

DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES DE CORPOS CILÍNDRICOS POR SIMULAÇÃO NUMÉRICA DIRETA

Paulo A. Ribeiro[†], Timoteo F. Souza[‡], Edith B. Schettini[†] e Jorge H. Silvestrini[‡]

[†] Instituto de Pesquisas Hidráulicas (IPH)
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
Bento Gonçalves 9500, Porto Alegre - RS, Brasil
e-mail: parribeiro@uol.com.br, bcamano@iph.ufrgs.br

[‡] Departamento de Engenharia Mecânica e Mecatrônica (DEM)
Faculdade de Engenharia (FENG)
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS)
Av. Ipiranga 6681, Porto Alegre - RS, Brasil
e-mail: timoteo@em.pucrs.br, jorgehs@em.pucrs.br

Palavras chave: Desprendimento de vórtices, Simulação numérica direta, Método de fronteiras virtuais, Transição, Turbulência.

Abstract. *Neste trabalho são apresentados resultados recentes de simulações numéricas directas em configuração bi e tridimensionais de escoamentos transicionais e turbulentos, ao redor de obstáculos cilíndricos. Para a representação do obstáculo é utilizado o método de fronteiras virtuais sendo o domínio discretizado em uma malha cartesiana, favorecendo desta forma, o uso de esquemas numéricos de alta precisão. As simulações foram realizadas com um código de Navier-Stokes que utiliza esquemas compactos de sexta ordem para o cálculo das derivadas espaciais enquanto que a integração no tempo se realiza por um esquema de Runge-Kutta de terceira ordem. Os resultados obtidos demonstram a potencialidade que a combinação Simulação Numérica Direta - Método de Fronteiras Virtuais tem para o estudo e análise da dinâmica de vórtices de escoamentos em configurações não-acadêmicas.*

1 INTRODUÇÃO

A turbulência é um dos fenômenos físicos que mais tem atraído a atenção de físicos, matemáticos e engenheiros nestes últimos cinquenta anos. O motivo é bem conhecido: o estudo de turbulência e a transição à turbulência são de grande interesse em diversas áreas do conhecimento, desde a medicina à astrofísica, incluindo as mais diversas áreas das engenharias. Em particular, o estudo de escoamentos turbulentos ao redor de obstáculos é de grande importância pois permite reduzir vibrações e esforços, que aumentam os custos dos seus produtos, através do controle do desprendimento de vórtices. Para isto torna-se imprescindível a correta descrição espacial-temporal da dinâmica dos vórtices coerentes do escoamento considerado.

A modelização matemática de escoamentos turbulentos ao redor de obstáculos com geometria complexa tem sido usualmente realizada através da discretização do domínio computacional em malhas curvilíneas “body-fitted” ou não-estruturadas. Esta abordagem implica em um grande custo computacional e uma significativa degradação da exatidão dos resultados. Entretanto, recentemente, uma opção às malhas não-estruturadas tem sido o método de fronteiras virtuais, que admite a utilização de malhas regulares e a representação de geometrias complexas através de um termo de força nas equações de movimento, permitindo verificar as condições de contorno na presença do obstáculo.^{1,2} Isto por sua vez, permite a utilização de esquemas numéricos de alta precisão e, portanto, de obter uma correta descrição da dinâmica não-estacionária da vorticidade.

No presente trabalho são apresentados resultados de recentes aplicações deste método em simulações bi e tridimensionais, para escoamentos transicionais e turbulentos ao redor de diferentes geometrias complexas, no contexto da simulação numérica direta.³ Os casos bidimensionais correspondem aos escoamentos ao redor de um cilindro com placa e ao redor de dois cilindros em configuração lado-a-lado. Enquanto que os casos tridimensionais correspondem ao escoamento ao redor de um cilindro isolado, de dois cilindros lado-a-lado, de um cilindro com placa e da interação entre a esteira produzida por um cilindro isolado com uma camada de mistura plana turbulenta.

