

ANÁLISIS DE LA AERODINÁMICA DE UN AUTOMOVIL DE COMPETICIÓN

Carlos Sacco*, E. Gonzalez* y F. Giuggioloni*

*Dpto. Mec. Aer., Facultad de Ingeniería, Instituto Universitario Aeronáutico.
Av. Fuerza Aérea 6500 (X5010JMX), Córdoba, Argentina.
Email: csacco@iua.edu.ar, web page: www.iua.edu.ar

Palabras Clave: Flujo Incompresible, automóviles de carreras, aerodinámica, CFD.

Resumen: *El análisis aerodinámico de automóviles se ha venido haciendo mediante la utilización de túneles de viento y ensayos en pista. Estos métodos permiten obtener excelentes resultados, sin embargo, los elevados costos de las instalaciones y las dificultades en la adquisición de datos hace que en muchos casos, su utilización, sea prohibitiva. Debido a esto y con el constante mejoramiento de las capacidades de las computadoras y la optimización de los algoritmos de cálculo, la utilización de métodos computacionales se ha incrementado notablemente en los últimos años. En este trabajo se muestra la aplicación de un programa de simulación basado en el método de los Elementos Finitos para el estudio de la aerodinámica externa de vehículos terrestres. Se analizan dos algoritmos diferentes, Pasos Fraccionados y una formulación Implícita Monolítica y se evalúan las ventajas y desventajas de la utilización de cada uno de los algoritmos para su aplicación a este tipo de problemas. Finalmente se muestra un ejemplo de un vehículo de competición de TC 2000, donde se describen todos los pasos seguidos, desde la modelación hasta el análisis de los resultados.*

1. Introducción

Si bien la mecánica computacional no es una disciplina nueva, gracias a las grandes mejoras experimentadas en el desarrollo de las computadoras han hecho de la simulación numérica una herramienta de suma utilidad en la ingeniería.

Uno de los campos donde la mecánica computacional ha revolucionado por completo la forma de trabajar es en la mecánica de fluidos. Si nos remontamos a mediados de la década del 90 la única forma de realizar simulaciones, con resultados confiables, era mediante el uso de las llamadas super computadoras, que estaban al alcance de muy poca gente. Las nuevas tecnologías y la continua mejora de los algoritmos de cálculo han hecho posible que estos mismos programas de simulación puedan correr en Computadoras Personales de bajo costo.

Este hecho también posibilitó la aparición de nuevos programas, como el que se presenta en este trabajo, que junto con un entorno de pre y post proceso adecuado hacen del mismo, una plataforma robusta y fácil de utilizar.

2. Algoritmos

En este trabajo se analizan dos algoritmos de resolución de las ecuaciones de Navier Stokes en régimen incompresible. La forma discreta se obtiene mediante la utilización del método de los Elementos Finitos [6], utilizando, en ambos casos elementos lineales, tanto para la presión como para la velocidad.

2.1. Ecuaciones de Navier Stokes

Para una correcta simulación del campo de movimiento de un flujo transitorio e incompresible se utilizan las ecuaciones de Navier Stokes [2]. Dichas ecuaciones se pueden escribir de la siguiente forma:

Ecuación de momento

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nu \Delta \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \nabla p = \mathbf{f} \quad \text{en } \Omega \times (t_0, t_f) \quad (1)$$

Ecuación de continuidad

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{en } \Omega \times (t_0, t_f) \quad (2)$$

donde Ω representa el dominio de fluido, \mathbf{u} es el vector velocidad, p es la presión, ν es la viscosidad sinemática y ρ es la densidad.

Las condiciones de contorno son:

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \text{ en } \Gamma_u \quad (3)$$

$$\sigma \mathbf{n} = \bar{t} \text{ en } \Gamma_\sigma \quad (4)$$

donde σ es el tensor de tensiones viscoso y \mathbf{n} el vector normal al contorno. Las condiciones de contorno se deben satisfacer para todo $t \in (t_o, t_f)$. Estas ecuaciones se completan con las siguientes condiciones iniciales,

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \text{ en } t_0$$

$$p = p_0 \text{ en } t_0$$

2.2. Esquema de Pasos Fraccionados

El primer algoritmo que se presenta corresponde a un esquema semi-implícito de Pasos Fraccionados [2], [3], [7]. Utilizando un esquema de Euler hacia adelante ($\theta=0$) para la discretización temporal y realizando el *split* de la presión en la ecuación de momento llegamos a las siguientes expresiones,

$$\bar{\mathbf{u}}^{n+1} = \mathbf{u}^n - \delta t [\mathbf{u}^n \cdot \nabla \mathbf{u}^n - \nu \Delta \mathbf{u}^n + \mathbf{f}] \quad (5)$$

$$\mathbf{u}^{n+1} = \bar{\mathbf{u}}^{n+1} - \frac{\delta t}{\rho} \nabla p^{n+1} \quad (6)$$

en estas ecuaciones se introduce $\bar{\mathbf{u}}$ que se denomina velocidad fraccionario. Tomando divergencia de la ecuación (6) y aplicando la ecuación de continuidad, llegamos a

$$\Delta p^{n+1} = \frac{\rho}{\delta t} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}^{n+1} \quad (7)$$

