

RIGIDEZ Y RESISTENCIA DE SUELOS LIMOSOS CON PROPIEDADES MECÁNICAS ALEATORIAS

Franco M. Francisca^{a,b} y Pedro A. Arrúa^c

^aFacultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba.

^bConsejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)

^cDepartamento de Ingeniería Civil, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional
ffrancis@gtwing.efn.uncor.edu y parrua@cbasicas.frc.utn.edu.ar

Palabras Claves: expansión, cavidad, relación paramétrica, resistencia drenada

Resumen. Cuando se realizan modelos numéricos para problemas relacionados a la ingeniería geotécnica, tales como cimentaciones superficiales o profundas, tablestacados, muros de contención y taludes, es común adoptar parámetros físico-mecánicos del suelo determinísticos, en medios homogéneos, o en su defecto, capas o estratos de suelo con propiedades homogéneas. Sin embargo, es bien conocido que el suelo presenta características heterogéneas, es en general no elástico y no lineal y puede además ser anisotrópico. Como consecuencia de ello, las propiedades geomecánicas suelen variar significativamente en cortas distancias y en muchos casos la variabilidad de algunas características del suelo pueden ser relevantes en el comportamiento tenso-deformacional esperado. En este trabajo se analiza la influencia de la aleatoriedad en el comportamiento de suelos típicos de la provincia de Córdoba en el Centro de Argentina. Se implementan modelos numéricos en elementos finitos de suelos homogéneos, y con propiedades asignadas empleando campos aleatorios. Se analiza en particular el caso de un ensayo de expansión de cavidad con el propósito de cuantificar la influencia de las variables consideradas en los resultados obtenidos durante este ensayo numérico, con énfasis en el comportamiento tenso-deformacional del suelo. Se compara y analiza la relevancia de considerar a un medio heterogéneo como un medio efectivo homogéneo. Finalmente, se discute la influencia de las partículas con mayor rigidez que la matriz de suelo en las que se encuentran contenidas.

La simulación del problema de expansión, muestra una tendencia directamente proporcional entre el módulo de elasticidad, el ángulo de fricción y la cohesión con el módulo tangente al 50% de la deformación, y la presión máxima alcanzada en el ensayo computacional.

Se muestra la diferencia de comportamiento, cuando no se contemplan partículas de mayor rigidez en la matriz de suelos de origen eólico. Los resultados indican que no considerar estos aspectos llevan a un sobredimensionado de las estructuras de fundación.

1 INTRODUCCION

Los ensayos empleados para estimar el comportamiento mecánico del suelo, tales como el ensayo triaxial o ensayo de compresión confinada, pueden ser interpretados en gran medida por la teoría clásica de los cuerpos elasto-plásticos y el criterio de fluencia de Mohr-Coulomb, sobre la cual se basa gran parte de la mecánica de suelos clásica (Bowles, 1988). De esta manera, es posible representar fenómenos de mayor escala a partir de los parámetros obtenidos en ensayos controlados en laboratorio. Usualmente los procedimientos de cálculo empleados para predecir el comportamiento de estructuras geotécnicas utilizan dichos parámetros y la teoría parece dar cuenta correctamente del aspecto cualitativo de los fenómenos involucrados (Cassan, 1982).

Cuando las estructuras son sometidas a esfuerzos en direcciones diferentes a las que se emplean en los ensayos de laboratorio, la anisotropía del material cobra importancia. Adicionalmente, la presencia de incrustaciones de material con mayor rigidez, como ocurre en suelos con cementación puntual o nódulos, provocan perturbaciones en el comportamiento esperado y predicho tanto mediante modelos teóricos como numéricos.

En este sentido, las teorías proponen simplificaciones que hacen accesible el análisis de sistemas con cierta regularidad en el material, la geometría y las condiciones de carga brindando soluciones analíticas relativamente sencillas. Cuando los sistemas presentan combinaciones de carga, variaciones en los parámetros del material o cuando las geometrías son complejas, los métodos numéricos permiten obtener aproximaciones que facilitan la interpretación y el análisis (Kwong y Bang, 2000).

El método de elementos finitos (MEF) se ha difundido ampliamente en la ingeniería geotécnica y se ha convertido en una herramienta de diseño muy potente. En este trabajo se emplea el MEF como experimento computacional para predecir e interpretar la factibilidad de generar un dispositivo físico de laboratorio que permita evaluar parámetros mecánicos en dirección horizontal sobre muestras de suelo con presencia de partículas cementadas.

Se presenta la simulación de una expansión de cavidad cilíndrica de espesor finito, mediante la solución analítica elasto-plástica con el criterio de falla de Mohr-Coulomb implementado en MATLAB y se la contrasta con los resultados obtenidos con el MEF bajo idénticas condiciones de carga y de borde. Para geometrías de mayor complejidad y con campos materiales aleatorios se emplea el MEF. Se analiza la respuesta del sistema y se discute la relación entre parámetros conocidos empleados en el modelo y los obtenidos de la curva presión-expansión con el experimento diseñado. Los resultados indican que existe una relación directa entre dichos parámetros, lo cual permite inferir que es posible definir parámetros tenso-deformacionales a partir de la experiencia propuesta en este trabajo.

2 DISPOSITIVO EN ANÁLISIS

Los modelos computacionales pretenden reproducir el comportamiento de sistemas físicos con la intención de cualificar fenómenos en los cuales las variables que influyen en el problema son numerosas. El suelo se representa mediante modelos constitutivos del material que requieren parámetros usualmente obtenidos en ensayos de laboratorio o in-situ y que pretenden simular las condiciones a las cuales se encontrará sometido el sistema (Wood, 1991). Usualmente, las pruebas de laboratorio empleadas para el estudio del comportamiento carga-deformación corresponden a ensayos de compresión confinada, triaxiales y corte. Cada uno de ellos posee ventajas y desventajas, tanto en su ejecución como en la confiabilidad de sus resultados.

Para analizar el comportamiento carga-deformación en dirección horizontal se requiere de

muestras que posean dimensiones superiores a las empleadas en los ensayos de rutina (Lambe y Witman, 1968) y que faciliten la evaluación posterior al ensayo. Adicionalmente, las muestras inalteradas son aproximadamente cilíndricas con diámetros variables que oscilan entre 15 y 30 cm obtenidas de perforaciones a cielo abierto.

La Figura 1 presenta un esquema del dispositivo de ensayo que se analiza en este trabajo mediante simulaciones numéricas. El mismo permite: a) ensayar muestras de gran diámetro (~15-30 cm), b) simular la profundidad a la cual fue obtenida mediante la aplicación de una carga vertical, c) obtener la respuesta carga-deformación del suelo en dirección horizontal. La simulación numérica se emplea para hallar una relación cualitativa entre la curva de presión-expansión con los parámetros resistentes del suelo. El dispositivo modelado consiste en un mini-presiómetro de laboratorio que permite ensayar muestras de suelo dentro de una celda de acero de 15 cm de diámetro. En la parte superior de la celda, mediante un disco perforado en el centro, se aplica una carga vertical que permite cambiar el estado tensional del suelo. Por el orificio se realiza una excavación cilíndrica en el suelo en donde se introduce un vástago de bronce, con perforaciones internas que permiten el flujo de aire comprimido y líquido a presión controlada que infla una membrana flexible. Esta membrana contiene dos celdas de guarda (zona 1) y un sector central de medición (zona 2). Durante el ensayo se expande la membrana controlando la presión y el cambio de volumen de la misma, la cual permite determinar las deformaciones del suelo.

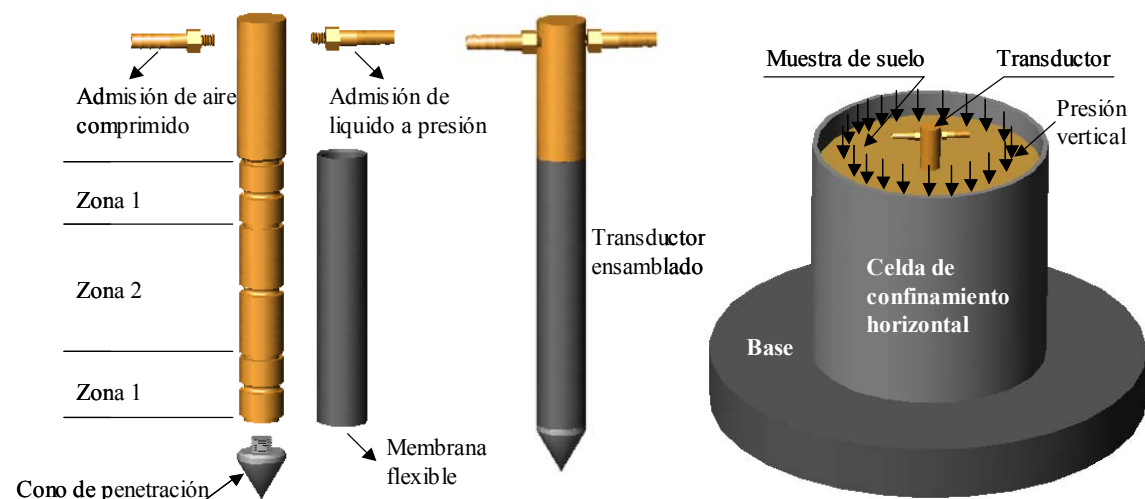


Figura 1: Dispositivo en evaluación

El dispositivo mostrado en la Figura 1 se modela mediante la teoría de expansión de cavidades (solución analítica) y un modelo numérico mediante el MEF. La solución analítica se utiliza para calibrar los resultados obtenidos con el modelo numérico, a partir del cual se estudia la influencia de las condiciones de borde, estados de carga, parámetros resistentes y presencia de nódulos.

