# PROJETO ÓTIMO DE TORRES DE AÇO COM A CONSIDERAÇÃO DA ESTABILIDADE GLOBAL DA ESTRUTURA

Gines A. S. Falcon\*, José Guilherme S. da Silva† e Niander A. Cerqueira\*

\* Universidade Estadual do Norte Fluminense, UENF Laboratório de Engenharia Civil Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, Brasil e-mail: gines@uenf.br

† Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ Departamento de Engenharia Mecânica Rio de Janeiro, Brasil e-mail: jgss@uerj.br

**Key words:** Torres de Aço, Otimização Estrutural, Instabilidade Estrutural, Programação Não-Linear.

Abstract. Este trabalho apresenta uma metodologia de análise para o projeto ótimo de torres de aço, com base no emprego de técnicas de programação não-linear. O modelo proposto minimiza o peso do sistema estrutural sujeito a restrições mecânicas e geométricas correntes, tais como restrições de tensões máximas nas barras e de deslocamentos máximos no topo das torres. Adicionalmente, propõe-se, ainda, a inclusão de restrições que tem por objetivo prevenir o problema referente à instabilidade estrutural. Técnicas usuais do método dos elementos finitos, com base no emprego do programa comercial Nastran, são utilizadas para dar respaldo ao algoritmo de otimização utilizado no desenvolvimento do trabalho, a análise do comportamento estrutural das torres e, bem como, a análise de sensibilidade do projeto a variações de seus parâmetros. O algoritmo de direções viáveis robusto utilizado requer uma configurações inicial viável e gera uma seqüência de configurações viáveis de menor custo, o que é particularmente apropriado para otimização estrutural. Os resultados obtidos na otimização dos diversos modelos em estudo mostram que as estruturas geradas são mais eficientes e confiáveis em relação a modelos que não previnem a segurança contra a instabilidade estrutural

## 1 INTRODUÇÃO

Recentemente, o projeto e a fabricação de torres de aço foi incentivado com a abertura do mercado brasileiro ao investimento externo, em particular no setor de telecomunicações e transmissão de energia. Neste contexto, o presente trabalho de pesquisa apresenta o desenvolvimento de uma metodologia de análise para o projeto ótimo de torres de aço de telecomunicações e de transmissão de energia. Assim sendo, objetiva-se definir uma estrutura mecanicamente mais eficiente e de baixo custo sem, no entanto, comprometer a segurança da mesma.

Uma característica marcante das torres de aço de telecomunicações e de transmissão de energia reside no fato de que estas apresentam a estrutura espacial altamente indeterminada. De modo geral, os nós das torres são constituídos por perfis metálicos do tipo cantoneiras. As cargas de projeto que solicitam esse tipo de estrutura podem ser: peso próprio, cargas devidas ao vento e eventuais sobrecargas devidas aos equipamentos e cabos sustentados pela torre<sup>1</sup>.

Um problema frequentemente abordado por vários autores<sup>3,4,6</sup>, se refere à instabilidade estrutural. A geração de estruturas muito esbeltas e consequentemente sensíveis às imperfeições iniciais pode vir a impossibilitar o aproveitamento prático desses projetos. O problema de instabilidade estrutural se origina, principalmente, quando a estrutura apresenta cargas críticas coincidentes para modos de flambagem distintos, uma vez que podem surgir interações entre os modos que reduzem a carga de ruína da estrutura. Assim sendo, a metodologia de análise aqui apresentada complementa o modelo de otimização clássico introduzindo restrições associadas a condições de instabilidade global da torre metálica.

Este trabalho considera uma metodologia para o projeto ótimo de torres metálicas usando técnicas de programação não-linear<sup>3,5</sup>, incluindo restrições que verifiquem a estabilidade global das estruturas. O projeto visa minimizar o peso de torres metálicas através do dimensionamento ótimo das seções transversais das barras, satisfazendo restrições mecânicas usuais como tensões máximas nas barras e deslocamentos máximos no topo da estrutura. Adicionalmente, são incluídas duas restrições de projeto que limitam o valor mínimo para o fator critico de flambagem e a relação mínima entre os dois primeiros fatores críticos. Esses fatores são de extrema importância para a utilização de estruturas geradas após o processo de otimização.