En este trabajo el esquema obtenido se discretiza mediante elementos finitos estandar y para estabilizar los términos convectivos se aplica el método SUPG (Streamline Upwind Petrov Galerkin) [5], con lo cual se llega al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\delta t} (\bar{\mathbf{u}}_h^{n+1}, \mathbf{v}_h) &= \frac{1}{\delta t} (\mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h) - (\mathbf{u}_h^n \cdot \nabla \mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h) - \nu (\nabla \mathbf{u}_h^n, \nabla \mathbf{v}_h) - (\mathbf{f}^n, \mathbf{v}_h) - \\ &+ \left(\tau (\mathbf{u}_h^n \cdot \nabla \mathbf{u}_h^n + \rho^{-1} \nabla p_h^n + \mathbf{f}^n), \mathbf{u}_h^n \cdot \nabla \mathbf{v}_h \right) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\left(\nabla p_h^{n+1}, \nabla q_h\right) = \frac{\rho}{\delta t} \left[\left(\bar{\mathbf{u}}_h^{n+1} - \mathbf{u}_h^n, \nabla q_h\right) - \left(\nabla \cdot \mathbf{u}_h^n, q_h\right) \right] \quad (9)$$

$$\left(\mathbf{u}_h^{n+1}, \mathbf{v}_h\right) = \left(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h\right) - \frac{\delta t}{\rho} \left(\nabla p_h^{n+1}, q_h\right) \quad (10)$$

para toda $(\mathbf{v}_h, q_h) \in \mathbf{V}_h \times \mathbf{Q}_h$. El índice n indica el paso de tiempo y el subíndice h representa el problema discreto. En las ecuaciones anteriores se utilizó la siguiente notación:

$$(a, b) = \int_{\Omega} a \cdot b \, d\Omega$$

Si se condensan las matrices de masa de las ecuaciones (8) y (10) para el cálculo de $\bar{\mathbf{u}}_h^{n+1}$ y \mathbf{u}_h^{n+1} respectivamente obtenemos ecuaciones explícitas, mientras que la ecuación (9), que se transformó en un problema de Poisson para la presión, se resuelve mediante Gradientes Conjugados con preconditionado diagonal que resulta muy eficiente para este tipo de problema.

El procedimiento completo para el cálculo de un paso de tiempo se realiza de la siguiente forma

- Calcular de la velocidad fraccionaria $\bar{\mathbf{u}}_h^{n+1}$ mediante la ecuación (8).
- Calcular la presión p_h^{n+1} con la ecuación (9).
- obtener la velocidad real \mathbf{u}_h^{n+1} utilizando la ecuación (10).
- Aplicar las condiciones de contorno.

2.3. Esquema Implícito Monolítico

Para obtener el esquema que denominamos Implícito Monolítico [8]-[9] se resuelven las ecuaciones de Navier Stokes en forma conjunta. En este caso para discretizar el tiempo se utiliza el método de Euler hacia atrás ($\theta = 1$) con lo cual nos queda,

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n - \delta t \left[\mathbf{u}^{n+1} \cdot \nabla \mathbf{u}^{n+1} - \nu \Delta \mathbf{u}^{n+1} + \nabla p^{n+1} + \mathbf{f}^{n+1} \right] \quad (11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \quad (12)$$

Las ecuaciones (11) y (12) se discretizan mediante elementos finitos estandar. En este caso la estabilización se realiza mediante OSS (*Ortogonal Subscale Stabilization*) [4]-[1]. Para resolver el problema de la no linealidad que se presenta en los términos convectivos y en la estabilización se utiliza una iteración de Punto Fijo (método de Picard). Si utilizamos la notación $(a, b) = \int_{\Omega} a \cdot b \, d\Omega$ obtenemos el siguiente esquema discreto,

$$\frac{1}{\delta t} \left(\mathbf{u}_h^{n+1,i}, \mathbf{v}_h\right) = \frac{1}{\delta t} \left(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h\right) - \left(\mathbf{u}_h^{n+1,i-1} \cdot \nabla \mathbf{u}_h^{n+1,i}, \mathbf{v}_h\right) - \nu \left(\nabla \mathbf{u}_h^{n+1,i}, \nabla \mathbf{v}_h\right) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{\rho} (p_h^{n+1,i-1}, \nabla \mathbf{v}_h) + (\mathbf{f}^{n+1}, \mathbf{v}_h) - \\
 & - \left(\tau \left(\mathbf{u}_h^{n+1,i-1} \cdot \nabla \mathbf{u}_h^{n+1,i} - \pi_h^{n+1,i-1} \right), \mathbf{u}_h^{n+1,i-1} \cdot \nabla \mathbf{v}_h \right)
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 \delta t \left(\nabla p_h^{n+1,i} - \nabla p_h^{n+1,i-1}, \nabla q_h \right) & = \left(\tau \left(\xi_h^{n+1,i-1} - \nabla p_h^{n+1,i} \right), \nabla q_h \right) \\
 & - \rho \left(\nabla \cdot \mathbf{u}_h^{n+1,i}, q_h \right)
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\left(\pi_h^{n+1,i}, \tilde{\mathbf{v}}_h \right) = \left(\mathbf{u}_h^{n+1,i-1} \cdot \nabla \mathbf{u}_h^{n+1,i}, \tilde{\mathbf{v}}_h \right) \tag{15}$$

