catéter de mayor radio provoca una caída de presión mayor, lo que produciría un error de medición más elevado. Nótese que el valor real de la presión debería ser el indicado a través de la curva del caso sin catéter. Se observa que para catéteres de menor radio los errores de medición serían menores, dado que las caídas de presión se acercan al valor fisiológico.

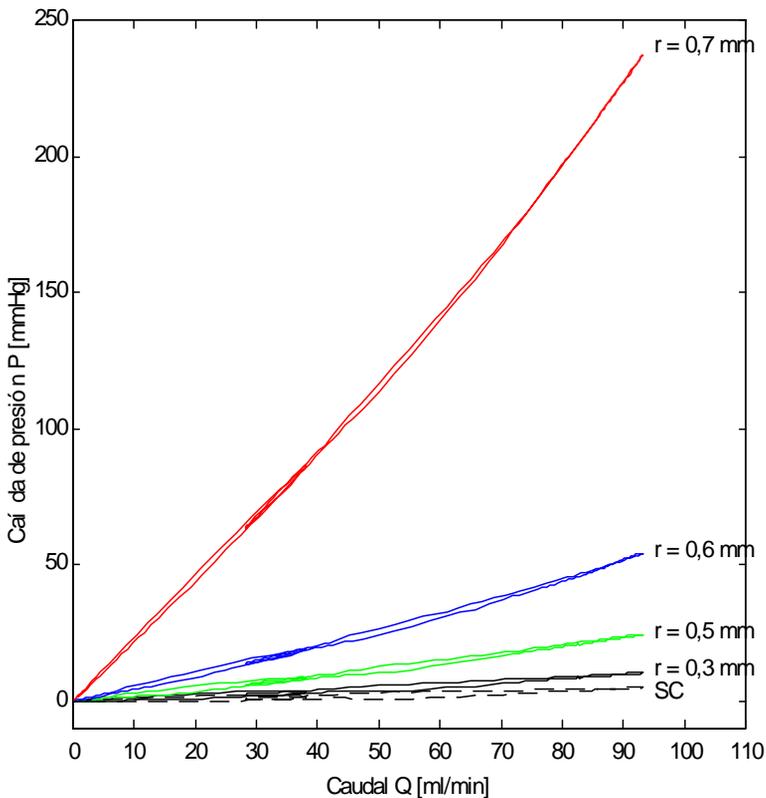
Por otra parte, en la Figura 5 se puede observar la relación existente entre la caída de presión en el tramo de arteria analizado y el caudal instantáneo de entrada, para el caso de 70% de estenosis y los diferentes radios de catéteres considerados. Para estrechamientos de 63% y 50% también se obtuvieron resultados análogos.



**Figura 4** – Caída de presión en función del tiempo, para 70% de estenosis y un caudal medio temporal de 50 ml/min. Las curvas corresponden a los radios de catéter de 0.7 mm, 0.6 mm, 0.5 mm y 0.3 mm, para los colores rojo, azul, verde y negro, respectivamente. La curva en línea de trazos corresponde al caso sin catéter.

En la Figura 5 se puede apreciar que para cada radio de catéter se define una curva que muestra un doble trazo. Este doble trazo corresponde a la separación entre los valores de presión que se producen mientras el fluido se acelera y los que se producen cuando se desacelera.