#### 2 O PROBLEMA DE INSTABILIDADE

Devido à utilização de modelos para projeto ótimo que não se ajustam ao comportamento real de sistemas estruturais correntes em engenharia, alguns problemas de instabilidade têm sido verificados nas estruturas após o processo de otimização.

Um problema associado à otimização reside no fato de que a mesma pode gerar estruturas sensíveis às imperfeições iniciais. Tal fato pode vir a ocorrer, especialmente, quando o sistema estrutural apresenta repetição de fatores críticos associados a modos de flambagem distintos. Esse tipo problema deve ser evitado, pois surgem interações entre os modos de flambagem que podem reduzir a carga de colapso da estrutura.

A repetição de fatores críticos de carga,  $\lambda$ , para diferentes modos de flambagem inviabiliza o cálculo dos gradientes associados a esses modos de flambagem, uma vez que não existe a derivada destes numa determinada configuração  $X^k$ , pois a derivada à direita do ponto  $X^k$  é diferente da derivada à esquerda.

A ocorrência de fatores críticos de carga repetidos no projeto deve ser evitada não só pela impossibilidade matemática comentada anteriormente, mas, principalmente, porque tal ocorrência provavelmente conduz a uma estrutura sensível a imperfeições. Na metodologia de análise desenvolvida neste trabalho tal igualdade é evitada considerando-se restrições sobre a diferença mínima entre o primeiro e o segundo fator de carga. Ressalta-se, ainda, que de forma geral, apenas as menores cargas de flambagem são de interesse prático. O colapso estrutural ocorre antes da estrutura atingir qualquer carga de flambagem superior.

Considerando-se a relevância indiscutível do assunto em questão para a aplicação prática dos métodos de otimização, pode-se concluir que, até o presente momento, poucos autores estudaram o problema da consideração de restrições de projeto referentes à condição de estabilidade global de torres de aço.

A analise estrutural linear elástica normalmente encontra-se associada a um estado de equilíbrio estático que quando a solicitação aplicada à estrutura é removida assume-se que há um retorno à posição original. Entretanto, há certas magnitudes de cargas  $P_{cr}$ , cargas críticas de flambagem, que tornam a estrutura instável, levando a mesma a sofrer deformações irreversíveis, devido a relações não-lineares entre tensões e deslocamentos.

O problema de instabilidade linear inclui os efeitos provocados por um incremento de rigidez na matriz de rigidez linear,  $k_L$ . Esse incremento é dado por uma matriz de rigidez geométrica  $k_G$ , que depende da geometria da estrutura, tipo de elemento utilizado e do carregamento aplicado. Neste caso a matriz de rigidez do sistema é a soma das matrizes linear e geométrica, ou seja:  $k = k_L + k_G$ 

Do ponto de vista físico, a matriz de rigidez geométrica representa a aproximação linear de um decréscimo nos valores da matriz de rigidez linear  $k_L$ , no caso de uma carga axial de compressão, ou de um acréscimo, no caso de uma carga axial de tração.

O equilíbrio estático da estrutura para um valor estacionário da energia de deformação U, é obtido derivando-se a mesma em relação aos deslocamentos u:

$$\frac{\partial U}{\partial u} = k \, u + k_G \, u = 0 \tag{2.1}$$

A matriz de rigidez geométrica, por ser dependente somente da geometria e carregamento aplicado, pode ser escrita em função da carga aplicada P e de uma matriz constante  $k_C$ , de forma que:

$$(k_L + P k_C)u = 0 (2.2)$$

Para que a equação (2.2) tenha uma solução não-trivial o determinante da matriz de coeficientes desta equação deve ser nulo.