2 METODOLOGIA

Considera-se um escoamento incompressível de um fluido de massa específica constante, governado pelas equações de Navier-Stokes, escritas na forma

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{u} = \vec{f} - \vec{\nabla} p + \nu \nabla^2 \vec{u}, \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0, \quad (2)$$

onde $\vec{u}(\vec{x}, t)$ é o campo de velocidades, $\vec{\omega}(\vec{x}, t)$ é o campo de vorticidade, $p(\vec{x}, t)$ denota a pressão modificada, ν é a viscosidade cinemática, e $\vec{f}(\vec{x}, t)$ é o campo de força externo.

O método de fronteiras virtuais permite verificar a condição de contorno de não-deslizamento dentro do escoamento através de termo $\vec{f}(\vec{x}_s, t)$ acrescentado na equação de quantidade de movimento. Esta força é definida sobre um conjunto de pontos de coordenadas \vec{x}_s que compõem a fronteira do obstáculo, na forma

$$\vec{f}(\vec{x}_s, t) = \alpha \int_0^t \vec{u}(\vec{x}_s, t) dt + \beta \vec{u}(\vec{x}_s, t), \quad (3)$$

onde α e β são constantes negativas com dimensões $1/T^2$ e $1/T$ respectivamente. A Eq. (3) representa um oscilador harmônico amortecido, cuja frequência depende de α e cujo coeficiente de amortecimento é função de α e β . Esta formulação permite obter $\vec{u} \approx \vec{0}$ no contorno imerso se $(|\alpha|, |\beta|)$ são suficientemente grandes. Neste trabalho, foram utilizados os maiores valores de $(|\alpha|, |\beta|)$ sem introduzir restrições adicionais no passo do tempo, o qual fica limitado unicamente pelo critério CFL. Em todas as simulações realizadas foram utilizados os mesmos valores de $(\alpha, \beta) = (-4000, -60)$. A escassa sensibilidade que estes parâmetros possuem nos resultados obtidos foi demonstrada por Ribeiro.⁴ Diversos métodos para a descrição do contorno virtual utilizando procedimentos de aproximação/interpolação foram analisados em Moser.² Uma discussão sobre a relação entre os diferentes métodos de fronteiras virtuais, sua discretização temporal e sua capacidade de reproduzir a condição de contorno exata $\vec{u} = \vec{0}$ é encontrada em Lamballais & Silvestrini.⁵

A resolução numérica das Eqs. (1,2) é obtida através de um esquema de diferenças finitas compacto de sexta ordem⁶, enquanto que a sua integração no tempo é realizada utilizando um esquema de Runge-Kutta de terceira ordem.⁷ A condição de incompressibilidade (2) é verificada por um método de passo fracionário através da resolução de uma equação de Poisson para a pressão. Outras informações sobre o código numérico e o método de fronteiras virtuais podem ser obtidas das referências bibliográficas.⁵ Nas simulações foram utilizadas as seguintes condições de contorno: na superfície superior e inferior do domínio impõem-se condições de deslizamento livre, a condição de contorno de saída é obtida através da solução de uma equação de convecção simplificada, e a condição de entrada é obtida considerando um perfil de escoamento constante ou de camada de mistura. Para as simulações tridimensionais impõem-se condições de periodicidade nas superfícies laterais. Esta escolha de condições de contorno permite verificar, no sentido discreto, e a cada sub-passo de tempo, a condição de incompressibilidade (2) com precisão de máquina com a ajuda de um *solver* de Poisson baseado num método direto e pseudo-espectral no plano transversal yz .

Devido às características dos métodos numéricos aqui utilizados (esquema em diferenças finitas sem dissipação numérica), o tratamento da força \vec{f} envolve um certo cuidado. Assim, se \vec{f} não for suficientemente regular no espaço, podem ocorrer significativas os-

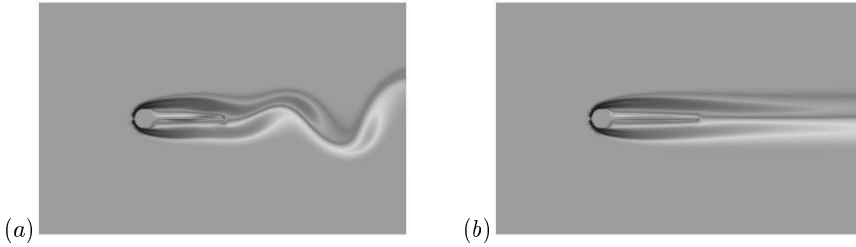


Figure 1: Campo de vorticidade para $Re = 160$ para: (a) $l/D = 4$ e (b) $l/D = 5$.