3 EXPANSIÓN DE CAVIDAD CILÍNDRICA

La teoría de expansión de cavidades trata el estudio teórico de los campos de tensión y desplazamientos alrededor de una cavidad sometida a una presión interna en un medio de comportamiento lineal o no lineal (Vesic, 1972). En las últimas tres décadas esta teoría ha encontrado gran aplicación en el diseño y análisis de problemas geotécnicos, entre los cuales pueden mencionarse la capacidad de carga de fundaciones mediante pilotes, anclajes,

excavación de túneles, estabilidad de perforaciones verticales, ensayos de campo como los de penetración estáticos-dinámicos e incluso ensayos presiométricos (Gibson y Anderson, 1961; Yu y Mitchell, 1998; Rowe y Kack, 1983; Baligh, 1976). Para resolver las ecuaciones involucradas en el problema de coordenadas polares, las alternativas consisten en emplear soluciones analíticas o soluciones numéricas.

Adicionalmente se requiere del empleo de modelos constitutivos que describan el comportamiento tenso-deformacional del suelo. Los más empleados corresponden a modelos elásticos (lineales o no lineales), visco-elásticos o visco-elásticos-plásticos y elasto-plásticos (perfectos o con endurecimiento o ablandamiento). En la formulación del problema se emplean las coordenadas polares, lo cual simplifica la solución de las ecuaciones cuando las geometrías involucradas son circulares (anillos, discos, barras curvas, secciones con eje de simetría, etc).

La Figura 2, presenta el elemento diferencial sobre el cual se plantea equilibrio estático, referido a un sistema de coordenadas polares en la dirección radial y tangencial. La posición del elemento se define a partir de un ángulo θ y un radio r . La componente normal en la dirección radial se denomina σ_r , la componente en la dirección circunferencial se denomina σ_θ y la componente de cortante $\tau_{r\theta}$. Cada símbolo representa el estado tensional en el punto de coordenada $(r; \theta)$ correspondiente al centro del elemento E .

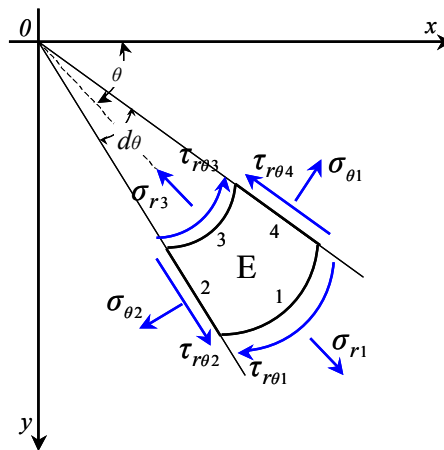


Figura 2: Equilibrio del elemento diferencial en coordenadas polares (modificada Timoshenko y Goodier, 1951)

Expresando las tensiones de la Figura 2 mediante las ecuaciones (1) y planteando el equilibrio estático se obtiene la igualdad presentada en la ecuación (2) para la expansión de una cavidad cilíndrica (Timoshenko y Goodier, 1951).

$$\begin{aligned} \sigma_{r3} = \sigma_r; \quad \sigma_{r1} = \sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr; \quad \sigma_{\theta2} = \sigma_\theta; \quad \sigma_{\theta4} = \sigma_\theta + \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} d\theta; \\ \tau_{r\theta3} = \tau_{r\theta}; \quad \tau_{r\theta4} = \tau_{r\theta}; \quad \tau_{r\theta2} = \tau_{r\theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} d\theta \quad \tau_{r\theta1} = \tau_{r\theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} dr \end{aligned} \quad (1)$$

$$r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \sigma_r - \sigma_\theta = 0 \quad (2)$$

Asumiendo que los suelos pueden modelarse bajo condiciones de elasto-plasticidad perfecta empleando el criterio de fluencia de Mohr-Coulomb, el problema de la expansión de una cavidad puede representarse como se presenta en la Figura 3.

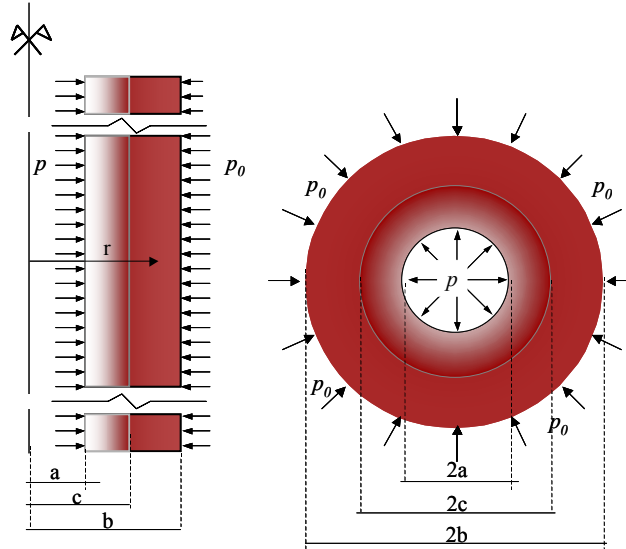


Figura 3: Esquema del problema de expansión de cavidad cilíndrica con el modelo elasto-plástico

3.1 Solución analítica de la expansión de cavidad cilíndrica

Yu (1990) desarrolló una solución analítica al problema de expansión de cavidad cilíndrica con suelo homogéneo utilizando el criterio de fluencia de Mohr-Coulomb. Inicialmente los bordes tienen radios a_0 y b_0 con una presión hidrostática inicial p_0 aplicada en el orificio central o cavidad. El campo de tensiones y deformaciones sufre incrementos pequeños con el aumento progresivo de la presión p .

El suelo se modela como un material elasto-plástico perfecto. Cuando la componente de tensiones satisface la inecuación $\sigma_i < \sigma_j < \sigma_k$ la función de fluencia de Mohr-Coulomb toma la forma presentada en la ecuación (3). La ecuación de equilibrio (2) se debe satisfacer para cualquier radio y para las condiciones de borde presentadas en la ecuación (4).

$$\alpha \sigma_k - \sigma_i = Y, \quad \rightarrow \quad \frac{1 + \text{sen}\phi}{1 - \text{sen}\phi} \sigma_k - \sigma_i = 2c \frac{\cos\phi}{1 - \text{sen}\phi}. \quad (3)$$

$$\sigma_r|_{r=a} = -p \quad \wedge \quad \sigma_r|_{r=b} = -p_0 \quad (4)$$

Donde c = cohesión y ϕ = ángulo de fricción.

Durante la expansión cilíndrica la relación tensión-deformación en el rango elástico se expresa mediante las expresiones (5) y (6) (Timoshenko, 1930).

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} = \frac{1 - \nu^2}{E} \left(\dot{\sigma}_r - \frac{\nu}{1 - \nu} \dot{\sigma}_\theta \right) \quad (5)$$

$$\dot{\epsilon}_\theta = \frac{\dot{u}}{r} = \frac{1 - \nu^2}{E} \left(-\frac{\nu}{1 - \nu} \dot{\sigma}_r + \dot{\sigma}_\theta \right) \quad (6)$$

Donde ν = coeficiente de Poisson.

Resolviendo la ecuación de equilibrio (2) y a partir de las ecuaciones (5) y (6), para las condiciones de borde (4) se obtiene:

$$\sigma_r = -p_0 + (p - p_0) \left(\frac{1}{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1} - \frac{1}{\left(\frac{r}{a}\right)^2 - \left(\frac{r}{b}\right)^2} \right)$$

$$\sigma_\theta = -p_0 + (p - p_0) \left(\frac{1}{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1} + \frac{1}{\left(\frac{r}{a}\right)^2 - \left(\frac{r}{b}\right)^2} \right)$$
(7)

$$u = \frac{(p - p_0)}{2G \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right)} \left(\frac{1 - 2\nu}{b^2} r + \frac{1}{r} \right)$$
(8)

Donde $G = E/(2(1+\nu))$ es el módulo de corte del material.