Uma estrutura real tem um número infinito de graus de liberdade, entretanto mediante a discretização da estrutura aproxima-se o comportamento das estruturas para um número finito de graus de liberdade. O número de cargas críticas obtidas para o modelo de elemento finito é igual ao número de graus de liberdade do modelo discretizado.

O valor de  $\lambda_i$  é o fator escalar que multiplica a carga aplicada P para produzir a carga crítica de flambagem  $P_{cr_i}$ . Assim sendo, a equação (2.2) pode ser reescrita em função desse fator escalar  $\lambda_i$  através da expressão:

$$(k_L + \lambda_i k_G) u = 0 (2.3)$$

A equação (2.3) está na forma de um problema de autovalor, cujas raízes são os autovalores  $\lambda_i$  e cada uma destas raízes corresponde a um autovetor, que representa um modo de flambagem do sistema estrutural. Obtidos os autovalores  $\lambda_i$ , pode-se calcular as cargas críticas de flambagem fazendo uso da equação (2.3).

No calculo de autovalores (fatores críticos de flambagem) foi utilizado o método de Lanczos disponibilizado no software Nastran<sup>5</sup>. Esta técnica transforma a matriz de coeficientes preservando seus autovalores de forma a facilitar a sua determinação de forma seqüencial.

Os gradientes dos autovalores necessários para o processo de otimização são obtidos a partir da equação (2.3), a mesma pré-multiplica-se por u<sup>T</sup> e deriva-se em relação as variáveis de projeto, obtendo-se na seqüência:

$$u^{T}(k_{L} + \lambda . k_{G})u = 0 \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial u^{T}}{\partial x} (k_{L} + \lambda . k_{G}) u + u^{T} (k_{L} + \lambda . k_{G}) \frac{\partial u}{\partial x} + u^{T} \left( \frac{\partial k_{L}}{\partial x} + \lambda . \frac{\partial k_{G}}{\partial x} \right) u + \frac{\partial \lambda}{\partial x} u^{T} k_{G} u = 0$$
(2.5)

Sabe-se, pela equação (2.3), que os dois primeiros termos da equação (2.5) se anulam. Sendo a parcela ( $u^T K_G u$ ) = -1, tem-se que:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = u^T \left( \frac{\partial k_L}{\partial x} + \lambda \cdot \frac{\partial k_G}{\partial x} \right) u \tag{2.6}$$

A sensibilidade da matriz de rigidez linear  $k_L$ , definida na teoria de análise linear, é imprescindível também na determinação da sensibilidade de projeto. A mesma pode ser avaliada de forma analítica ou discreta enquanto que a sensibilidade da matriz de rigidez geométrica  $k_G$  é computada utilizando-se diferenças finitas:

$$\frac{\partial k_G}{\partial x} \approx \frac{k_G \left(X^o + \Delta X , u + \Delta u\right) - k_G \left(X^o , u\right)}{\Delta x}$$
 (2.7)

Neste trabalho é estudada a incidência de autovalores repetidos associado a autovetores diferentes em aplicações práticas de otimização estrutural, uma vez que isto indica uma estrutura instável, sensível a imperfeições. A possibilidade de ocorrência desta fonte de instabilidade estrutural é evitada incluindo-se uma restrição sobre a relação entre os dois primeiros autovalores.

## 3 MODELO PARA O PROJETO ÓTIMO

O projeto ótimo consiste na minimização de uma função custo sujeito a um conjunto de restrições de desigualdade utilizando técnicas numéricas para sua solução. Seja X as variáveis de projeto, f(X) a função objetivo e  $g_i(X)$ ; i=1,2,...,m, as restrições de desigualdade. Assim sendo, o problema de otimização estrutural pode ser definido como apresentado na Equação (3.1). Na Expressão (3.1),  $f \in g$  são funções em  $\Re^n$ .