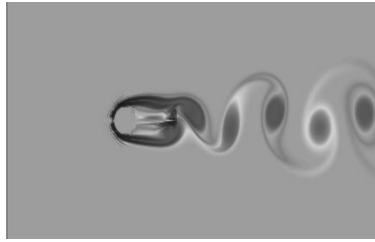


Figure 2: Campo de vorticidade para $Re = 300$ e $l/D = 2$.

cilações. Para reduzir esta dificuldade neste trabalho são utilizados procedimentos de suavizado e filtragem. O suavizado tem por objetivo concentrar a força $\vec{f}(\vec{x}_s, t)$ ao redor dos pontos que compõem a fronteira virtual, enquanto a operação de filtragem é aplicada sobre o termo $-\vec{\omega} \wedge \vec{u} + \vec{f}$ usando filtros compactos compatíveis com o esquema de diferenças finitas utilizado.

3 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES BIDIMENSIONAIS

3.1 Escoamento ao redor de cilindro com placa

O desprendimento de vórtices de Kármán é um dos principais responsáveis pelas vibrações danosas em estruturas, além de estar relacionado com o aumento do coeficiente de arraste. Por este motivo, seu controle, ou até mesmo a sua supressão, é de grande interesse para o aumento da vida útil de estruturas e para a redução dos esforços que dificultam o deslocamento de veículos. Um dos métodos de controle conhecidos é a utilização de placas de separação do escoamento. Dispostas a jusante dos obstáculos, estas placas são capazes de reduzir a frequência de desprendimento de vórtices e inclusive suprimir este desprendimento.⁸ Nas Figs. (1a) e (1b) podem ser observados escoamentos para o número de Reynolds, $Re = 160$, com placas de separação de comprimento $l/D = 4$ e 5,

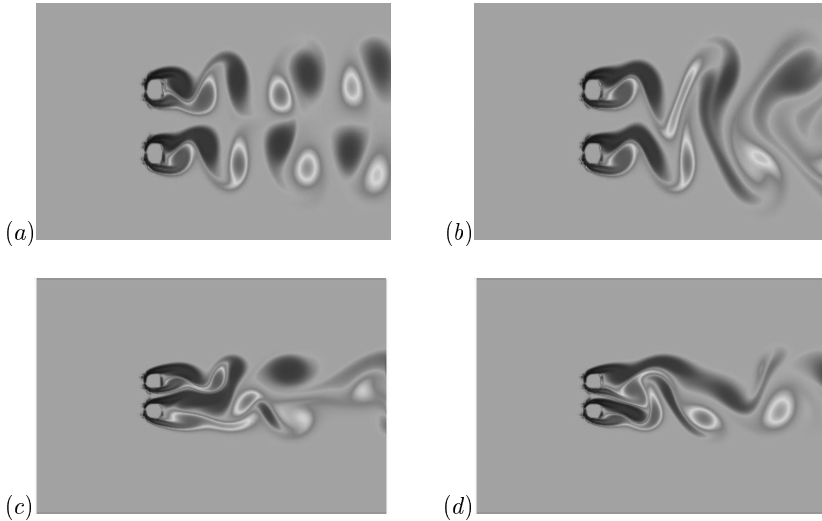


Figure 3: Campos de vorticidades correspondentes a $Re = 100$ e: $g/D = 2$ correspondente à interação fraca entre cilindros, mostrando (a) o modo ‘em oposição de fase’ de desprendimento de vórtices, (b) o modo ‘em fase’ de desprendimento de vórtices, e $g/D = 1$ correspondente à interação forte, (c) com jato de deflexão para cima e (d) com jato de deflexão para baixo.

respectivamente. Nestas figuras observa-se a supressão do desprendimento, encontrando grande concordância com outros trabalhos,⁹ que sugerem que o comprimento crítico de supressão é $l_c/D = 4.6$.