Durante la expansión de la cavidad la fluencia comienza en la pared interna cuando la presión alcanza el valor presentado en la ecuación (9), lo cual se deriva de reemplazar la condición de fluencia en la ecuación de equilibrio para las condiciones de borde especificadas.

$$p = p_{1Y} = p_0 + \frac{(b^2 - a^2)(Y + (\alpha - 1)p_0)}{(1 + \alpha)b^2 + (\alpha - 1)a^2}$$
(9)

Luego de la fluencia en la pared interna de la cavidad, se forma alrededor de la misma una zona plástica creciente. El radio externo de la zona plástica se denomina c , y las componentes de tensión que satisface la ecuación de equilibrio, con la condición de fluencia (3) son:

$$\sigma_r = \frac{Y}{\alpha - 1} + Ar^{-\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)} \quad \wedge \quad \sigma_\theta = \frac{Y}{\alpha - 1} + \frac{A}{\alpha} r^{-\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)}$$
(10)

Donde $A =$ constante de integración. Las componentes de tensión por su parte en la región elástica se obtienen considerando la ecuación de equilibrio y las ecuaciones de tensión deformación elásticas como:

$$\sigma_r = -p_0 + B \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{r^2} \right) \quad \wedge \quad \sigma_\theta = -p_0 + B \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{r^2} \right)$$
(11)

Cuando el radio se encuentra en la interfase elástica y plástica, las ecuaciones (10) y (11) deben cumplirse simultáneamente, con lo cual es posible establecer las constantes de integración A y B como se presentan en las ecuaciones (12) :

$$A = -(Y + (\alpha - 1)p_0) \left(\frac{1}{\alpha - 1} - \frac{\left(\frac{c}{b}\right)^2 - 1}{(\alpha - 1)\left(\frac{c}{b}\right)^2 + 1 + \alpha} \right) c^{\frac{(\alpha-1)}{\alpha}}$$

$$B = \frac{Y + (\alpha - 1)p_0}{\frac{(\alpha - 1)}{b^2} + \frac{(\alpha + 1)}{c^2}}$$
(12)

Finalmente, el radio límite de elasto-plasticidad se obtiene reemplazando la condición de

borde $\sigma_r|_{r=a} = -p$ en la ecuación (10).

$$p = \frac{Y}{\alpha - 1} - (Y + (\alpha - 1)p_0) \left(\frac{1}{\alpha - 1} - \frac{\left(\frac{c}{b}\right)^2 - 1}{(\alpha - 1)\left(\frac{c}{b}\right)^2 + 1 + \alpha} \right) c^{\frac{(\alpha-1)}{\alpha}} a^{-\frac{(\alpha-1)}{\alpha}} \quad (13)$$

$$\frac{c}{a} = \left(\frac{\left(\left(\frac{c}{b}\right)^2 + 1 + \frac{2}{\alpha - 1}\right)(Y + (\alpha - 1)p)}{\left(2 + \frac{2}{\alpha - 1}\right)(Y + (\alpha - 1)p_0)} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha - 1}}$$

Cuando el radio c alcanza el borde b , el cilindro completo se encuentra en estado plástico. La presión para la cual ocurre esto (ecuación (14)), se obtiene despejando p de la ecuación (13).

$$p = \frac{Y + (\alpha - 1)p_0}{(\alpha - 1)} \left(\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{\alpha - 1}{\alpha}} - 1 \right) p_0 \quad (14)$$

El desplazamiento producto de la expansión en la zona elástica se obtiene reemplazando las ecuaciones (11) en la ecuación (6):

$$u = r - r_0 = \frac{1 + \nu}{\delta} \left(\frac{(1 - 2\nu)r}{(\alpha - 1) + (1 + \alpha)\left(\frac{b}{c}\right)^2} + \frac{r}{(\alpha - 1)\left(\frac{r}{b}\right)^2 + (1 + \alpha)\left(\frac{r}{c}\right)^2} \right) \quad (15)$$

Donde $\delta = E/[Y + (\alpha - 1)p_0]$ y para el borde externo del cilindro, el desplazamiento resulta:

$$u(b) = b - b_0 = \frac{2(1 - \nu^2)b}{\delta \left[(\alpha - 1) + (\alpha + 1)\left(\frac{b}{c}\right)^2 \right]} \quad (16)$$

Para establecer el desplazamiento en la zona plástica se requiere de una regla de flujo plástico. En estos casos se asume que la deformación total puede descomponerse en una componente elástica y en una plástica (ecuación (17)).

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^p \rightarrow \dot{\varepsilon}_r^p = \dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_r^e \quad \wedge \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^p \rightarrow \dot{\varepsilon}_\theta^p = \dot{\varepsilon}_\theta - \dot{\varepsilon}_\theta^e \quad (17)$$

Cuando el camino de tensiones es tal que no alcanza la superficie definida por la función de fluencia (Figura 4), las deformaciones son totalmente reversibles, mientras que si exceden la misma, las deformaciones serán irreversibles.

Para tener esto en cuenta se propone una función de fluencia en la cual aparece un tercer parámetro “ ψ ” denominado ángulo de dilatancia. El tensor de tensiones se puede obtener reemplazando en la ley de Hook, las ecuaciones (17) como:

$$\dot{\sigma} = D^e \dot{\varepsilon}^e = D^e (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p) \quad (18)$$

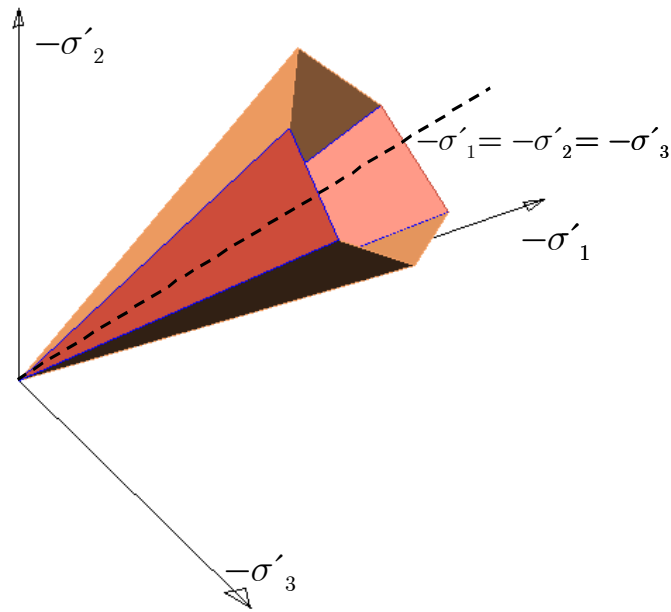


Figura 4: Superficie de fluencia de Mohr-Coulomb en el espacio de tensiones principales ($c = 0$)

Se adopta una regla de flujo no asociada de Mohr-Coulomb debido a que una regla de flujo asociada sobreestima la dilatación, así se obtiene la ecuación (19).

$$\frac{\dot{\epsilon}_r^p}{\dot{\epsilon}_\theta^p} = \frac{\dot{\epsilon}_r - \dot{\epsilon}_r^e}{\dot{\epsilon}_\theta - \dot{\epsilon}_\theta^e} = -\frac{1 - \text{sen}\psi}{1 + \text{sen}\psi} = \beta \quad (19)$$

Sustituyendo la deformación elásticas (5) y (6) en la regla de flujo plástico (19), se obtiene:

$$\beta \dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_\theta = \frac{1 - \nu^2}{E} \left[\left(\beta - \frac{\nu}{1 - \nu} \right) \dot{\sigma}_r + \left(1 - \frac{\beta \nu}{1 - \nu} \right) \dot{\sigma}_\theta \right] \quad (20)$$

La distribución de tensiones y deformaciones en el suelo al comienzo de la fluencia plástica se obtiene de las ecuaciones (5) y (6) considerando como presión interior $p = p_{IY}$ en la ecuación (9). Bajo esta condición la ecuación (20) puede integrarse permitiendo establecer la relación entre tensión deformación:

$$\beta \epsilon_r + \epsilon_\theta = \frac{1 - \nu^2}{E} \left[\left(\beta - \frac{\nu}{1 - \nu} \right) \sigma_r + \left(1 - \frac{\beta \nu}{1 - \nu} \right) \sigma_\theta \right] \quad (21)$$

Para considerar las grandes deformaciones en la zona plástica, se toma:

$$\epsilon_r = \ln \left(\frac{dr}{dr_0} \right) \quad \wedge \quad \epsilon_\theta = \ln \left(\frac{r}{r_0} \right) \quad (22)$$

Reemplazando estas expresiones en la ecuación (21), se obtiene:

$$\ln \left(\left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{1}{\beta}} \left(\frac{dr}{dr_0} \right) \right) = \ln \eta - \omega \left(\frac{c}{r} \right)^{\frac{(\alpha-1)}{\alpha}} \quad (23)$$