Minimizar 
$$f(X)$$
  
Sujeito a  $g(X) \le 0$  (3.1)

A função objetivo quantifica a qualidade do projeto e permite definir o melhor dentre todos os projetos possíveis, para o modelo de otimização adotado. O peso próprio da torre metálica é definido a partir das variáveis de projeto, como mostrado na Equação (3.2). Na Expressão (3.2),  $a_i$  representa a seção transversal da i-ésima barra,  $\gamma$  é o peso específico do material das barras da estrutura,  $l_i$  é o comprimento da i-ésima barra da torre e nbar é o número de barras.

$$f(X) = \sum_{i=1}^{nbar} a_i \ \gamma \ l_i \tag{3.2}$$

Assim sendo, o problema consiste na determinação das dimensões ótimas das seções transversais das barras da estrutura. Cada variável de projeto  $a_i$  representa um grupo de barras constituintes das estruturas estudadas. O vetor das varáveis de projeto é representado por X, como apresentado na Equação (3.3).

$$X = \left\langle a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_{n \, var} \right\rangle^T \tag{3.3}$$

Na sequência, as restrições de tensão são dadas pela Equação (3.4), onde  $\sigma_i$  é a tensão da barra i e  $\sigma_{adm}$  é a correspondente tensão máxima admissível.

$$g_i^s(X) = \frac{|\sigma_i|}{\sigma_{odm}} - 1; \quad i = 1, ..., nbar$$
(3.4)

As restrições referentes aos deslocamentos dos pontos nodais da torre são apresentadas na Equação (3.5), onde u<sub>j</sub> é o deslocamento calculado para j-ésimo grau de liberdade

nodal,  $u_{adm}$  é o seu correspondente deslocamento máximo admissível e ngl é o número de graus de liberdade restritas na estrutura.

$$g_{j}^{d}(X) = \frac{|u_{j}|}{u_{adm}} - 1; \quad j = 1,..., ngl$$
 (3.5)

Em relação ao problema de instabilidade, descrito no item 2 deste trabalho, a metodologia de projeto desenvolvida introduz restrições referentes à condição de estabilidade global da estrutura das torres metálicas. Assim sendo, de forma a garantir a segurança contra a instabilidade global, são incluídas as restrições mostradas nas Equações (3.6) e (3.7). Destaca-se que  $\lambda_{1cr}$  e  $\lambda_{2cr}$  representam os autovalores correspondentes a primeira e segunda cargas críticas do sistema estrutural em questão e  $\overline{\lambda}$  e r são os valores limites correspondentes.

$$g_k^{lf}(X) = 1 - \frac{\lambda_{1cr}}{\overline{\lambda}}$$
 (3.6)

$$g_k^{lf}(X) = r - \frac{\lambda_{2cr}}{\lambda_{1cr}}$$
(3.7)

Finalmente, são considerados, ainda, limites superiores e inferiores sobre as variáveis de projeto,  $g_{vub}$  e  $g_{vlb}$ , como mostram as Equações (3.8) e (3.9). Nas Expressões (3.8) e (3.9),  $X_{vub}$  e  $X_{vlb}$  são, respectivamente, os valores máximo e mínimo admissíveis associados a variável  $X_i$ .

$$g_{vub}(X) = \frac{X}{X_{vub}} - 1$$
 (3.8)

$$g_{vlb}(X) = 1 - \frac{X}{X_{vib}}$$
 (3.9)

Na otimização do projeto foi utilizado o algoritmo de direções viáveis robusto disponibilizado no software comercial Nastran<sup>5</sup>. A idéia básica deste método é, a partir de um projeto inicial viável, definir um outro projeto também viável de menor valor do objetivo. É definida uma direção de busca viável que reduze a função objetivo, sem violar as restrições ativas. Procura-se, então, uma direção útil-viável, útil por reduzir a função objetivo e viável por não violar as restrições ativas. A direção de busca é determinada pela definição de um subproblema linearizado no ponto viável corrente, e o passo é determinado visando a redução da função objetivo, mantendo a viabilidade do projeto.