$$\left(\xi_h^{n+1,i}, \tilde{\mathbf{v}}_h \right) = \left(\nabla p_h^{n+1,i}, \tilde{\mathbf{v}}_h \right) \tag{16}$$

para toda $(\mathbf{v}_h, q_h, \tilde{\mathbf{v}}_h) \in \mathbf{V}_h \times \mathbf{Q}_h \times \tilde{\mathbf{V}}_h$. El índice i representa la iteración de Picard y n indica el paso de tiempo. El subíndice h se utiliza para indicar que estamos ante el problema discreto.

Es importante notar que en la ecuación (14) el primer término tiende a cero a medida que se itera dentro del paso de tiempo, la razón por la cual se deja es que mejora la condición del sistema.

La resolución del sistema de ecuaciones que surgen de (13-16) se realiza mediante un esquema iterativo por bloques. En el primer paso se resuelve el sistema no simétricas dada por (13) mediante el método de Gradientes Biconjugados (BCG) preconditionado. En segundo paso la ecuación (14) es resuelta median Gradiente Conjugados con preconditionado diagonal. Finalmente para resolver las ecuaciones (15) y (16) se condensa la matriz de masas con lo cual obtenemos dos sistema explícitos. Estos cuatro pasos se repiten hasta alcanzar la convergencia deseada.

- Calcular de la velocidad $\mathbf{u}^{n+1,i}$ resolviendo el sistema de ecuaciones (13).
- Calcular la presión $p^{n+1,i}$ resolviendo el sistema (14).
- Calcular la proyección del término convectivo $\pi_h^{n+1,i}$ mediante la ecuación (15).
- Calcular la proyección del término del gradiente de la presión $\xi_h^{n+1,i}$ mediante la ecuación (16).
- Aplicar condiciones de contorno.
- Volver al primer paso hasta hasta lograr convergencia para el paso de tiempo.

3. Comparación de los algoritmos

La razón por la cual se muestran los dos algoritmos es que para algunos ejemplos donde las perturbaciones son pequeñas el algoritmo de pasos fraccionados es muy eficiente, sin embargo en

problemas donde las variaciones en el campo de flujo son importantes resulta mejor el algoritmo Implícito Monolítico. En la figura (1) se muestran las curvas de convergencia de la fuerza de sustentación para un perfil naca 0012, a la izquierda para un ángulo de ataque nulo y a la derecha para 4 grados.

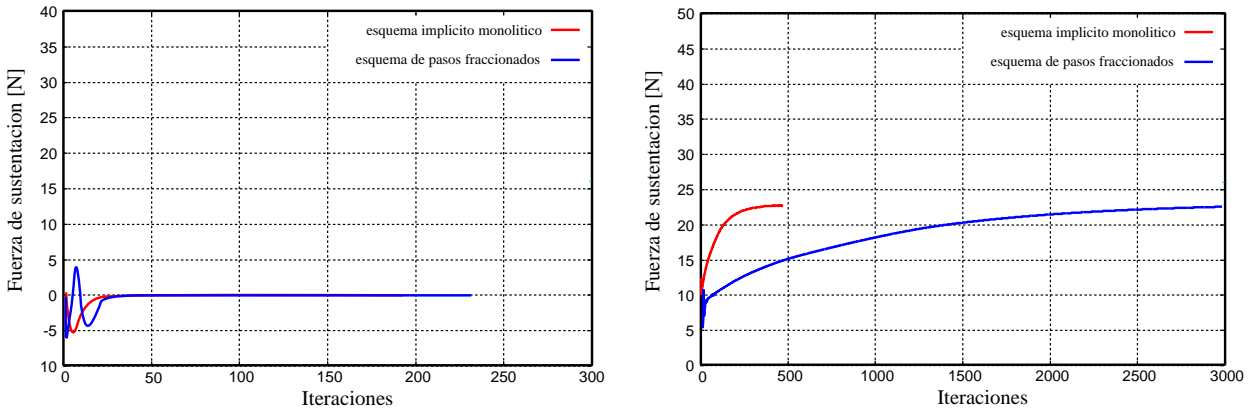


Figura 1: comparación de velocidad de convergencia.

En el primer caso ($\alpha = 0^\circ$) el esquema de Pasos Fraccionados resultó ser dos veces más rápido (tiempo de CPU), sin embargo con $\alpha = 4^\circ$ el esquema Implícito Monolítico fué cuatro veces más rápido.

4. Aplicación del CFD a un automóvil de competición

4.1. Casos de validación (cuerpo de Ahmed)

El cuerpo de Ahmed es un modelo genérico de automóvil con una forma muy simple que permite obtener resultados experimentales muy precisos. Aunque se trata de un modelo sencillo el mismo refleja muchas de las características generales que se presentan en un automóvil.