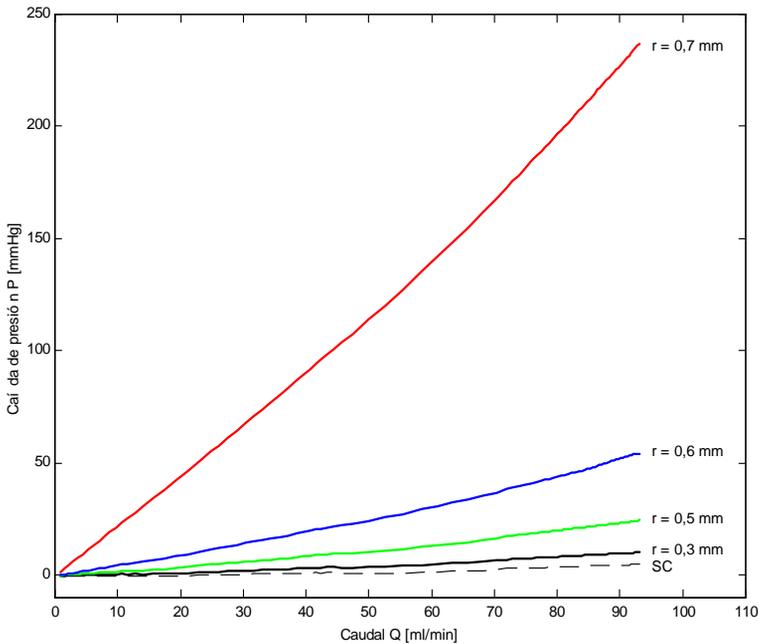
El caudal de entrada varía con el tiempo según se describe en la Figura 2. Puede apreciarse que existen zonas de aceleración (regiones de pendiente positiva) y zonas de desaceleración del fluido (regiones de pendiente negativa). La presión en la etapa de aceleración del flujo es siempre mayor que en la etapa de desaceleración, para un caudal instantáneo determinado. Los puntos correspondientes a un mismo caudal de entrada se corresponderán con presiones levemente diferentes, según el flujo se encuentre en la etapa de aceleración o en la de desaceleración.



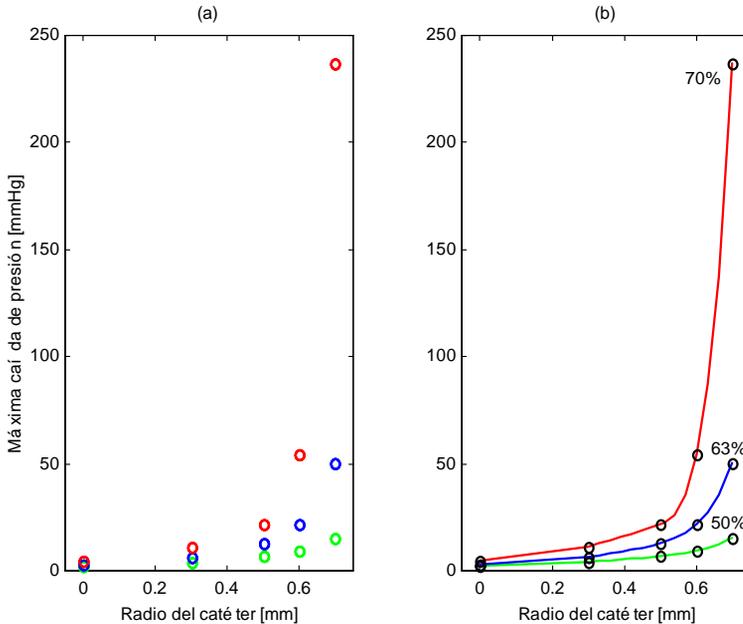
**Figura 5** – Caída de presión en función del caudal instantáneo para el pulso completo, para una estenosis del 70 % y un caudal medio temporal de 50 ml/min.

Por tal motivo, se tomaron como curvas representativas de la presión en función del caudal de entrada instantáneo, a las correspondientes a las zonas de desaceleración del flujo porque son ramas en donde la presión es monótona decreciente, lo cual simplifica la representación de los resultados. Las curvas correspondientes se ilustran en la Figura 6.