Donde:

$$\eta = \exp \left\{ \frac{(\beta + 1)(1 - 2v)(1 + v)}{\delta(\alpha - 1)\beta} \right\}$$

$$\omega = \frac{1 + v}{\delta\beta} \left(\beta - v - \beta v + \frac{1 - v - \beta v}{\alpha} \right) \left[\frac{1}{\alpha - 1} - \frac{\left(\frac{c}{b}\right)^2 - 1}{(\alpha - 1)\left(\frac{c}{b}\right)^2 + 1 + \alpha} \right] \quad (24)$$

Empleando las transformaciones (25), en la ecuación de desplazamiento (15) para $r = c$, e integrado en el intervalo cerrado $[r, c]$ se obtiene la igualdad (26).

$$\theta = \omega \left(\frac{c}{r} \right)^{\frac{(\alpha-1)}{\alpha}} ; \quad \xi = \left(\frac{r_0}{c} \right)^{\frac{\beta+1}{\beta}} \quad (25)$$

$$\frac{\eta}{\gamma} \left\{ \left[1 - \frac{(1+v)g}{\delta} \right]^{\frac{\beta+1}{\beta}} - \left(\frac{r_0}{c} \right)^{\frac{\beta+1}{\beta}} \right\} = -\omega^\gamma \int_{\theta}^{\omega} e^{\theta} \theta^{-\gamma-1} d\theta \quad (26)$$

Donde g y γ son:

$$g = \frac{1 - 2v}{(\alpha - 1) + (\alpha + 1)\left(\frac{b}{c}\right)^2} + \frac{1}{(\alpha - 1)\left(\frac{c}{b}\right)^2 + 1 + \alpha} \quad \wedge \quad \gamma = \frac{\alpha(1 + \beta)}{(\alpha - 1)\beta} \quad (27)$$

Empleando la serie infinita (28) y tomando $r = a$; $r_0 = a_0$ en la ecuación (26) se obtiene la expresión (29) siendo A_n^1 definida por las igualdades (30).

$$e^{\theta} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\theta^n}{n!} \quad (28)$$

$$\frac{\eta}{\gamma} \left\{ \left[1 - \frac{(1+v)g}{\delta} \right]^{\frac{\beta+1}{\beta}} - \left(\frac{a_0}{c} \right)^{\frac{\beta+1}{\beta}} \right\} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^1 \quad (29)$$

$$A_n^1 = \begin{cases} \frac{(\alpha - 1)\omega^n}{\alpha n!} \ln \frac{c}{a} & \text{para } n = \gamma \\ \frac{\omega^n}{n!(n - \gamma)} \left[\left(\frac{c}{a} \right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}(n-\gamma)} - 1 \right] & \text{para el resto} \end{cases} \quad (30)$$

Las ecuaciones obtenidas anteriormente, no son validas cuando el cilindro se encuentra en estado plástico completo ($c = b$). En este caso, la ecuación (21) se integra en el intervalo $[r, b]$ y se obtiene la expresión (31). Tomando $c = b$ puede ω se rescribe como la ecuación (32) lo cual permite integrar mediante la serie infinita presentada en la igualdad (33) donde $r=a$ y $r_0=a_0$.

$$\frac{\eta}{\gamma} \left\{ \left(\frac{b_0}{b} \right)^{\frac{\beta+1}{\beta}} - \left(\frac{r_0}{b} \right)^{\frac{\beta+1}{\beta}} \right\} = -\omega^\gamma \int_{\theta}^{\omega} e^{\theta} \theta^{-\gamma-1} d\theta \quad (31)$$

$$\omega = \frac{1 + \nu}{\delta\beta(\alpha - 1)} \left(\beta - \nu - \beta\nu + \frac{1 - \nu - \beta\nu}{\alpha} \right) \quad (32)$$

$$\frac{\eta}{\gamma} \left\{ \left(\frac{b_0}{b} \right)^{\frac{\beta+1}{\beta}} - \left(\frac{a_0}{b} \right)^{\frac{\beta+1}{\beta}} \right\} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^2 \quad \text{donde} \quad A_n^2 \begin{cases} \frac{(\alpha - 1)\omega^n}{\alpha n!} \ln \frac{b}{a} & \text{si } n = \gamma \\ \frac{\omega^n}{n!(n - \gamma)} \left[\left(\frac{b}{a} \right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}(n-\gamma)} - 1 \right] & \text{el resto} \end{cases} \quad (33)$$

Para hallar la curva presión-expansión, es necesario seguir el siguiente procedimiento: a) se definen las condiciones geométricas y parámetros del material ($a_0, b_0, E, \nu, c, \phi, \psi, p_0$); b) se calculan los términos ($G, Y, \alpha, \beta, \gamma, \delta$); c) si la presión interior p es menor que p_{IY} en la ecuación (9) la expansión se obtiene a partir de la ecuación (8); d) cuando p es menor que p_{IY} la expansión se obtiene seleccionando un valor (c/b) menor que 1 y mayor que (a_0/b_0), se calcula (c/a_0) y (c/b_0) de la ecuación (16) y (c/a) junto con (a/a_0) mediante la ecuación (29); e) se calcula la presión requerida para expandir el cilindro con la relación (a/a_0) de la ecuación (13); f) se repite el procedimiento “d” a “e” hasta que la relación ($c/b = 1$), momento a partir del cual se ha plastificado todo el cilindro; g) se obtiene la curva de expansión seleccionando un valor de presión que sea inferior a la requerida para causar la plasticidad completa del cilindro y se establece la relación (b/a) con la ecuación (14); h) se calcula la relación (b/a_0), (b/b_0) y (a/a_0) de la ecuación (33).

3.2 Solución numérica del problema de expansión de cavidad cilíndrica

Para obtener la respuesta de la expansión mediante el método de elementos finitos, se emplea como herramienta un programa comercial, donde se modela la expansión según un esquema de deformación plana. La respuesta del sistema se contrasta con la solución analítica, para validar los resultados. Se simula el ensayo para una profundidad de 3m, los parámetros empleados en el modelo fueron: $E = 3500 \text{ kPa}$, $\phi = 28^\circ$, $\psi = 0$, $\nu = 0,32$, Peso unitario = 15 kN/m^3 , con presión interior inicial en la cavidad igual a la presión externa y coincidente con la tensión horizontal de los suelos en reposo (K_0) calculado a partir del modelo propuesto por Jaky (1944).

La Figura 5 presenta la curva de expansión obtenida con la solución analítica y el modelo numérico. Observe que la misma se inicia en la presión inicial de reposo y se incrementan las deformaciones volumétricas hasta una presión máxima, a partir de la cual el volumen en la cavidad se incrementa indefinidamente. Debido a que las tensiones son de compresión en la dirección radial y de tracción en la dirección tangencial, la presión interior máxima desarrollada es relativamente baja (aproximadamente 70 kPa), producto del bajo confinamiento determinado por la presión de tapada simulada.

La modelación numérica del problema de expansión puede realizarse tanto mediante un esquema axisimétrico bidimensional vertical (2DV), como en un modelo de deformación plana bidimensional horizontal (2DH). En el primer caso no se dispone de solución analítica, por lo cual se utilizó el segundo para la validación y calibración del modelo (Figura 5).

La Figura 6 presenta los resultados obtenidos con los modelos numéricos 2DH y 2DV. El comportamiento tenso-deformacional resultó prácticamente coincidente en ambos casos por lo que se adoptó el modelo axisimétrico (2DV) para el análisis y simulación del ensayo micropresiométrico. Para ello, se debió modificar las condiciones de carga (para considerar la presión vertical producida por la tapada de suelo), los parámetros mecánicos del suelo, la

influencia del borde, las condiciones geométricas del transductor, etc.

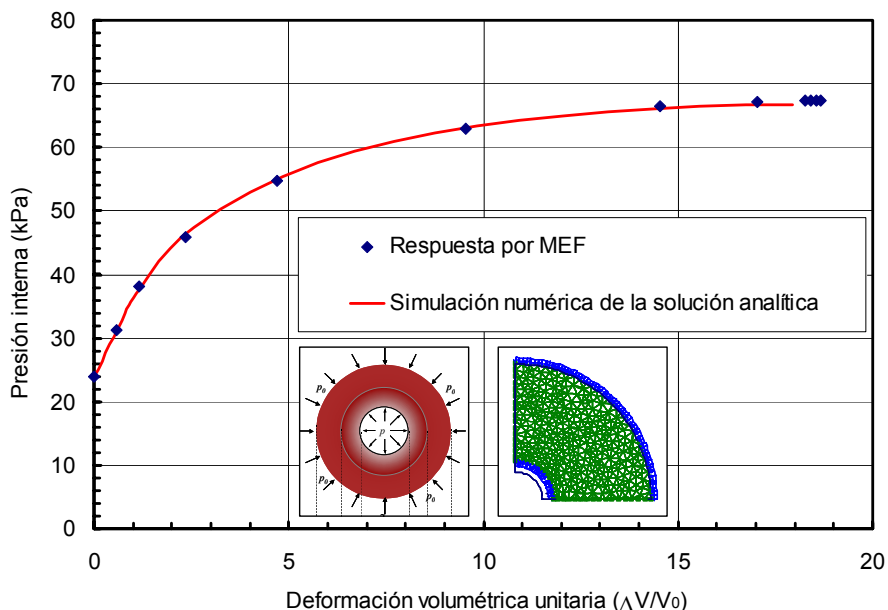


Figura 5: Comparación entre la simulación numérica de la solución analítica y la respuesta por el MEF