Dentro de esta geometría utilizada como test, existen distintas configuraciones para la parte trasera del mismo, siendo variable el ángulo ϕ que se observa en el esquema de la figura (2). En el problema de validación presentado en este trabajo se fijó dicho ángulo a un valor de $12,5^\circ$.

Como condición de contorno, en la entrada del dominio se impuso la velocidad igual a la velocidad de corriente libre; en la salida se fijó la presión. En la pared lateral, la pared superior y el plano de simetría se impuso una condición de deslizamiento libre; en el cuerpo de Ahmed se impuso ley de pared, el valor de y^+ utilizado fue 30. Para simular los efectos turbulentos se utilizó el modelo algebraico de Smagorinsky. Finalmente como se consideró que el piso era móvil se impuso sobre el mismo el valor de velocidad igual al de la corriente libre.

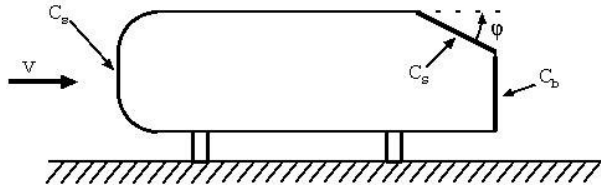


Figura 2: Esquema del cuerpo de Ahmed

Resultados

El ejemplo propuesto ha sido ensayado en tuneles de viento y sus resultados son utilizados para verificar técnicas de medición y para la puesta a punto de programas de simulación de aerodinámica de vehículos.

Como resultado más importante del ejemplo se extrae el valor del coeficiente de resistencia C_d que se ha dividido en cuatro aportes; C_S resistencia de la zona inclinada (Slant part), C_B resistencia de base, C_K resistencia de la parte delantera y finalmente C_R resistencia de fricción. Cada uno de estos coeficientes corresponde a una zona que se puede identificar en la figura (2). Este coeficiente adimensional se calcula mediante:

$$F_d = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_d \quad (17)$$

donde S es la superficie de referencia (superficie frontal) y F_d es la fuerza de resistencia.

En la tabla (1) se presenta la comparación de los resultados obtenidos en la simulación con los resultados experimentales [Ahm84].

	Ahmed	CFD	% Error
C_S	0,037	0,043	16 %
C_B	0,122	0,140	15 %
C_K	0,017	0,020	18 %
C_R	0,052	0,041	-21 %
C_d	0,230	0,244	6,1 %

Cuadro 1: Comparación de los resultados

En la figura (3) se presentan algunas visualizaciones de los resultados numéricos obtenidos.

4.2. Análisis del Toyota Corolla (TC2000)

Uno de los puntos más importantes a la hora de realizar una simulación mediante CFD es contar con una geometría adecuada del modelo que se quiere analizar. En el caso de vehículos de com-

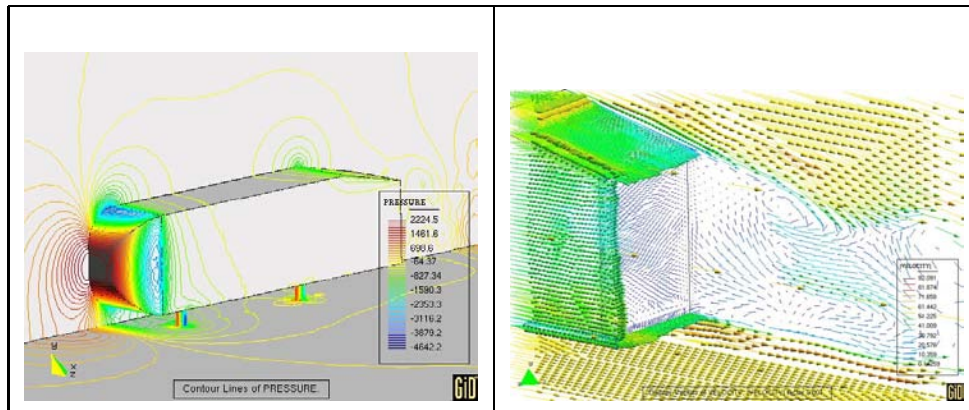


Figura 3: Contornos de presión (izquierda), detalle de los vectores de velocidad (derecha).

potencia, donde la geometría dista considerablemente de la versión de calle del mismo modelo, conseguir los datos geométricos que definen al automóvil es una tarea muy dificultosa.

En este trabajo se optó por realizar un relevamiento de la geometría mediante la técnica conocida como Fotogrametría. Esta técnica permite realizar un modelo tridimensional a partir de una serie de fotografías, en la cuales se deben marcar algunos puntos los cuales se denominan *puntos de apoyo*. Una vez procesadas las fotografías se encuentra la posición en el espacio de estos puntos.

4.2.1. Fotogrametría

La aplicación de esta técnica se puede dividir en dos partes, la primera se realiza sobre el modelo que se quiere reproducir y consiste en la demarcación y fotografiado del mismo; la segunda parte es el procesamiento de los datos que se extraen a partir de las fotos.