Se consideró como valor característico de cada experimento numérico al valor máximo de la caída de presión para un tiempo igual a  $0.42\text{ s}$ , que corresponde a un caudal instantáneo de  $93\text{ ml/min}$  cuando el caudal medio temporal es de  $50\text{ ml/min}$ . Puede entonces, construirse una gráfica que vincule estos valores de caída de presión con los radios de los catéteres utilizados, como se ve en la Figura 7. En ella se muestran, para cada grado de estenosis, los valores de las caídas de presión máximas producidas cuando se utilizan los diferentes catéteres estudiados. En la figura 7-a se han graficado los puntos correspondientes a los resultados obtenidos a través de la solución del modelo. A partir de estos resultados, se han calculado los hipotéticos valores de caída de presión para otros valores de radio de catéter, mediante la utilización de un algoritmo de interpolación de tipo Cubic-Spline estándar. De esa manera se obtuvieron los puntos correspondientes a las curvas de la Figura 7-b.



**Figura 6** – Caída de presión en función del caudal, para el tramo del pulso de velocidad de entrada que corresponde al intervalo de tiempo desde  $0.42\text{ s}$  a  $0.8\text{ s}$ , para una estenosis del 70% y un caudal medio temporal de  $50\text{ ml/min}$ .



**Figura 7** – Caída de presión máxima con respecto al radio del catéter utilizado. (a) Puntos obtenidos mediante los experimentos numéricos. (b) Curva obtenida mediante interpolación Spline. En ambos casos, los colores rojo, azul y verde representan los datos para 70%, 63% y 50% de estenosis, y un caudal medio temporal de  $50 \text{ ml/min}$  respectivamente.

Del análisis de los resultados de la Figura 7, se aprecia la fuerte no linealidad del sistema, tanto en la relación de la caída de presión con respecto al caudal circulante como en la relación con el grado de estenosis. Para el caso de 70% de estenosis, los valores de caída de presión máxima que se registrarían serían de  $216 \text{ mmHg}$ ,  $54.2 \text{ mmHg}$ ,  $21.7 \text{ mmHg}$  y  $9.24 \text{ mmHg}$  cuando se utilicen catéteres de radio  $0.7 \text{ mm}$ ,  $0.6 \text{ mm}$ ,  $0.5 \text{ mm}$  y  $0.3 \text{ mm}$  respectivamente, mientras que el valor de presión en ausencia de catéter sería de  $5.13 \text{ mmHg}$ . De la misma manera, para el caso de 63% de estenosis, los valores análogos serían de  $50.0 \text{ mmHg}$ ,  $18.4 \text{ mmHg}$ ,  $11.3 \text{ mmHg}$  y  $5.93 \text{ mmHg}$ , para cada uno de los catéteres, y  $3.11 \text{ mmHg}$  para el caso sin catéter. Finalmente, para el caso de 50% de estrechamiento, los valores serían  $12.7 \text{ mmHg}$ ,  $8.00 \text{ mmHg}$ ,  $5.96 \text{ mmHg}$  y  $3.73 \text{ mmHg}$ , para los casos con catéter, y  $2.22 \text{ mmHg}$  para el caso sin catéter. Es notable que para una pequeña variación en la obstrucción (de 63% a 70%), y para un mismo catéter, los valores de caídas de presión máximas aumenten de  $50.0 \text{ mmHg}$  a  $216 \text{ mmHg}$ , si el catéter posee  $0.7 \text{ mm}$  de radio.

Por otra parte, si se analizan las variaciones que se producen en la caída de presión para un grado de estenosis dado cuando se disminuye el radio del catéter, se observan grandes cambios entre los catéteres de mayor radio, no siendo así entre los más pequeños. Nótese que, por ejemplo para el caso de 70% de estenosis, existiría una diferencia de  $162 \text{ mmHg}$  entre las

mediciones realizadas con catéteres de  $0.7\text{ mm}$  y  $0.6\text{ mm}$  de radio. Es decir, que la disminución en un  $14\%$  en el valor del radio ha provocado una disminución en un  $75\%$  en el valor de la lectura efectuada. Pero por otro lado, una disminución del radio de  $0.5\text{ mm}$  a  $0.3\text{ mm}$ , provocaría un decremento de la caída de presión medida de  $12,6\text{ mmHg}$  (desde  $21,7\text{ mmHg}$  a  $9,24\text{ mmHg}$ ), lo que representa una disminución del  $57\%$  en la caída de presión, cuando el radio se reduce en un  $40\%$ .