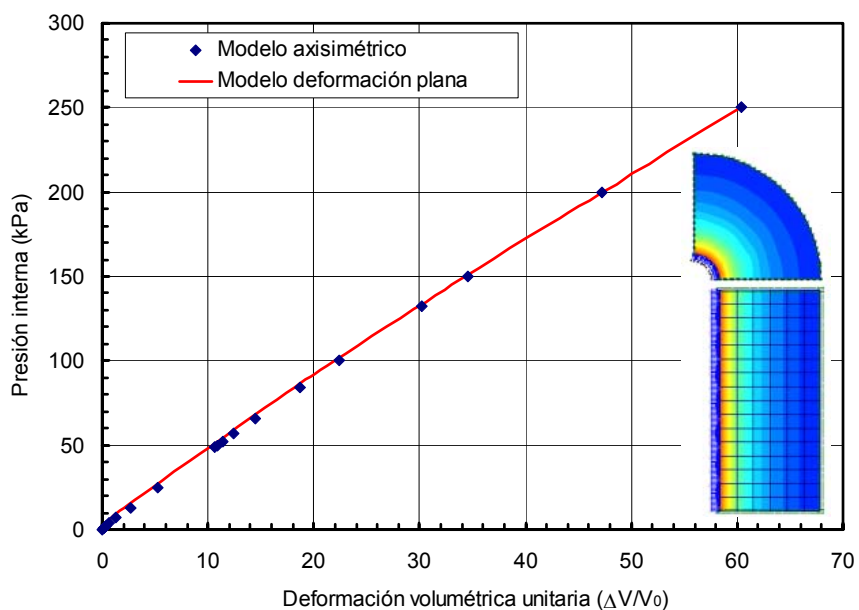


Figura 6: Comparación entre modelo axisimétrico (2DV) y de deformación plana (2DH)

4 RESULTADOS

4.1 Expansión de suelos con propiedades mecánicas determinísticas

La Figura 7 presenta una curva típica de presión-expansión obtenida de la simulación de un ensayo micropresiométrico. Los resultados obtenidos permiten definir un módulo tangente al 50% de deformación volumétrica unitaria (E_{T50}) como parámetro característico para el análisis y comparación con el módulo de Young empleado en el modelo numérico. La presión

máxima se define en el pico de la curva de expansión. Este valor se obtiene para deformaciones que producen en general plasticidad en el suelo.

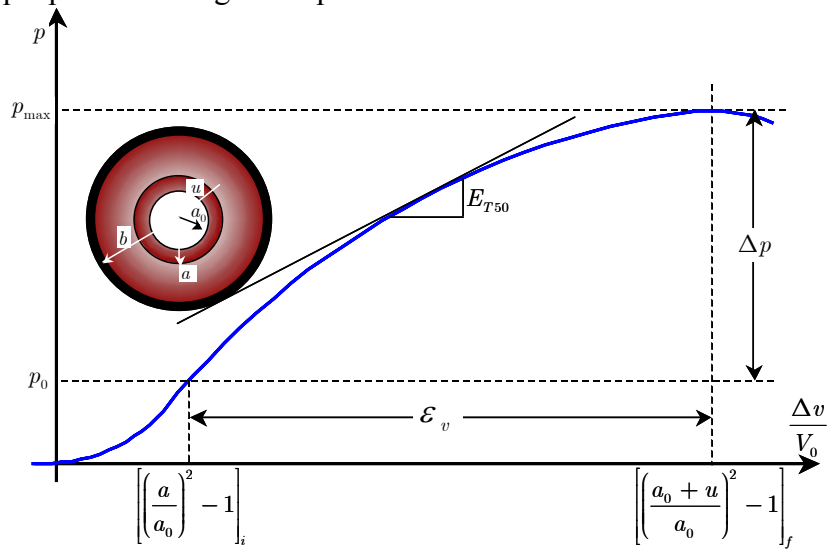


Figura 7: Relación entre presión y deformación volumétrica

Se realizaron simulaciones considerando el suelo con propiedades friccionales puras y cohesivas puras. En ambos casos, tanto la fricción como cohesión se consideraron variables y mediante un análisis paramétrico se determinó su influencia en los módulos E_{T50} obtenidos a partir del modelo del ensayo del micropresiómetro.

En primer lugar se consideró un suelo con ángulos de fricción variable entre 5° y 45° con módulos de elasticidad variables entre 1000 y 10000 kN/m^2 y cohesión nula. La Figura 8 presenta la relación entre el módulo de Young y el módulo tangente al 50% de la deformación volumétrica en la expansión para suelos con distintos ángulos de fricción. Se obtuvo una relación directa entre los módulos. Además, para un determinado módulo de Young el módulo E_{T50} aumenta con el ángulo de fricción, lo cual se atribuye a la mayor resistencia del suelo, y mayor distancia desde el eje octaédrico hasta la superficie de fluencia adoptada.

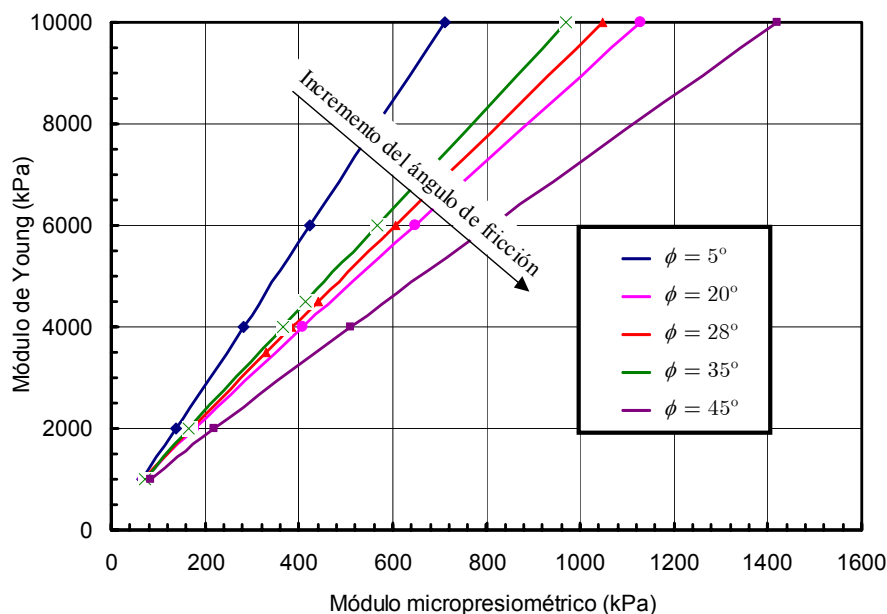


Figura 8: Relación entre el módulo de elasticidad y el módulo tangente al 50% de la deformación volumétrica

La **Figura 9** presenta los resultados obtenidos con el modelo cuando el suelo es netamente cohesivo. Al igual que en el caso de la fricción, se observa también que la pendiente de la relación entre E y E_{T50} disminuye cuando se incrementa la cohesión, lo que produce un aumento del rango elástico lo que se manifiesta en valores del módulo E_{T50} más altos.

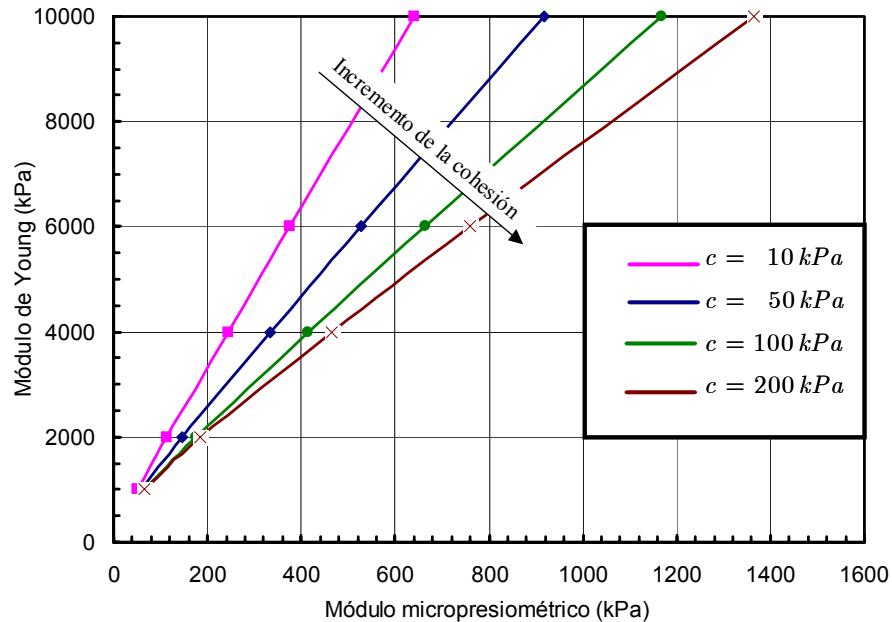


Figura 9: Relación entre el módulo de elasticidad y el módulo tangente al 50% de la deformación volumétrica

La **Figura 10** muestra la variación de la cohesión y el ángulo de fricción con la presión máxima definida en la **Figura 7**. En ambos casos se observan tendencias que pueden aproximarse mediante un modelo lineal. Los resultados obtenidos permitirían predecir a partir de la presión límite determinada en el ensayo el ángulo de fricción (para el caso de suelo granulares con comportamiento drenado) o de la resistencia al corte no drenada (para el caso de suelo cohesivos con comportamiento no drenado).