Marcación y fotografía

Para la aplicación de esta técnica se debe marcar el modelo real con una serie de puntos, en este caso se dispusieron 287 puntos ubicados en puntos considerados relevantes para su posterior utilización (por razones de simetría se utilizó sólo la mitad del vehículo). Por otro lado se realizaron las marcas de calibración, las cuales dependen del tipo de cámara que se utiliza, el *zoom* y la lente con que se está trabajando.

Una vez finalizada la marcación se tomaron 28 fotografías en distintos ángulos y elevaciones. Como complemento se tomaron fotografía de algunos detalles para una mejor representación del modelo. En la figura (4) se muestran dos de las fotografías que se utilizaron en la fotogrametría del Corolla, en las mismas se pueden apreciar los puntos de apoyo.

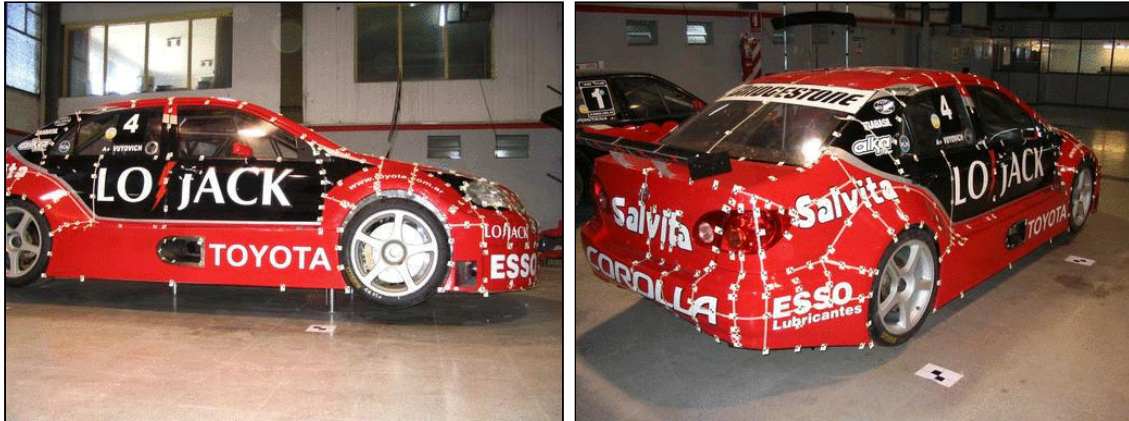


Figura 4: Fotogrametría.

Generación del Modelo tridimensional

Utilizando el programa comercial FOTO-MODELLER se procesaron las fotografías previamente tomadas. El trabajo inicial consiste en la identificación, en cada una de las fotos, de los *puntos de apoyo*. Una vez identificados se debe encontrar la relación entre cada uno de ellos, numerándolos según un orden conveniente. Como resultado se obtiene la ubicación en el espacio de cada uno de los puntos procesados. La precisión del método depende de la calidad de la fotografía y del proceso de calibración, en el caso presentado se estimó que el error fue del orden de los 5 mm. Para lograr esta precisión se utilizaron fotos digitales de 3 *Megapixels*

A partir de la nube de puntos obtenida se generan las líneas de forma que luego se utilizaron como soporte para generar las superficies que le dan la forma final al modelo de CAD. En la figura (5) se muestran las cuatro etapas principales para la obtención del CAD, generación de los puntos, generación de líneas de soporte, generación de superficies y finalmente se agregan los detalles como las ruedas, escape, alerón etc. Este trabajo se realizó con CATIA V5.

En la figura (6) se muestra el resultado final al que se llegó, que como se puede apreciar contiene un alto grado de detalle. Esta geometría se tomó como base y a partir de ella se realizan las modificaciones requeridas para cada análisis.

4.3. Resultados

El dominio de análisis se dividió en dos volúmenes de control (ver figura (7)), lo cual permitió refinar la malla de una forma simple, sin incrementar en forma excesiva el número de elementos total de la malla. Como condiciones de contorno se impuso la velocidad en la entrada, la pared lateral, la pared superior y el piso, en el plano de simetría se impuso una condición de deslizamiento libre y en la salida se fijó la presión. Sobre el automóvil se impuso ley de pared con el $y^+ = 30$ y