Para números de Reynolds maiores, um fenômeno interessante que aparece com a utilização de placas de separação é o surgimento de um vórtice de ponta. Na Fig.(2) observa-se uma imagem de uma simulação a $Re = 300$ e $l/D = 2$, onde o vórtice de ponta é localizado no final da placa na parte de acima. Uma descrição do fenômeno físico envolvido com o aparecimento deste vórtice secundário é analisado em Ribeiro.⁴ Nas simulações apresentadas, o domínio computacional tem as dimensões $(L_x \times L_y) = (19D \times 12D)$, com o cilindro localizado em $(C_x, C_y) = (6D, 6D)$ e $D = 24\Delta$, sendo Δ o tamanho da malha uniforme considerada.

3.2 Escoamento ao redor de dois cilindros

Na configuração de dois cilindros dispostos lado a lado, avalia-se o efeito da interação que a proximidade entre os mesmos, caracterizado pela separação entre as suas superfícies g , tem no desprendimento de vórtices. Segundo Williamson,¹⁰ esta interação é a responsável pela caracterização do escoamento resultante em interação fraca ou forte, dependendo da separação entre cilindros, $1.0 < g/D < 5.0$ ou $g/D < 1$ respectivamente.¹¹ No primeiro

caso, a interação fraca, o modo predominante de desprendimento de vórtices é o modo simétrico podendo ainda ser classificada em 'oposição de fase' ou 'em fase'. Já para a interação forte o modo predominante é o modo assimétrico caracterizado pela presença ativa de um jato defletor entre os cilindros que altera completamente o padrão de desprendimento.

Na Fig. (3) se apresentam resultados para $Re = 100$ e duas configurações $g/D = 1$ e 2. Para $g/D = 2$ o desprendimento de vórtices resultante é simétrico em oposição de fase (Fig. 3a) ou em fase (Fig. 3b). O modo em oposição de fase é denotado pelo desprendimento simultâneo de vórtices de Kármán de sinais opostos. Esta configuração é considerada estável e simétrica com referência a $y = 0$. Esta simetria limita a conexão dos vórtices desprendidos por ambos cilindros, definindo assim claramente duas esteiras independentes. Simulações realizadas para $Re = 200$ e 300, indicam que este modo de desprendimento de vórtices se manteve desde o início até o final da simulação, enquanto que para $Re = 100$, houve uma alteração do padrão de desprendimento de vórtices, bifurcando para o modo em fase no tempo $tU_\infty/D \approx 200$. Este fato é semelhante ao que ocorre no desprendimento de vórtices em cilindros isolados, onde o modo 'varicoso' (ou em oposição de fase) é sempre o primeiro a ser observado, e somente depois o modo sinusoidal (ou em fase) emerge e se impõe devido a sua maior taxa de amplificação. O modo 'em fase' (Fig. 3b), muito menos comentado na bibliografia, é um modo instável, sendo caracterizado pela interação entre vórtices desprendidos de ambos os cilindros e sucessivos 'pairings' entre vórtices do mesmo sinal. Como resultado obtém-se uma única esteira.