## 4 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Neste trabalho, são apresentados três exemplos de aplicação que validam o modelo de projeto ótimo proposto: treliça de 45 barras, treliça de 72 barras e torre de telecomunicações. Desta forma, as restrições consideradas no projeto ótimo dos modelos em estudo foram as seguintes, conforme apresentado na Tabela 1:

I	Tensão admissível nas barras para tração e compressão
II	Deslocamentos nodais máximos em todos os graus de liberdade
III	Valor mínimo para o primeiro fator crítico de flambagem
IV	Relação mínima entre os dois primeiros autovalores
V	Limite inferior para variável de projeto

Tabela 1: Restrições para o projeto ótimo

Foram implementadas duas combinações distintas associadas às restrições do problema de otimização, definidas como sendo *Prob1* e *Prob2*, as quais são aplicadas a todos os exemplos do presente estudo. Essas combinações são descritas a seguir:

*Prob1*: Considera somente as restrições I, II e V. Não considera as restrições sobre a instabilidade;

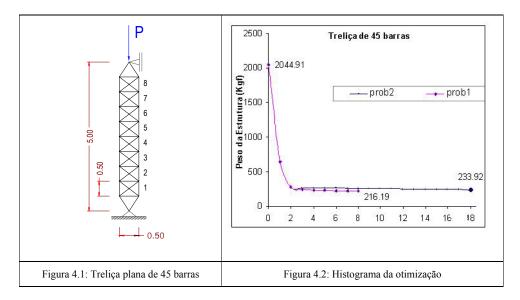
*Prob2*: Considera todas as restrições relacionadas acima, I a V.

No desenvolvimento do trabalho foi utilizado o software Nastran<sup>5</sup>, no que tange aos módulos de análise estrutural, análise de sensibilidade e algoritmo de otimização.

#### 4.1 Trelica de 45 Barras

O primeiro exemplo consiste de uma treliça de 45 barras e 20 nós, mostrada na Figura 4.1. No projeto são considerados os dados a seguir: carga atuante,  $P=1,0x10^6N$ , módulo de elasticidade longitudinal,  $E=2,0x10^5MPa$ , peso específico de  $7,85x10^4N/m^3$ , seção transversal inicial com área igual a  $1,0x10^{-2}m^2$ , peso inicial da estrutura de  $2,045x10^4N$ , seção transversal mínima de  $1,0x10^{-6}m^2$ , tensão limite de  $2,0x10^2MPa$ , deslocamento admissível de  $2,0x10^{-2}m$ . Neste problema, são considerados 27 grupos de barras de modo a conservar a simetria da estrutura<sup>1,3</sup>. As variáveis de projeto estão associadas às áreas das seções transversais dos grupos de elementos,  $X=[a_1, a_2, ..., a_{27}]^T$ .

O histórico da variação do peso da estrutura ao longo do processo iterativo é mostrado na Figura 4.2. Esta aplicação mostra a importância da inclusão das restrições de instabilidade na definição de estruturas mais robustas e consequentemente mais estáveis.



Os resultados obtidos neste exemplo são absolutamente compatíveis com resultados disponíveis na literatura<sup>3</sup>. Para o problema denominado de *Prob1*, somente são necessárias 8 iterações para se atingir a configuração ótima, já para a situação associada ao *Prob2*, são necessárias 18 iterações. O maior número de iterações no *Prob2* pode ser atribuído à alta não linearidade associada ao problema de instabilidade global da estrutura em questão.

As barras verticais e as barras ligadas aos apoios são as mais solicitadas, resistindo toda a compressão causada pela carga aplicada, tendo todas elas atingido o valor limite na configuração ótima. As barras horizontais e diagonais funcionam como contraventamentos da estruturas com tensões reduzidas e todas as seções transversais dessas barras atingem o valor mínimo admissível.