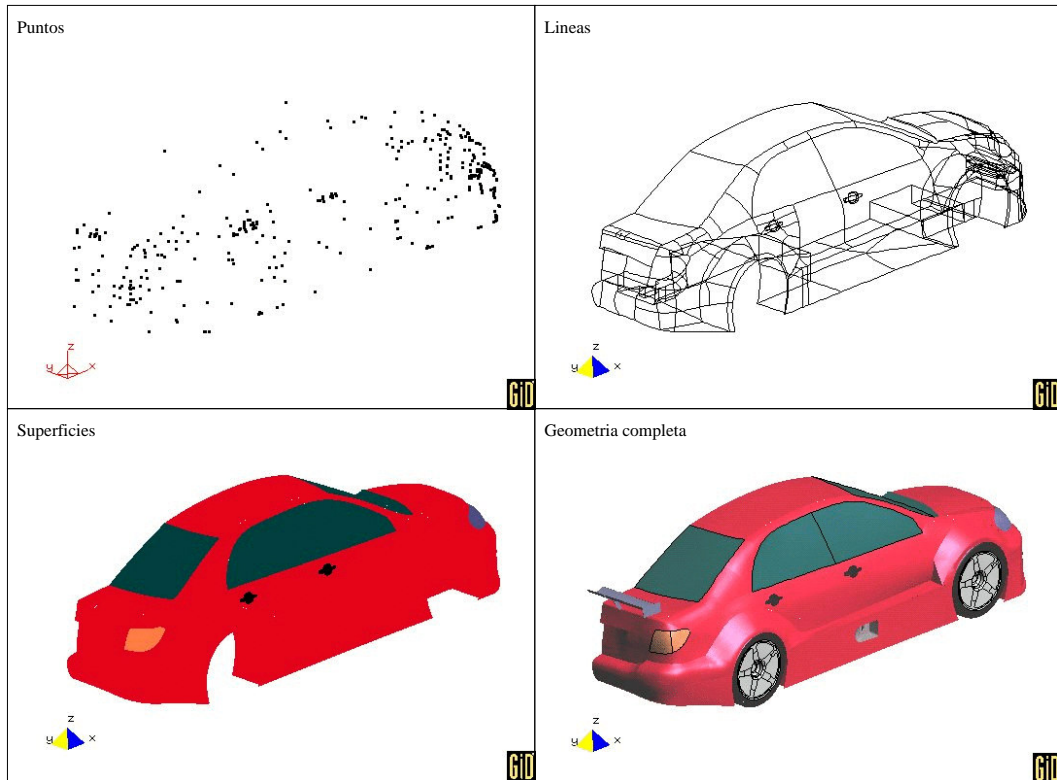


Figura 5: proceso de generación de la geometría.



Figura 6: CAD del Toyota Corolla de TC2000.

para la turbulencia se utilizó el modelo de Smagorinsky.

Como primer paso en el estudio aerodinámico se realizó un análisis de sensibilidad de la malla,

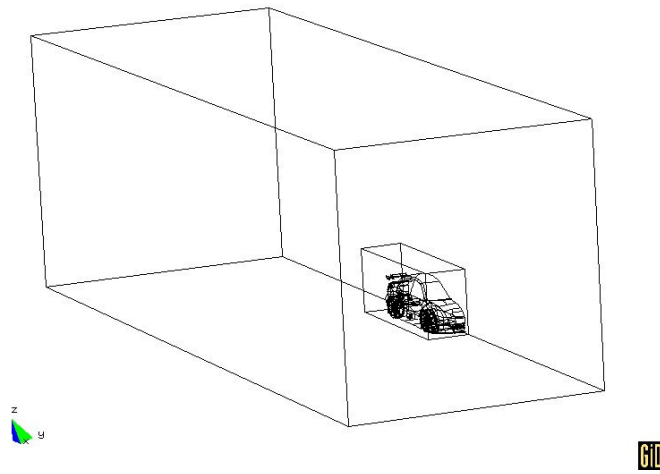


Figura 7: Volumen de control.

poniéndose especial énfasis en zonas críticas que se habían identificado previamente como el piso delantero, las ruedas y parte interior de los guardabarros y el alerón. A partir de los resultados de dicho análisis se definieron los tamaños de malla a utilizar en cada zona. El tamaño asignado sobre el auto fue de 15mm excepto en el piso delantero y el alerón donde se utilizaron elementos de 9mm. El suelo se discretizó con elementos de 25mm de lado, finalmente para la estela, en la zona más cercana del vehículo, se dispusieron elementos de 45mm. Es importante destacar que no se utilizaron elementos de capa límite, por lo tanto los tamaños indicados son los mismos para la dirección tangencial. Como resultado se obtuvo una malla de 1.7 millones de elementos y 0.39 millones de nodos.

Para comenzar el estudio del comportamiento aerodinámico del Toyota Corolla el primer objetivo que se planteó fue el de realizar un análisis del tipo cualitativo de la forma en que afectan al comportamiento general del vehículo las principales variables que se habían identificado. Estas variables son:

- Incidencia y altura de los pisos delantero y central
- Incidencia de la carrocería
- posición e incidencia del alerón

En este trabajo, y a modo de ejemplo, se presenta el análisis que se realizó del alerón del Corolla.

Análisis del alerón

Al analizar un elemento como el alerón se debe tener en cuenta que el objetivo principal de este elemento es el de producir carga aerodinámica. Esta carga se transmite hacia el piso a través de las ruedas y se utiliza para lograr una mejor adherencia de los neumáticos. Sin embargo el aumento o disminución de la carga aerodinámica no siempre produce un efecto en el mismo sentido, esto se debe a que la posición del centro de presiones se modifica notablemente.