O caso particular $g/D = 1$ é de especial interesse pois nesta configuração encontra-se a transição entre os regimes de interação fraca e de interação forte. Para $g/D < 1$ a forte interação entre os cilindros altera radicalmente o padrão de desprendimento de vórtices quebrando sua estrutura simétrica. Uma característica marcante da interação forte entre cilindros é a intensificação do jato central que interage com as esteiras formadas por cada cilindro. Como resultado o jato central é defletido verticalmente de um lado ao outro, podendo se estabelecer em alguma posição, para depois retomar seu comportamento aleatório. Este fato é claramente identificado nas animações realizadas a partir dos campos de vorticidade obtidos em toda a simulação. Assim como ocorre na interação fraca, duas esteiras também se formam inicialmente no caso da interação forte, porém a presença do jato provoca uma alteração importante no desenvolvimento destas esteiras. O jato defletido para cima, provoca um alargamento da esteira de baixo comprimindo a esteira de cima conforme a Fig. (3c). Este comportamento é alterado quando o jato deflete para baixo, alargando a esteira de cima e comprimindo a esteira de baixo (Fig. 3d). A explicação para este fenômeno é a seguinte: quando o jato deflete para cima, provoca, por um lado, a diminuição da zona de recirculação da esteira de cima, e por outro, aspira a zona de recirculação da esteira de baixo alargando-a. Segundo Williamson,¹⁰ para $g/D = 0.7$ e 0.85, a esteira fina desaparece pouco a pouco, sendo absorvida pela esteira espessa que termina por se recentrar entre os dois cilindros. Nestas simulações o domínio

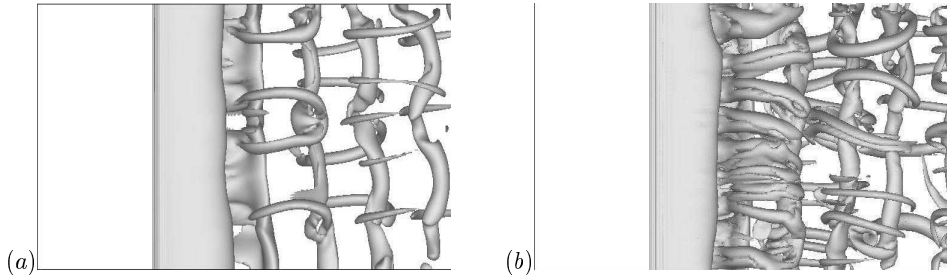


Figure 4: Vista de lado das iso-superfícies de módulo de vorticidade $\omega = 1, 5U_c/D$: (a) $Re = 200$ e (b) $Re = 300$.

computacional foi de $(L_x \times L_y) = (24D \times 16D)$, com os cilindros localizados em $C_x = 8D$ e centrado em y , e $D = 24\Delta$.

4 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES TRIDIMENSIONAIS

4.1 Escoamento ao redor de um cilindro reto

O estudo do desprendimento de vórtices na esteira de cilindros circulares é objeto de grande interesse graças a sua simplicidade geométrica, a complexidade da sua esteira e a sua grande aplicação prática. Devido às dificuldades de analisar os padrões de desprendimento e de frequência a baixos números de Reynolds, foi tão somente nos últimos dez anos que obteve-se um satisfatório entendimento destes fenômenos, havendo ainda grande campo para pesquisa em torno desta geometria simples e de grande utilidade. Williamson¹² colocou em evidência experimentalmente a existência de padrões de desprendimento associados com instabilidades tridimensionais, chamadas de Modo-A e Modo-B, para o escoamento em transição a números de Reynolds entre 170 e 300.

Estes modos de desprendimento são responsáveis por descontinuidades na relação número de Reynolds x frequência de desprendimento, expressa adimensionalmente em função do número de Strouhal.¹² Nas Figs. (4a) e (4b) são identificados os modos A e B de desprendimento, para os números de Reynolds 200 e 300 respectivamente, obtidos através de simulações numéricas tridimensionais do escoamento ao redor de um cilindro com a utilização do método de fronteiras virtuais. As estruturas longitudinais associadas a instabilidade do Modo A, Fig.(4a), tem comprimento de onda perpendicular, $\lambda_z/D = 4$, surgindo a partir de aproximadamente $Re = 180$, e impondo uma sensível alteração da frequência de desprendimento da esteira. As estruturas associadas a instabilidade do Modo B, Fig.(4b), começam a aparecer no escoamento a partir de aproximadamente $Re = 240$, têm comprimento de onda preferencial $\lambda_z/D = 1$, e induzem novamente uma forte mudança na