Esta relación fuertemente no lineal se aprecia claramente en la Figura 7, donde se puede observar que las curvas presentan una región, para valores aproximadamente menores a  $0.5\text{ mm}$  de radio, que es prácticamente asintótica al valor fisiológico, es decir el caso sin catéter.

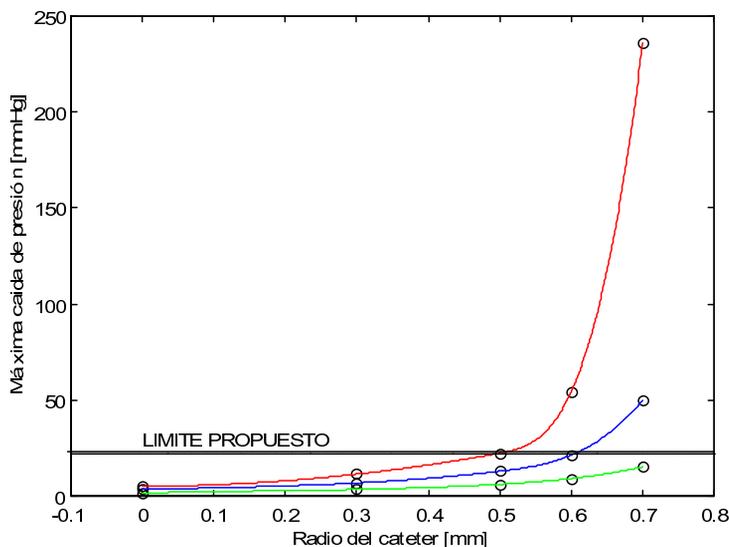
Si se tiene en cuenta que los catéteres que existen actualmente en el mercado tienen en general un radio de  $0.7\text{ mm}$  o más, analizando los resultados de la Figura 7 podemos inferir que: por un lado los catéteres de radio mayor a  $0.7\text{ mm}$  serían inaceptables para la realización de mediciones, y por otro, que no serían necesarios mayores esfuerzos tecnológicos para obtener catéteres de radios inferiores a  $0.5\text{ mm}$ , ya que ello no produciría mejoras sustanciales en las mediciones.

## CONCLUSIONES:

Mediante un modelo en ecuaciones que captura las principales características del flujo sanguíneo en un tramo de arteria coronaria con estenosis y la presencia de un catéter angioplástico, se ha analizado gracias a un robusto algoritmo computacional, la caída de presión translesional experimentada por el flujo en función del tamaño del catéter. Los resultados obtenidos muestran la fuerte influencia del catéter sobre las condiciones de flujo, lo que altera notablemente los valores de caída de presión obtenidos mediante mediciones a través de ellos.

El estudio se ha desarrollado como un método de investigación no invasivo, en función de convenientes hipótesis simplificadoras, de las cuales evidentemente dependen los resultados. Si bien algunas de estas hipótesis (como por ejemplo la axisimetría) que en cierta forma idealizan el fenómeno, fueron necesariamente utilizadas para poder abordar el estudio dentro de capacidades computacionales normales. No obstante, la gran aptitud del método (modelo más algoritmo) para resolver distintas situaciones, en este caso correspondientes a arterias coronarias, da lugar a prever futuros estudios involucrando arterias de otras dimensiones, distensibilidad de sus paredes, modelos no newtonianos para la sangre y otras formas de pulsos cardíacos.

Del análisis de los resultados presentados en la Figura 7-b, se propone como cota superior para el radio del catéter, a un valor de  $0.5\text{ mm}$  (ver Figura 8), ya que ulteriores reducciones no mejorarían sustancialmente los registros, debido a que la operatoria de estos catéteres se encontraría en la zona asintótica a la condición basal. Este resultado final tiene gran importancia tecnológica debido a que no serían necesarios catéteres más pequeños.