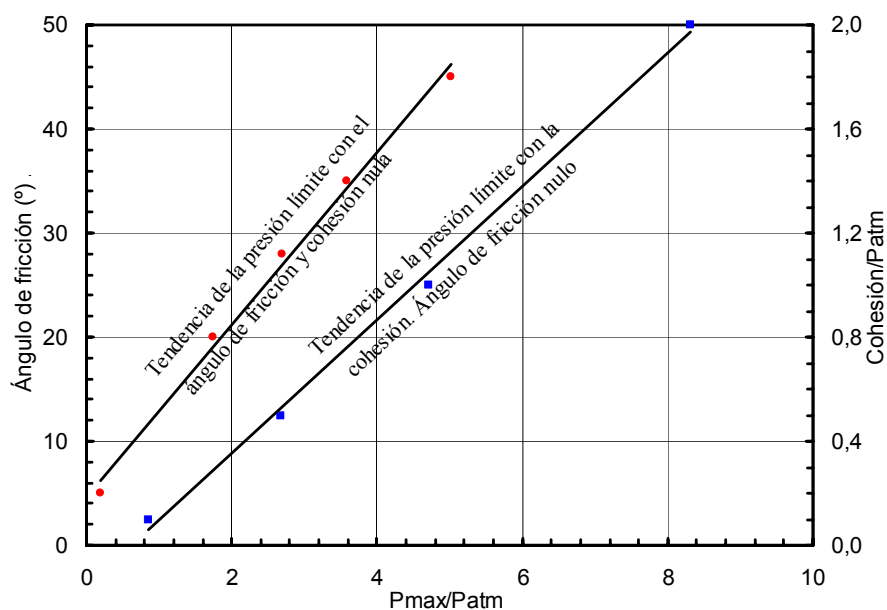


Figura 10: Tendencia de la presión máxima con el ángulo de fricción y la cohesión

La curva de presión expansión volumétrica unitaria, se caracteriza entonces por dos parámetros (presión máxima y módulo tangente al 50% de deformación). Del mismo modo, se ha mostrado a través de las Figuras 8, 9 y 10, que los parámetros resistentes gobernantes en suelos friccionales son el módulo de elasticidad y el ángulo de fricción, mientras que en suelos cohesivos los parámetros relevantes son módulo de elasticidad y la cohesión (asumiendo comportamiento elastoplástico perfecto en ambos casos). Por lo tanto, el módulo volumétrico E_{T50} que se obtiene con el ensayo diseñado podría relacionarse con los parámetros mecánicos del suelo de la siguiente manera:

$$\text{Suelos Friccionales: } E(E_{T50}, p_l) = \chi(\phi_{(p_l)})E_{T50} + \kappa(\phi_{(p_l)}) \quad (34)$$

$$\text{Suelos cohesivos: } E(E_{T50}, p_l) = \chi(c_{(p_l)})E_{T50} + \kappa(c_{(p_l)}) \quad (35)$$

4.2 Expansión en suelos con propiedades mecánicas aleatorias

La elevada variabilidad en los parámetros mecánicos y resistentes de los suelos es responsable de incertidumbre y desviaciones en los resultados obtenidos en simulaciones numéricas. Para mostrar la diferencia de comportamiento, se presenta en la [Figura 11](#) la curva de carga deformación de ensayos edométricos sobre muestras inalteradas tomadas a 3 metros de profundidad en suelos con la misma clasificación unificada y del mismo origen geológico en diferentes puntos en la ciudad de Córdoba. Aceptando una distribución gaussiana, la diferencia entre las curvas de límite superior e inferior resulta igual a 6 desviaciones estándar y se puede definir el coeficiente de variación como la relación entre la desviación estándar y el valor medio.

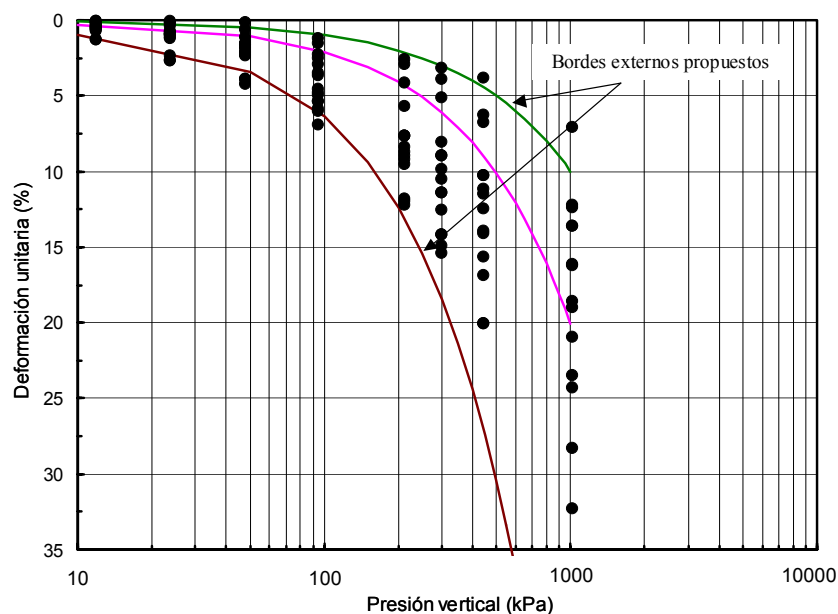


Figura 11: Ensayos de compresión confinada sobre muestras inalteradas a 3 m de profundidad

Se obtienen así los módulos edométricos máximo ($E_{edommax} = 10000$ kPa), medio ($E_{edomed} = 5000$ kPa) y mínimo ($E_{edomin} = 1667$ kPa) empleados en los modelos de la expansión de una cavidad, empleando la relación (36). El ángulo de fricción, el peso unitario húmedo y seco, se obtuvieron del trabajo realizado por Francisca et al. (2002).

$$E = \frac{(1 - 2\nu)(1 + \nu) E_{edom}}{(1 - \nu)} \quad (36)$$

En suelo con parámetros determinísticos y aleatorios se emplean las propiedades presentadas en la [Tabla 1](#) para las condiciones drenadas y no drenadas.

	Largo plazo		Corto plazo	
	Determinísticos	Aleatorios	Determinísticos	Aleatorios
γ_d (kN/m ³)	13	$\sigma_{\gamma_d} = 0$	13	$\sigma_{\gamma_d} = 0$
γ (kN/m ³)	15	$\sigma_{\gamma} = 0$	15	$\sigma_{\gamma} = 0$
E (kN/m ²)	3500	$\sigma_E = 970,6$	3500	$\sigma_E = 970,6$
c (kPa)	0	$\sigma_c = 0$	30	$\sigma_c = 0$
ϕ (°)	28	$\sigma_{\phi} = 0$	20	$\sigma_{\phi} = 0$

γ_d = peso unitario seco, γ = peso unitario a humedad natural, E = módulo de elasticidad, c = cohesión, ϕ = ángulo de fricción, $\sigma(.)$ = desviación estándar de (.)

Tabla 1: Propiedades empleadas en las simulaciones

En la mayoría de los casos los suelos no son homogéneos y presentan variabilidad en las distintas escalas que pueden ser observados. Esta variabilidad se presenta en forma inherente y en aspectos tanto relacionados con la composición, densidad, contenido de agua, presencia de cementantes, química del suelo y agua subterránea, etc. En particular en el caso de los loess es común observar durezas o nódulos que modifican significativamente tanto el comportamiento tenso-deformacional como el colapso por inundación ([Francisca 2007](#)). Un detalle exhaustivo de la variabilidad de las propiedades mecánicas de los loess y la influencia de la misma en la confiabilidad de las fundaciones profundas fue presentada por [Arrúa \(2006\)](#). Debido a ello se realizaron dos tipos de análisis para cuantificar tanto la posible variabilidad inherente de las propiedades geotécnicas como la variabilidad espacial de las mismas en suelos con comportamiento drenado y no drenado. Un resumen de todas las alternativas modeladas utilizando el MEF se presenta en la [Figura 12](#).