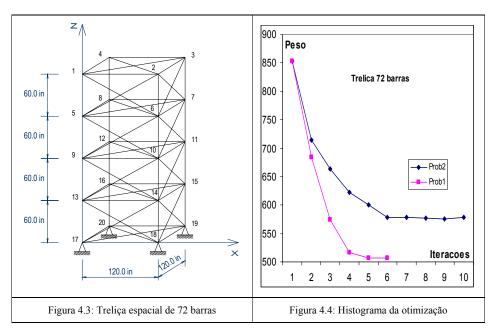
Com referência ao **Prob1**, em que as restrições sobre instabilidade não foram consideradas, os dois primeiros autovalores têm valores muito próximos,  $\lambda_1$ =1,05 e  $\lambda_2$ =1,30, condição não desejável devido à possibilidade de interações entre os modos de flambagem, que pode originar o colapso estrutural.

No que tange ao **Prob2**, a restrição sobre a relação entre os dois primeiros autovalores provoca um enrijecimento dos contraventamentos e impede que na configuração final os valores sejam iguais ou muito próximos,  $\lambda_1$ =1,08 e  $\lambda_2$ =3,80, evitando assim a possibilidade de instabilidade estrutural devido à interação entre modos de flambagem próximos.

#### 4.2 Treliça de 72 barras

Este exemplo é bastante conhecido na literatura técnica disponível sobre esse assunto<sup>6</sup>. Trata-se de otimizar a dimensão das seções transversais de uma treliça espacial de 72 barras e 20 nós, mostrada na Figura 4.3.

As propriedades físicas e geométricas da treliça em estudo são as seguintes: módulo de elasticidade longitudinal,  $E=6.87 \times 10^4 \mathrm{MPa}$ , peso específico de  $2.72 \times 10^4 \mathrm{N/m^3}$ , seção transversal inicial com área igual a  $0.6452 \times 10^{-3} \mathrm{m^2}$ , peso inicial da estrutura de  $8.531 \times 10^3 \mathrm{N}$ , seção transversal com área mínima de  $0.6452 \times 10^{-4} \mathrm{m^2}$ , tensão limite igual a  $1.725 \times 10^2 \mathrm{MPa}$  para tração e compressão, deslocamento admissível de  $6.35 \times 10^{-3} \mathrm{m}$ . A estrutura foi dividida em 16 grupos de barras, de modo a conservar a simetria. As dimensões das seções transversais desses 16 grupos representam as variáveis de projeto do problema,  $X=[a_1, a_2, ..., a_{16}]^T$ . O histórico da variação do peso da estrutura é mostrado na Figura 4.4.



Para o **Prob1**, o mínimo obtido foi de 5067,0N e ficaram ativas as restrições de dimensionamento mínimo para a seção transversal dos grupos de barras 7, 8, 11, 12, 15 e 16, e deslocamento do nó 1 na direção +**Z**. Verifica-se que a relação entre os dois primeiros autovalores é muito pequena, *r*=1,3, indicando prováveis problemas de instabilidade da estrutura devido à sobreposição de autovalores.

No **Prob2** problema em que são consideradas as restrições contra a instabilidade, a configuração ótima apresenta valores maiores para o peso (5762,0N) e as áreas finais, pois a restrição que limita a relação entre os dois primeiros autovalores fica ativa no processo de otimização, r = 1,5. Também se verifica que as áreas dos grupos de barras 4, 12 e 16 atingem o valor mínimo no ótimo, e a tensão na barra 1 e os deslocamentos do nó 1 nas direções -Y e +Z também ficam ativas.