**Figura 8-** (Repetición de la Figura 7-b) Justificación de la propuesta de radio máximo de catéter igual a  $0.5\text{ mm}$ .

## REFERENCIAS

- [1] Anderson, H. V., Roubin, G. S., Leimgruber, P. P., Cox, W. R., Douglas, J. S. Jr., King, S. B. and Gruentzig, A. R., Measurement of transstenotic pressure gradient during percutaneous transluminal coronary angioplasty, *Circulation*, Vol. 73, 1986, págs. 1223-1230.
- [2] Sebastián Ubal, Diego M. Campana, Carlos M. Corvalán y José Di Paolo, Influencia de la introducción de un catéter angioplástico en el registro de la caída de presión en una arteria con estenosis, *Mecánica Computacional*, Vol. XIX, 79-84, 2000.
- [3] Gabriel Filipowicz, Sebastián Ubal, Diego Campana y José Di Paolo. Simulación del flujo sanguíneo en angioplastia coronaria. Publicado en las memorias del XIII Congreso Argentino de Bioingeniería y II Jornadas de Ingeniería Clínica, realizadas en Tafí del Valle, Tucumán, del 26 al 29 de setiembre de 2001.
- [4] Cho, Y. I. And Kensey, K. R. Effects of the non – newtonian viscosity of blood on flows in diseased arterial vessel. Part 1: Steady flows. *Biorheology*. 28, 241-262, 1991.

- [5] Banerjee, R. K., Back, L. H., Back, M. R. and Cho, Y. I., Catheter obstruction effect on pulsatile low rate-pressure drop during coronary angioplasty, J. of Biomech. Eng., Vol. 121, June 1999, págs.281-289.
- [6] Back, L. H., Kwack, E. Y. and Back, M. R., Flow rate-pressure drop relation in coronary angioplasty: catheter obstruction effect, ASME, J. of Biomech. Eng., Vol. 118, 1996, págs. 83-89.
- [7] Banerjee, Rupak K., Back, L. H., Back, M. R. And Cho Y. I., Physiological Flow Simulation in Residual Human stenoses After Coronary Angioplasty, ASME, J. of Biomech. Eng., Vol. 122, August 2000, págs. 310-320.
- [8] Giavedoni, M. D. and Saita, F.A., The axisymmetric and plane cases of a gas phase steadily displacing a Newtonian liquid- A simultaneous solution of the governing equations, Phys. Fluids, Vol. 9, 8,1997, págs. 1-9.

## APÉNDICE:

### I- Influencia de la morfología de la placa sobre la caída de presión.

Para valorar la influencia de la forma de la placa sobre la caída de presión y dar mayor validez a los resultados, se han estudiado las influencias de tres parámetros: ángulo de entrada, longitud del canal y ángulo de salida.

Se estudiaron valores de  $30^\circ$  y  $60^\circ$  (ver Figura AI1) para los ángulos de entrada y salida, y