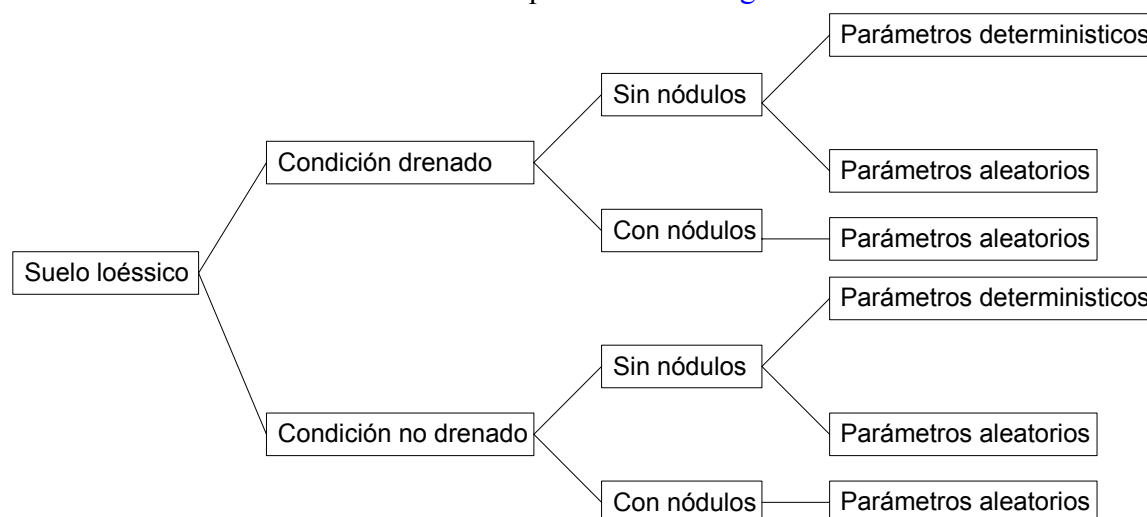


Figura 12: Situaciones de análisis simuladas

Para los modelos aleatorios sin presencia nodular se establecen los campos aleatorios, aceptando que entre los valores máximos y mínimos de módulo de elasticidad existen 6

desviaciones estándar ($6\sigma_E$). De esta forma se establece el coeficiente de variación (cov_E) como:

$$\sigma_E = 970,5; \mu_E = 3494$$

$$cov_E = \frac{\sigma_E}{\mu_E}, cov_E = 0,28 \quad (37)$$

A partir de cuales se obtiene la desviación estándar logarítmica (σ_{lnE}) y la media logarítmica (μ_{lnE}) a través de las ecuaciones (38) (Spiegel, 1975).

$$\sigma_{lnE} = \sqrt{\ln(1 + cov_E)}, \sigma_{lnE} = 0,27$$

$$\mu_{lnE} = \ln \mu_C - \frac{1}{2} \sigma_{lnE}^2, \mu_{lnE} = 7,9 \quad (38)$$

Se desarrolló un modelo con 140 regiones y se generaron números aleatorios para cada región asumiendo una distribución logarítmica normal. Para cada elemento a_{ij} de la matriz de números aleatorios generada le correspondiente un módulo de elasticidad determinado según la distribución probabilística asumida (Figura 13a).

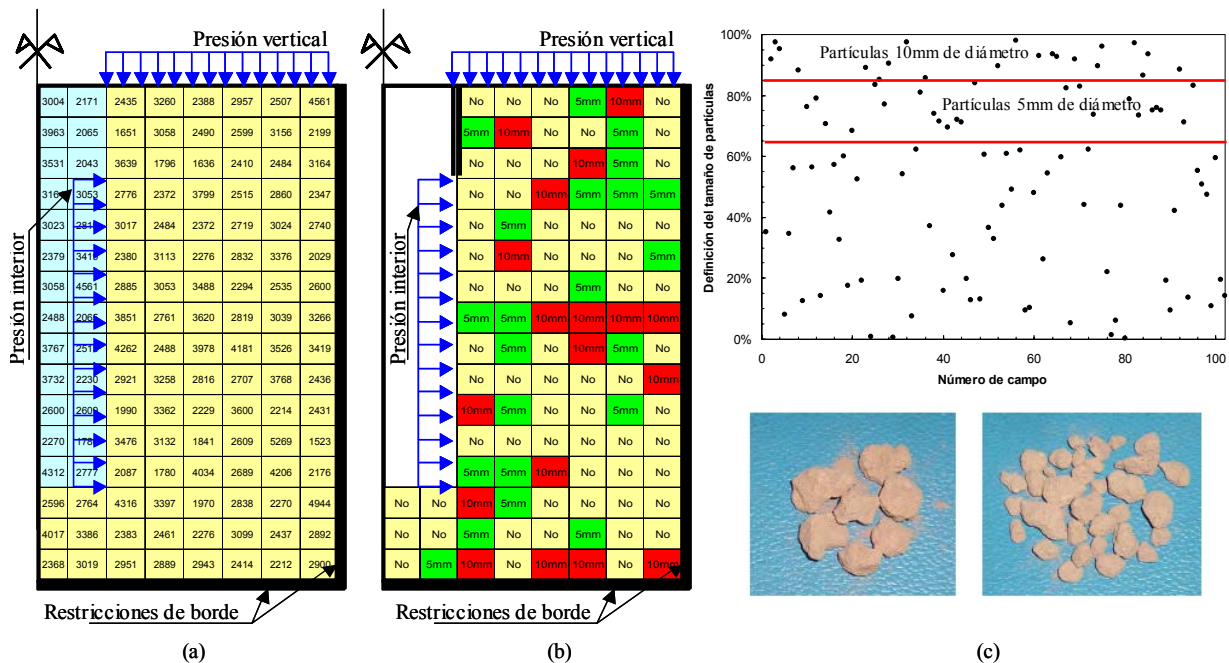


Figura 13: Modelo aleatorio y aleatorio con incrustaciones. (a) Distribución del módulo de elasticidad por campos. (b) Distribución aleatoria de nódulos. (c) Criterio de selección de tamaños (Fotografía de partículas registrada por Rinaldi y Capdevila (2006) de suelo loésico sin degradación por acción mecánica)

Rinaldi y Capdevila (2006) mostraron que la energía mecánica aplicada a una muestra de loess modifica su granulometría de manera importante cuando se realiza un tamizado por vía seca. El tamaño de partículas retenidas es notablemente diferente en muestras disgregadas mecánicamente y aquellas a las cuales no se las ha sometido a una acción destructiva. Esta presencia de agregados y/o nódulos cementados en muchos casos son los responsables de la variabilidad de las propiedades geomecánicas de los loess (Francisca 2007).

La cantidad de nódulos se determinó en este trabajo a partir de los análisis granulométricos realizados por Rinaldi y Capdevila (2006). Para ello se consideran los diámetros de agregados

o nódulos mayores a 10 mm y 5 mm obtenidos en muestras de suelo que presentan un pasante tamiz #200 superior al 97% cuando son lavados por vía húmeda y alta energía (>97% de las partículas, en peso, presentan diámetros inferiores a 74 μm).

La ubicación espacial de los nódulos se determinó como se indica en la [Figura 13b](#), para lo cual se asignan números aleatorios uniformes comprendidos en el intervalo $[0;1] = [0\%;100\%]$ y se establecen límites para definir el tamaño de las partículas ([Figura 13c](#)). El módulo de elasticidad de aquellos elementos establecidos como nódulos se establece a partir de un ensayo edométrico realizado en una muestra de suelo totalmente cementada ($E_{edo} = 19125 \text{ kPa} \rightarrow E = 13365 \text{ kPa}$).

Las [Figura 14](#) y [Figura 15](#) presentan las curvas de expansión volumétrica para la condición drenada y no drenada en suelos con propiedades aleatorias (considerando la media y desviación estándar en los módulos de Young), determinísticas (considerando sólo el valor medio del módulo) y con variabilidad espacial (con propiedades aleatorias y la inclusión de elementos rígidos simulando la presencia de nódulos). Bajo condición drenada se aprecia que la presión máxima alcanzada es idéntica para todos los escenarios de análisis. Esto muestra las mismas tendencias a las observadas en los resultados presentados en la [Figura 8](#) y [Figura 9](#), ya que sólo los parámetros resistentes controlan la plastificación y rotura del suelo. Resultados similares se obtuvieron cuando se simuló el comportamiento drenado. En ambos casos se aprecia una fuerte no linealidad en el caso de un material aleatorio con incrustaciones nodulares. En el caso de numerosas incrustaciones nodulares sería necesario considerar los mecanismos de fricción, transferencia de carga y posible rotura del esqueleto a través de los nódulos del suelo.