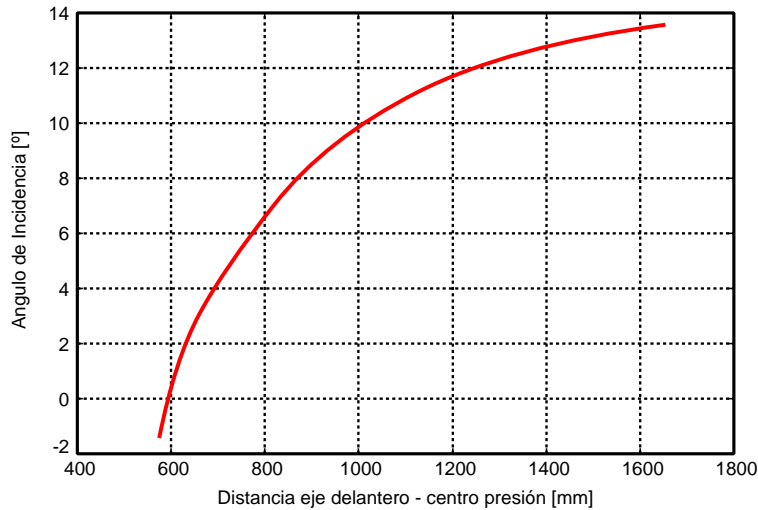


Figura 8: variación de la posición del C_p .

Por este motivo uno de los primeros estudios que se planteó fue ver como se ve afectada la posición del C_p con la variación de la incidencia del alerón, Este análisis se realizó mediante 5 corridas con distintos ángulos de incidencia. Los resultados obtenidos se pueden ver en las figuras (8) y (9). En la primera de ellas se presentan los resultados en forma de curva mientras que en la segunda se muestra la posición, en el plano medio, del centro de presiones en cada caso.

El aumento del ángulo de incidencia tiene como efecto un corrimiento hacia atrás del centro de presiones, con lo cual el aumento de la carga en el eje trasero es mayor que el aumento de la carga aerodinámica. Este efecto trae como consecuencia que el eje delantero va perdiendo carga y por lo tanto pierde tracción, ya que el automóvil que estamos analizando es de tracción delantera. El ángulo de incidencia óptimo para la incidencia del alerón es aquella que proporciona un correcto balance de carga en los ejes, el cual dependerá del tipo de circuito.

En la figura (11) se muestran las imágenes del campo de velocidades y presiones para una de las corridas.

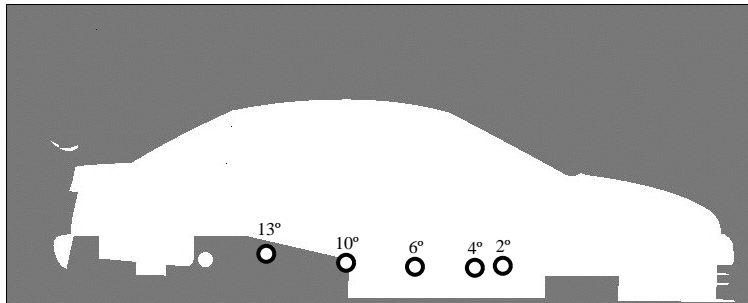


Figura 9: posición del Cp en el plano medio del automóvil.

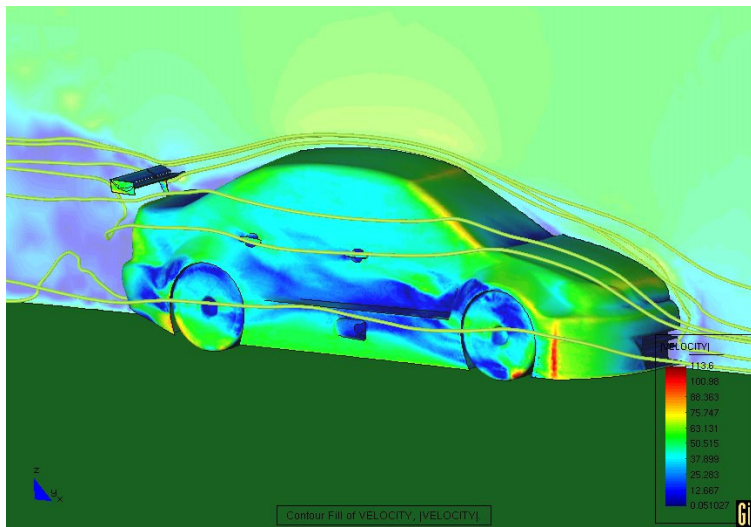


Figura 10: Líneas de corriente

5. Conclusiones

En este trabajo se presenta una aplicación de CFD a un vehículo de competición. Si bien solo se presentan algunos resultados, se han probado una gran cantidad de modificaciones a la geometría original y muchas de ellas se corroboraron en pista mediante ensayos. Los resultados han mostrado una excelente correspondencia.

En lo que respecta a los algoritmos que se muestran se ha comprobado que en la mayoría de los casos el algoritmo Implícito es más eficiente, aunque hay que mencionar que los requerimientos de máquina son mayores.

El relevamiento geométrico del automóvil realizado mediante fotogrametría resultó ser muy eficaz y precisa, ya que permitió obtener un modelo con un alto grado de fidelidad.