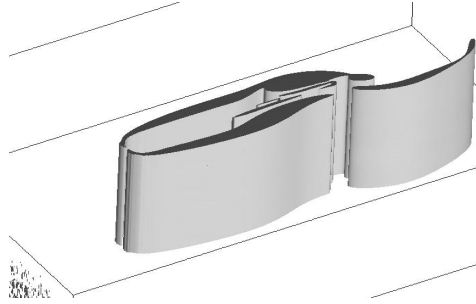


Figure 5: Vista em perspectiva da iso-superfície de módulo de vorticidade $\omega=1,5 U_c/D$ para cilindro com placa $l/D=6$ para $Re=300$.

freqüência de desprendimento da esteira. Estes resultados concidem com os obtidos experimentalmente por Williamson.¹² Estas simulações tridimensionais foram realizadas em um domínio computacional de dimensões $(L_x \times L_y \times L_z) = (19D \times 12D \times 10D)$, com o cilindro posicionado em $(C_x, C_y) = (6D, 6D)$, e $D = 18\Delta x = 18\Delta y = 10\Delta z$.

4.2 escoamento ao redor de um cilindro com placa

Uma simulação do escoamento ao redor de um cilindro a $Re = 300$ com placa de comprimento $l/D = 6$ num domínio tridimensional foi realizada com o objetivo de avaliar qual é a relação entre a origem da redução da freqüência adimensional, já colocada em evidência nas simulações bidimensionais, e o desprendimento de vórtices longitudinais. Os resultados apresentaram um escoamento predominantemente bidimensional sendo percebidas apenas algumas pequenas oscilações verticais nas isosuperfícies de vorticidade após o término da placa como mostra a Fig. (5). De fato os espectros de freqüência de sinais de velocidade demonstram que há uma variação de 6% entre a freqüência adimensional da simulação $2D$, $S = 0,086$, e aquela da simulação $3D$, $S = 0,081$. A diferença entre os números de Strouhal das simulações com placa $2D$ e $3D$ é proporcionalmente maior do que aquela observada entre as simulações sem placa, respectivamente $S = 0,194$ e $S = 0,189$, que resultam numa diferença de somente 2,5%. Desta forma, é bem provável que, apesar das pequenas oscilações no sentido perpendicular observadas nas isosuperfícies de vorticidade, os efeitos da tridimensionalidade do escoamento são sentidos pela esteira afetando a freqüência com que os vórtices se desprendem. A utilização de placas separadoras do escoamento atrás de cilindros circulares a $Re = 300$ permite a supressão das estruturas longitudinais do desprendimento do Modo B . A simulação tridimensional com placa de separação, realizada para $Re = 300$, foi conduzida até o tempo $tU_\infty/D=174,1$, onde o escoamento atingiu um regime permanente de desprendimento de vórtices. Na simulação apresentada, o domínio computacional tem as dimensões $(L_x \times L_y \times L_z)=(19D \times 12D \times 5D)$, com $D = 24\Delta x = 24\Delta y = 10\Delta z$, sendo o cilindro localizado em $(C_x, C_y)=(6D, 6D)$.

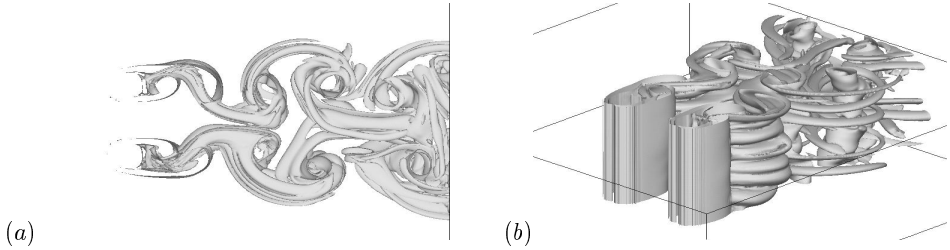


Figure 6: Vistas superior (a) e em perspectiva (b) da iso-superfície de módulo de vorticidade $\omega = 1, 5U_c/D$ para $Re = 300$.