### 4.3 Torre de aço de telecomunicações existente

A torre de telecomunicações em estudo está associada a uma estrutura real, projetada e fabricada por uma companhia nacional<sup>7</sup>. A estrutura possui seção transversal quadrada dividida em dois trechos distintos: inferior do tipo piramidal e superior em forma de paralelepípedo. A torre possui 40.0 m de altura e os perfis constituintes de suas barras são do tipo cantoneiras. As Figuras 4.5 e 4.6 apresentam uma foto da torre em estudo e sua configuração geométrica, respectivamente. As propriedades físicas e geométricas da torre em estudo são as seguintes: módulo de elasticidade, de 2,1x10<sup>5</sup>MPa, peso específico de 7,9x10<sup>-6</sup> kgf/mm³, peso inicial da estrutura de 158kN e seção transversal inicial de 2800mm².

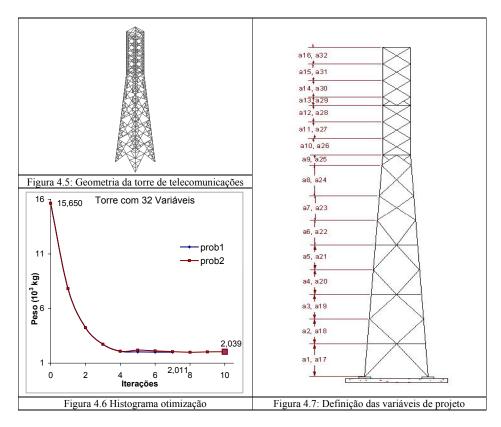
As cargas atuantes na torre de telecomunicações, consideradas neste trabalho, estão associadas à prática corrente de projeto e são basicamente: peso próprio da torre, peso próprio das plataformas, escadas e demais acessórios e, finalmente, as cargas de vento atuantes na estrutura da torre e nos acessórios, segundo as direções perpendicular e diagonal a base da mesma. O cálculo da ação do vento sobre a estrutura foi efetuado a partir de recomendações técnicas da norma brasileira de vento<sup>8</sup>. As restrições consideradas no projeto ótimo da torre de telecomunicações em estudo foram as seguintes:

I	Tensão admissível nas barras para tração e compressão	σ <sub>adm</sub> =250MPa
II	Deslocamentos nodais máximos em todos os graus de liberdade	u <sub>adm</sub> =360mm
III	Valor mínimo para o primeiro fator crítico de flambagem	$\lambda_{1,\text{min}}=1,0$
IV	Relação mínima entre os dois primeiros autovalores	r=1,50
V	Limite inferior para variável de projeto	$a_{min}=200$ mm <sup>2</sup>

Tabela 2: Restrições para torre de telecomunicações

Na Figura 4.7 é apresentada a distribuição das 32 variáveis de projeto consideradas no estudo da torre, sendo 16 variáveis sobre as seções transversais das barras das pernas da torre (a<sub>1</sub>-a<sub>16</sub>) e 16 variáveis sobre as seções transversais das barras diagonais e horizontais da estrutura (a<sub>17</sub>-a<sub>32</sub>). A variação do peso em função das iterações no processo de otimização é apresentada na Figura 4.6.

Na sequência, os valores ótimos obtidos para as variáveis de projeto são comparados com o valor mínimo arbitrado. Esses valores são apresentados em gráficos de barras, permitindo assim uma melhor visualização dos resultados como mostra a Figura 4.8.



No que se refere ao **Prob1** as variáveis associadas ao grupo de barras 15-32, associadas às pernas principais do patamar superior da estrutura e todos os contraventamentos atingiram o valor mínimo por serem barras menos solicitadas que as demais. Observa-se, ainda, que o deslocamento máximo no topo da torre, na direção +X atingiu o valor máximo. Foi verificado, também, que os dois primeiros autovalores assumiram o mesmo valor,  $\lambda_1=\lambda_2=4,9$ , o que não é recomendável, conforme já mencionado anteriormente. Esse tipo de situação deve ser evitado, pois torna a estrutura sensível a imperfeições, sendo esta mais suscetível a problemas de instabilidade estrutural.