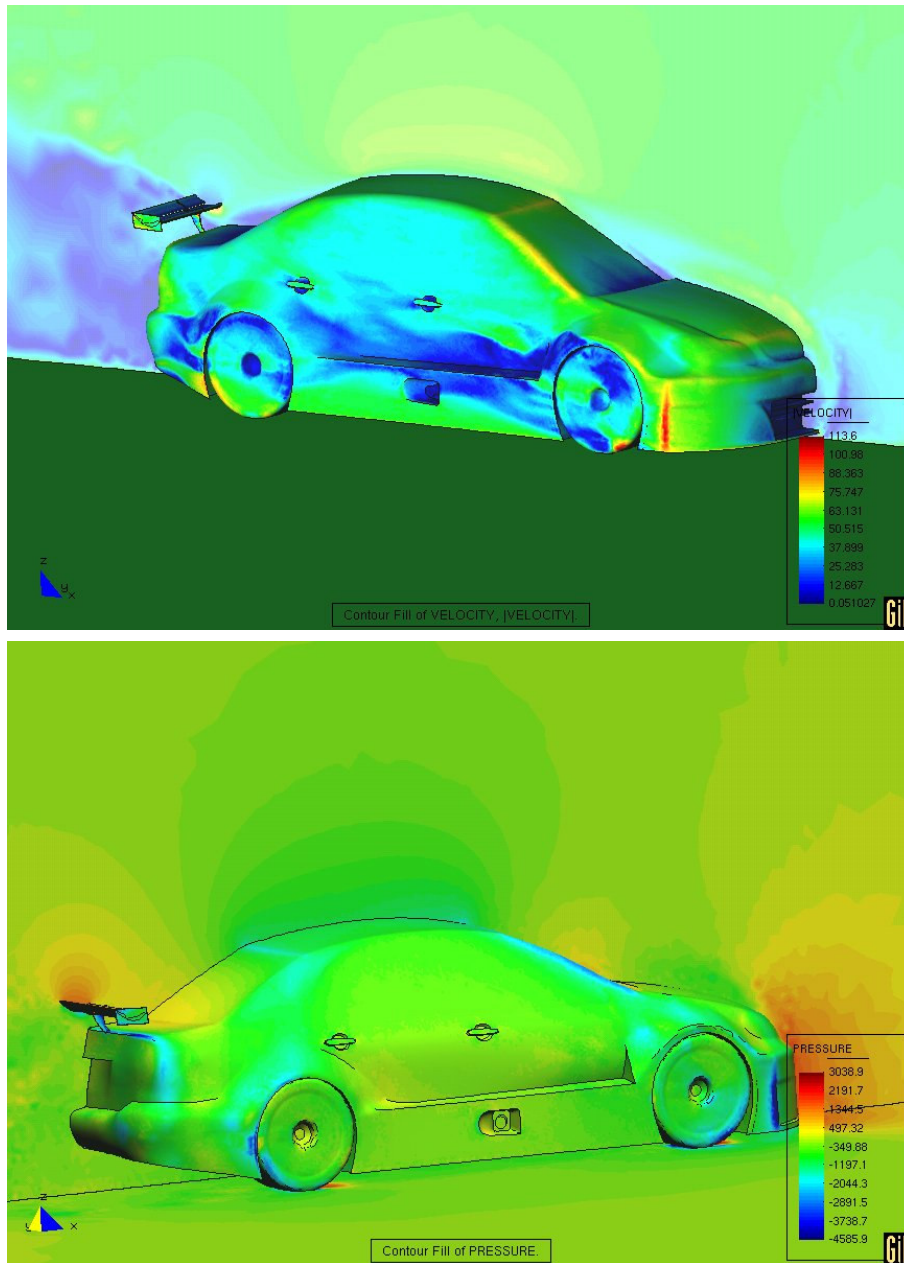


Figura 11: Contornos de velocidad (arriba) y de presión (debajo).

Agradecimientos

Este trabajo se realizó gracias al apoyo e interés del TTA (Toyota Team Argentina).

Referencias

- [1] Bell J., Collela P. and Glaz H., 'A second order projection method for the Navier-Stokes equations', J. Comput. Phys. 85, 257-283 (1989).
- [2] Chorin A. 'On the convergence of discrete approximation to the Navier-Stokes equations', Math. Comput. 23 (1969).
- [3] Codina R., 'Pressure stability in fractional step finite element methods for incompressible flow', J. Comput. Phys. 170 112-140 (2001).
- [4] Codina R., 'Stabilization of incompressibility and convection through orthogonal sub-scales in finite element methods', Comput. Methods Appl. Engrg. 190, 1579-1599 (2000).
- [5] Codina R., Oñate E. and Cervera M., 'The intrinsic time for the SUPG formulation using quadratic elements', Comput. Methods Appl. Engrg. 94, 239-262 (1992).
- [6] Lohner R., 'Applied CFD Techniques', John Willey and Sons (2001).
- [7] Oñate E., Sacco C. and Idelsohn S., 'A finite point method for incompressible flow problems', Comput. Visul. Sci. 3, 67-75 (2000).
- [8] Soto O., Lohner R., 'An implicit monolithic time accurate finite element scheme for incompressible flow problems', AIAA 2616-2631 (2001).
- [9] Soto O., Lohner R., Cebal J. and Camelli F., 'A stabilized edge-base incompressible flow formulation', Comput. Methods Appl. Engrg. 193, 2139-2154 (2004).