4.3 escoamento ao redor de dois cilindros

As simulações bidimensionais do escoamento ao redor de dois cilindros colocaram em evidência os modos simétrico (em fase ou em oposição de fase) e assimétrico de desprendimento de vórtices. A prolongação natural do trabalho é analisar o caso tridimensional. Fig.(6a) mostra duas imagens do campo de vorticidade obtida para este caso. Os resultados parecem indicar uma predominância do modo em oposição de fase de desprendimento de vórtices de Kármán. Entretanto, o domínio tridimensional permite o desenvolvimento de estruturas longitudinais de vórtices, com comprimento de onda médio similar àquele observado nas estruturas da esteira de um cilindro correspondente ao Modo-B de instabilidade, a $Re = 300$, como mostra a Fig.(6b). Nas simulações 2D e 3D obtiveram-se frequências adimensionais de desprendimento de respectivamente 0,216 e 0,223 para o $Re = 300$, apresentando portanto uma diferença de apenas 3% apesar da presença estruturas longitudinais no desprendimento. A simulação tridimensional com dois cilindros foi conduzida até tempo $tU_\infty/D=145$, onde o escoamento atingiu um regime permanente de desprendimento de vórtices. Na simulação apresentada, o domínio computacional tem as dimensões $(L_x \times L_y \times L_z)=(16D \times 16D \times 5D)$, com os cilindros localizados em $(C_x, C_{y1}, C_{y2})=(6D, 6.5D, 9.5D)$ com $D = 24\Delta x = 24\Delta y = 10\Delta z$.

4.4 Interação entre a esteira ao redor de um cilindro e uma camada de mistura

Em todas as simulações apresentadas até o momento foi considerado um perfil de velocidade uniforme (sem perturbações) como condição de entrada. O objetivo desta simulação é analisar as alterações que um perfil de entrada não uniforme ocasiona no desprendimento de vórtices. O escoamento considerado é usado em projetos de salas ultra-limpas na indústria de alimentos e foi estudado experimentalmente por Heitz.¹³ Neste caso considerada-se

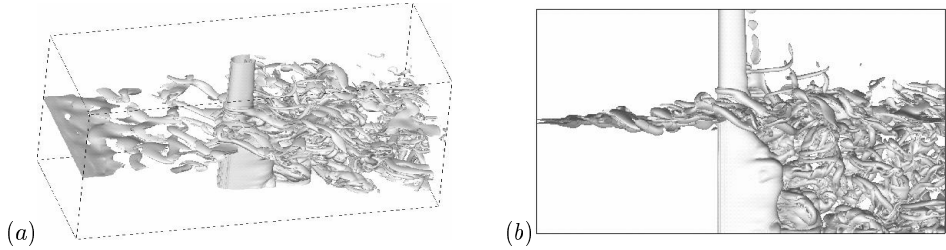


Figure 7: Vistas em perspectiva (a) e de lado (b) da iso-superfície de módulo de vorticidade $\omega = 2U_c/D$ para $Re = 400$.

um perfil de camada de mistura na entrada do domínio na forma

$$\langle u_x \rangle(z) = \frac{U_1 + U_2}{2} - \frac{U_1 - U_2}{2} \tanh\left(\frac{2z}{\delta_{\omega_i}}\right)$$

onde δ_{ω_i} é a espessura de vorticidade inicial, e U_1 e U_2 são as velocidades das duas correntes paralelas. Definem-se a diferença de velocidade $\Delta U = U_1 - U_2$ e a velocidade convectiva $U_c = (U_1 + U_2)/2$. Os três parâmetros adimensionais do presente problema são a relação de velocidades $\lambda = \Delta U/2U_c$, o número de Reynolds $Re = U_c D/\nu$, e a relação $H = D/\delta_{\omega_i}$.