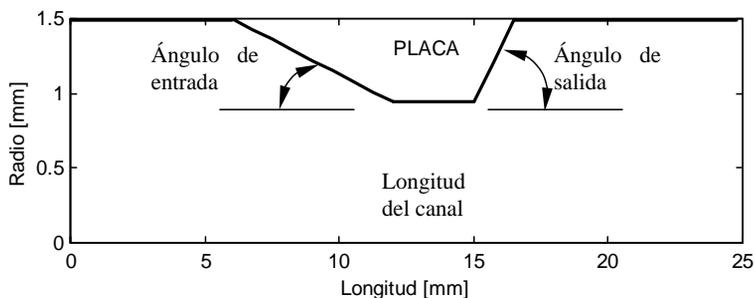
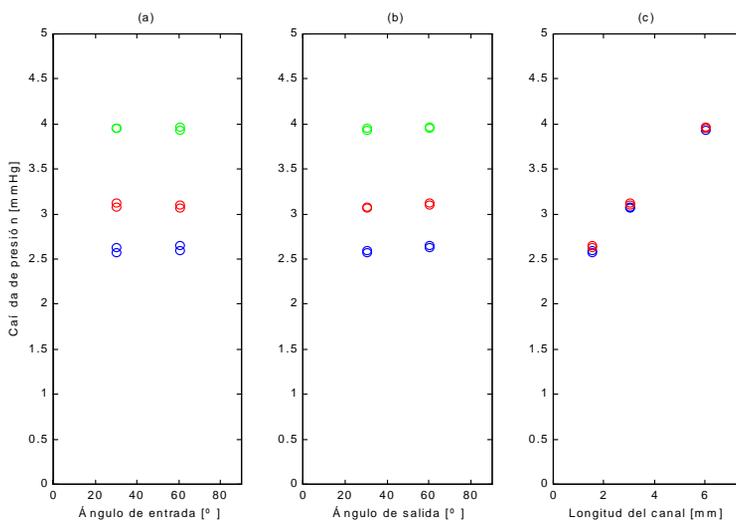


Figura AI1 - Dominio de flujo indicando la convención para la medición de los ángulos.

de  $1.5\text{ mm}$ ,  $3.0\text{ mm}$  y  $6.0\text{ mm}$  para la longitud del canal. Para todos los casos estudiados, se utilizó una estenosis de  $63\%$ , con catéter de  $0.7\text{ mm}$  de radio y sin catéter, y un caudal medio temporal de  $50\text{ ml/min}$ .

En la Figura AI2-a se observa la escasa influencia del ángulo de entrada sobre la caída de presión. Nótese que los puntos correspondientes a una misma longitud del canal se encuentran en el mismo rango de valores, tanto para  $30^\circ$  como para  $60^\circ$ , existiendo una leve variación entre los puntos de diferentes valores del ángulo de salida.

En esta figura ya se puede apreciar la fuerte influencia de la longitud del canal sobre la presión (debido a la gran diferencia entre los valores de presión de una experiencia a otra al variar este parámetro) y la leve influencia del ángulo de salida (por la separación de los



**Figura AI2** – Influencia de los parámetros estudiados sobre la caída de presión, para los estudios sin catéter. (a) y (b) Los colores verde, rojo y azul corresponden a los valores de longitud del canal de 6 mm, 3 mm y 1.5 mm, respectivamente. (c) El color rojo corresponde a los valores de ángulo de salida 60° y el azul a los de 30°.

puntos correspondientes a un mismo ángulo de entrada).

Si se analiza en cambio, la Figura AI2-b, se observa una leve variación de la caída de presión con respecto al ángulo de salida. Esto se desprende de apreciar que todos los puntos de la gráfica correspondientes a 60° de ángulo de salida, se encuentran más elevados que los análogos para 30°. Además, se ve la baja influencia del ángulo de entrada al observar la escasa dispersión de los puntos correspondientes a un mismo valor de ángulo de salida, y distinto ángulo de entrada.

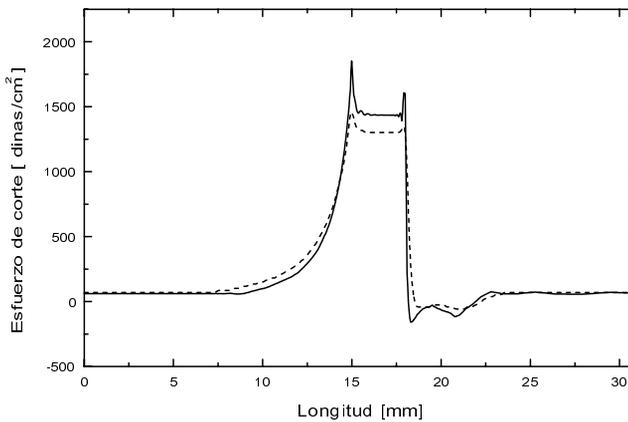
Por último, en la Figura AI2-c se observa la gran influencia del ancho del canal sobre la caída de presión. Nótese la pequeña separación entre los puntos correspondientes a diferentes ángulos de entrada y salida, comparados con la gran diferencia existente para los distintos valores de longitud de canal evaluados.