No que tange ao *Prob2*, conforme ilustrado na Figura 4.8, as variáveis dos grupos de barras 17-21, associadas a contraventamentos dos patamares inferiores da estrutura, ficaram mais robustos, as restrições ativas foram as de tensão máxima nas barras (barras

8, 12, 28 e 32), associadas ao patamar inferior da torre; deslocamento máximo no topo da estrutura (nós 117, 118, 119 e 120) na direção +X; dimensão mínima para as seções transversais dos grupos de barras 17, 20, 22, 23 e 24; os dois primeiros autovalores apresentaram os valores de  $\lambda_1$ =1,0 (valor mínimo admissível) e  $\lambda_2$ =5,1, respectivamente, verificando, também, a distância mínima entre os dois primeiros autovalores, fato que não ocorreu no *Prob1*, onde os dois primeiros autovalores assumiram o mesmo valor,  $\lambda_1$ = $\lambda_2$ =4,9 indicando prováveis problemas de instabilidade no sistema estrutural, condição que foi evitada no *Prob2*.

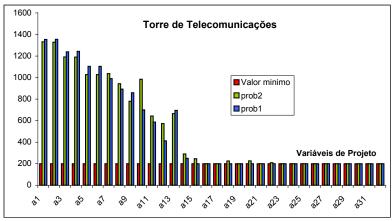


Figura 4.8 - Áreas finais

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresenta uma metodologia para o projeto ótimo de torres de aço com base no emprego de técnicas de programação não linear. No presente trabalho foi proposto um modelo de projeto ótimo com a introdução adicional de restrições que tem por objetivo prevenir o problema relacionado à instabilidade estrutural. Essas restrições são impostas sobre os dois primeiros fatores críticos de flambagem e sobre a relação mínima entre eles. Tais restrições que previnem a instabilidade global da estrutura são de suma importância para a obtenção de estruturas mais confiáveis tendo em vista a sua implementação na prática corrente de projeto.

No desenvolvimento do trabalho foi utilizado o software Nastran<sup>5</sup>, no que tange aos módulos de análise estrutural, análise de sensibilidade e otimizador. O ambiente computacional implementado permite a utilização de um outro software de análise estrutural, ou até mesmo um outro otimizador, desde que sejam feitas pequenas modificações nos programas que fazem a interface entre os módulos citados.

O resultados referentes ao projeto ótimo da torre de telecomunicações estudada mostram que foi possível reduzir o peso da estrutura e verificar a estabilidade da mesma. Verifica-se, ainda, que há uma tendência das barras dos contraventamentos e barras transversais da torre atingirem o valor mínimo da seção transversal definido por norma.

## 6 REFERÊNCIAS

- [1] Cerqueira, N. A., "Projeto Ótimo de Torres Metálicas de Telecomunicações", Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual do Norte Fluminense, CCT/LECIV, Campos dos Goytacazes, RJ, 2001.
- [2] Falcon, G. A. S., "Uma Família de Algoritmos de Ponto Interior para Projeto Ótimo em Engenharia", Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 1996.
- [3] Parente Jr., E., "Otimização de Estruturas Sujeitas a Instabilidade Global: Aplicação a Treliças Planas", Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, DEC/CIV/PUC-Rio, Rio de Janeiro, 1995.
- [4] Bazant, Z. P., Cedolin, L., "Stability of Structures", Oxford University Press, 1991.
- [5] Nastran User's Guide, The MacNeal-Schwendler Corporation, Version 70.7, 2000
- [6] Arora, J. S., Haug, E. J., "Applied Optimal Design Mechanical and Structural Systems", John Wiley & Sons, Inc., 1979.
- [7] EMBRATEL, Empresa Brasileira de Telecomunicações, "Memórias de Cálculo e Plantas do Projeto Executivo de uma Torre Padrão de Telecomunicações", 1998.
- [8] ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas, NBR-6123, "Forças Devidas ao Vento em Edificações", Rio de Janeiro, RJ, 1986.