A Fig. (7) mostra vistas em perspectiva e de lado do escoamento resultante. Nela podem-se identificar a formação de vórtices de Kelvin-Helmholtz e seus sucessivos "pairings" e duas esteiras, cada uma correspondente à velocidade local do escoamento, uma lenta e outra rápida. O cilindro induz uma forte distorsão do escoamento médio produzindo um intenso movimento vertical para acima (na frente do cilindro) e para baixo (atrás do cilindro). A corrente descendente provoca fortes perturbações na esteira rápida modificando a frequência de desprendimento de vórtices enquanto que a esteira lenta se comporta de forma semelhante ao caso convencional de escoamento constante. Semelhantes resultados foram observados nas experiências de Heitz.¹³ O cálculo foi realizado para um domínio computacional de $(L_x \times L_y \times L_z) = (28D \times 12D \times 16D)$ com o cilindro localizado em $13D$ com uma malha de $(n_x \times n_y \times n_z) = (672 \times 288 \times 193)$. Outros parâmetros considerados foram: $\lambda = 0,5$, $Re = 400$ e $H = 3$. Demais resultados destas simulações podem ser consultados em Lamballais & Silvestrini⁵ e Silvestrini & Lamballais¹⁴.

5 CONCLUSÕES

Os resultados apresentados mostram que a associação entre a simulação numérica direta (DNS) e o método de fronteiras virtuais (MFV), tem todas as qualidades para simular escoamentos transicionais e turbulentos em geometrias não triviais. Esta conjunção possui todas as vantagens da DNS no sentido de poder analisar conjuntamente a dinâmica de

vorticidade e as estatísticas das soluções, mantendo sua limitação principal nos números de Reynolds moderados que podem ser considerados.

6 AGRADECIMENTOS

Ao Centro Nacional de Supercomputação (CESUP/UFRGS) e ao Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique (IDRIS/CNRS) pelas horas alocadas nos supercomputadores CRAY T94 e NEC SX5, respectivamente. À FAPERGS e ao CNPq pelas bolsas outorgadas.

REFERÊNCIAS

- [1] D. GOLDSTEIN, R. HANDLER, and L. SIROVICH. Modeling a no-slip boundary condition with an external force field. *J. Comp. Phys.*, **105**, 354–366 (1993).
- [2] C. A. MOSER. Simulação numérica de esteiras em transição utilizando o método de fronteiras virtuais. Dissertação de mestrado em Matemática Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, (2002).
- [3] J. SILVESTRINI. Simulação numérica direta e de grandes escalas de escoamentos transicionais e turbulentos. In *II Escola de Primavera de Transição e Turbulência*, pages 148–219, Uberlândia, (2000).
- [4] P. RIBEIRO. Desprendimento de vórtices e controle de esteira de cilindros por simulação numérica direta. Dissertação de mestrado em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, (2002).
- [5] E. LAMBALLAIS and J.H. SILVESTRINI. Direct numerical simulation of interactions between a mixing layer and a wake around a cylinder. *J. Turbulence*, **3**, 1–21 (2002).
- [6] S. K. LELE. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J. Comp. Phys.*, **103**, 16–42 (1992).
- [7] J. H. WILLIAMSON. Low-storage Runge-Kutta schemes. *J. Comp. Phys.*, **35**, 48–56 (1980).
- [8] A. ROSHKO. Perspectives on bluff body aerodynamics. *J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **49**, 79–100 (1993).
- [9] K. KNOW and H. CHOI. Control of laminar vortex shedding behind a circular cylinder using splitter plates. *Phys. Fluids A*, **8**, 479–486 (1996).
- [10] C. H. K. WILLIAMSON. Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies. *J. Fluid Mech.*, **159**, 1–18 (1985).
- [11] P. BEARMAN and A. WADCOCK. The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream. *J. Fluid Mech.*, **61**, 499–511 (1973).
- [12] C. H. K. WILLIAMSON. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **28**, 477–539 (1996).

- [13] D. HEITZ. *Etude expérimentale du sillage d'un barreau cylindrique se développant dans une couche de mélange plane turbulente*. PhD thesis, Université de Poitiers, (1999).
- [14] J.H. SILVESTRINI and E. LAMBALLAIS. Direct numerical simulation of wakes using virtual cylinders. *Int. J. of Computational Fluid Dynamics*, (in press) (2002).