Análogamente, en el caso sin catéter se observa la misma tendencia. Tanto el ángulo de entrada como el de salida no tienen gran influencia sobre la caída de presión, y existe una elevada dependencia de ésta con la longitud del canal.

## II-Validaciones

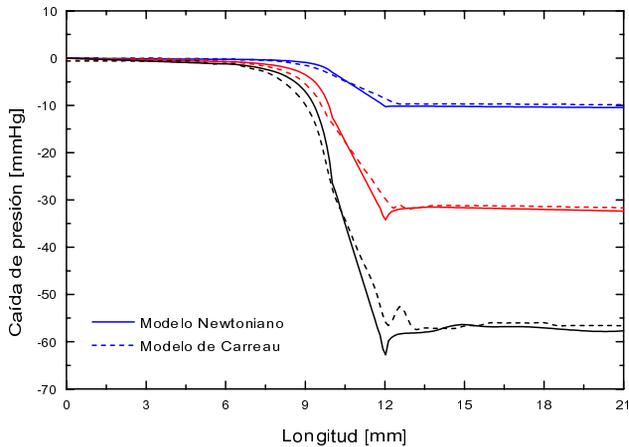
En este punto se expone la justificación del modelo newtoniano, a través de la validación de los resultados obtenidos mediante su comparación con resultados obtenidos por otros autores al utilizar un modelo no newtoniano (de Carreau) para la sangre<sup>5</sup>.

Para la validación se ha utilizado la geometría de la Figura 3-a como base del análisis, que se realizó a través del esfuerzo cortante sobre la pared arterial para un caudal medio temporal de  $50.0 \text{ ml/min}$ , y la variación de presión en la dirección axial para caudales medios temporales de  $10.0 \text{ ml/min}$ ,  $30.0 \text{ ml/min}$ , y  $50.0 \text{ ml/min}$ . Todas las curvas pertenecen al instante del pulso cardíaco en el cual se produce el caudal máximo, y se presentan en las



**Figura AII-1** - Comparación del esfuerzo cortante sobre la pared arterial para un caudal medio temporal de  $50.0 \text{ ml/min}$  y una estenosis de 63% con catéter de  $0.7 \text{ mm}$  de radio. La línea de trazos indica la curva publicada, obtenida con un modelo no-newtoniano de Carreau para la sangre, mientras que la línea llena indica el resultado obtenido en este trabajo.

dimensiones más usuales de la disciplina médica.



**Figura AII-2** - Comparación de la caída de presión a lo largo de la dirección axial, entre las obtenidas con el modelo newtoniano de este trabajo, y el modelo no-newtoniano de Carreau publicado, correspondientes a caudales medios temporales de  $10.0 \text{ ml/min}$  (azúl),  $30.0 \text{ ml/min}$  (rojo) y  $50.0 \text{ ml/min}$  (negro) y una estenosis de 63% con catéter de  $0.7 \text{ mm}$  de radio.

La Figura AII-1 muestra la comparación del esfuerzo cortante sobre la pared arterial, donde puede verse la buena concordancia, especialmente en la región de fuertes variaciones del flujo, en las zonas II, III y IV. Por otro lado, se compararon las caídas de presión en la dirección axial para los tres caudales medios temporales que se muestran en la Figura AII-2. Las escasas diferencias de los resultados con los obtenidos por Banerjee y otros<sup>5</sup>, validan adecuadamente la utilización del modelo newtoniano, sobre todo para los caudales medios más bajos donde tienen mayor influencia las características no newtonianas<sup>4</sup>.