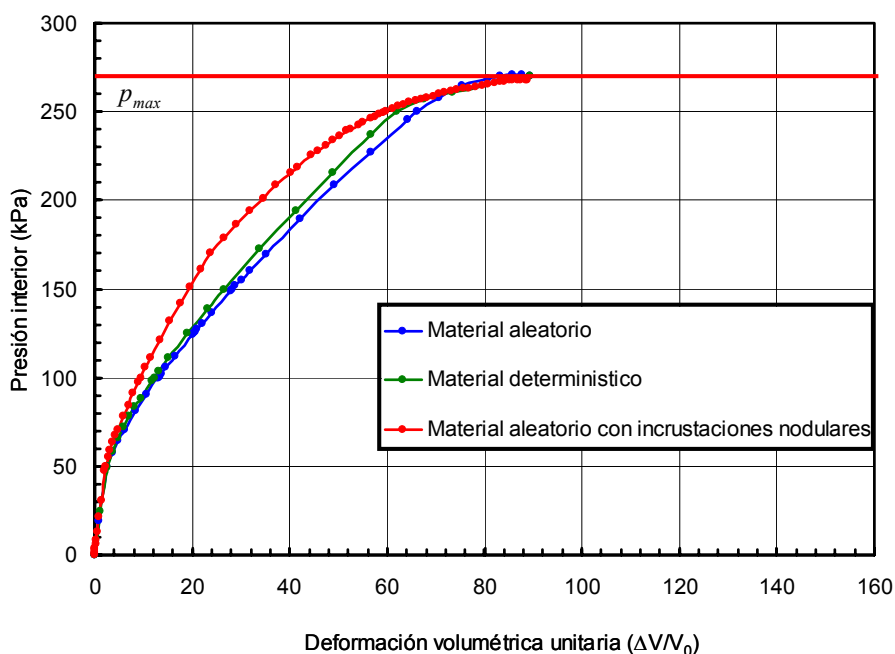


Figura 14: Curvas de presión-expansión en condición no drenada

La presencia de nódulos cementados altera de manera notable el módulo definido en la [Figura 7](#) y en consecuencia es de esperar que los parámetros usualmente empleados en la práctica ingenieril sean inferiores a los que pueden utilizarse contemplando la influencia de estas partículas cementadas. En el diseño de fundaciones este aspecto resultaría en un sobredimensionamiento de las estructuras de cimentación.

En el modelo numérico se pudieron observar concentraciones de tensiones en las proximidades de los agregados de mayor rigidez. Esto no se puede apreciar en las curvas presión-deformación debido a que el registro de desplazamiento se ha efectuado en el punto medio del cilindro de control (Zona 2 - Figura 1) y en consecuencia, este efecto de pequeña escala no puede ser contemplado. Comparando la respuesta de las tres situaciones se identifica que cuando se asumen propiedades determinísticas se sobreestima la expansión respecto del mismo material considerando la variabilidad en las propiedades del suelo (media y desviación estándar). Cuando existen partículas cementadas se identifica una mayor rigidez en la curva de expansión que puede deberse al incremento parcial en el módulo de elasticidad en zonas de la matriz de suelo.

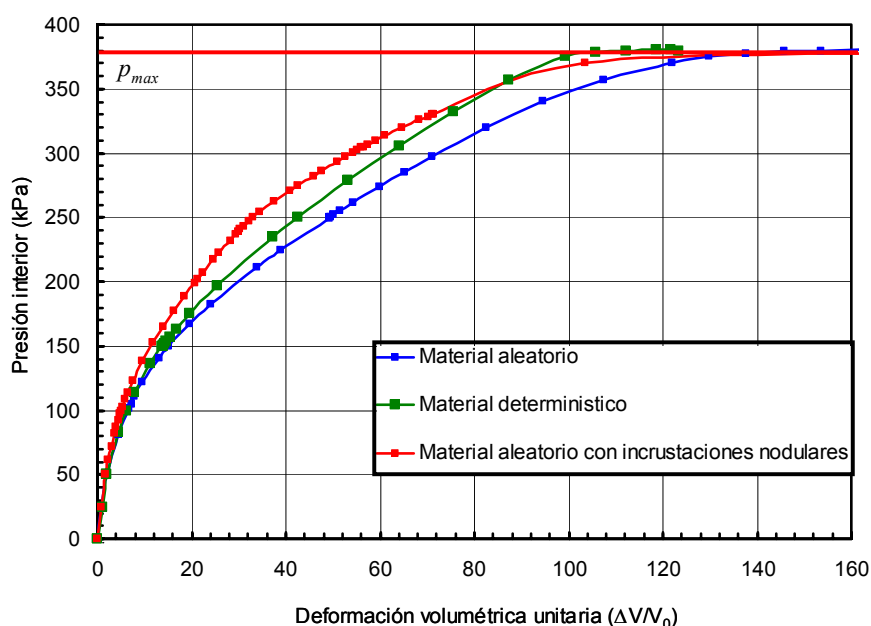


Figura 15: Curvas de presión-expansión en condición no drenado

5 CONCLUSIONES

Se ha empleado la simulación computacional para estudiar la respuesta de la expansión de cavidad cilíndrica en suelos con comportamiento netamente cohesivo y friccional en un dispositivo con restricción de desplazamiento horizontal. Se ha considerado un suelo con propiedades variables típicas de las observadas en los loess del centro de Argentina, comparando su respuesta en condición drenada y no drenada y determinado la influencia de nódulos en las curvas de expansión. Las conclusiones de mayor relevancia son:

- Mediante el empleo de modelos numéricos axisimétrico del ensayo diseñado, fue posible estudiar el comportamiento tenso-deformacional del suelo y analizar la influencia de las partículas de mayor rigidez (eg. nódulos, agregados, clastos, etc.).
- Es posible establecer una relación funcional empírica a partir de los resultados presentados en relación a la proporcionalidad que se observa entre (1) el módulo de deformación volumétrica unitaria al 50% de la curva de expansión y el módulo de elasticidad, (2) La presión máxima en la expansión de la cavidad con el ángulo de fricción y la cohesión del suelo para el caso de comportamiento drenado y no drenado respectivamente.
- El modelo planteado en campos aleatorios con distribución en el módulo de

elasticidad logarítmico normal presenta diferencias en la curva de expansión que indican una sobreestimación de los parámetros cuando estos son determinísticos.

- La expansión de la cavidad en comportamiento drenado presenta similares tendencias a las obtenidas con parámetros del loess no drenado. Se observa un incremento notable en la presión máxima para la condición de corto plazo.
- La presencia de nódulos genera una alta no linealidad en el comportamiento del suelo y provoca un incremento significativo en el módulo tangente al 50% de la deformación. Esto muestra que bajo las condiciones presentadas los parámetros resistentes obtenidos frecuentemente por los ensayos de rutina son subestimados.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido financiada por la Facultad Regional Córdoba de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN-FRC) y la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional de Córdoba (SECyT-UNC). Pedro Arrúa agradece la beca doctoral otorgada por la Universidad Tecnológica Nacional y las facilidades y apoyo brindado por el Departamento de Ingeniería Civil UTN-FRC.

REFERENCIAS

- Arrúa, P., Teoría de Probabilidad en el análisis del comportamiento de fundaciones profundas. *Tesis de Maestría en Ciencias de la Ingeniería*. FCEfyN, UNC- Córdoba, Argentina 2006.
- Baligh, M., Cavity expansion in sand with curved envelopes. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. ASCE, 102, 1131-1146, 1976.
- Bowles, J., *Foundation analysis and design*. McGraw-Hill, New York, N.Y., 1988.
- Cassan, M., *Los ensayos in situ en la mecánica de suelos. Su ejecución e interpretación*. Editores técnicos asociados. Barcelona, España, 1982.
- Francisca F. M., Evaluating the constrained modulus and collapsibility of loess from standard penetration test, *ASCE International Journal of Geomechanics*, 7, 4, 2007.
- Francisca, F. M.; Redolfi, E. R. y Prato C. A., Análisis de Tuberías Enterradas en Suelos Loésicos: Efecto de la Saturación del Suelo”, *Rev. Int. de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil*, 2, 1, 3-19, 2002.
- Gibson, R. y Anderson, W., *In situ measurement of soil properties with the pressuremeter*. Civil Engineering Public Work Reviews, 56, 615-618, 1961.
- Jaky, J., The coefficient of Earth Pressure at rest. *Journal for the Society of Hungarian Architects and Engineers*, 355-358. 1944, en Das B. *Principios de Ingeniería de Cimentaciones*, Internacional Thomson Learning Editores, S.A. Buenos Aires, Argentina, 1999.
- Kwon, Y. Y Bang, H., *The finite element method. Using Matlab*. CRC Press. ISBN 0-8493-0096-7. New York, USA, 2000.
- Lambe, T.W. y Witman, R., *Soil Mechanics*, John Wiley & Sons, New York, 1968.
- Rinaldi, V. y Capdevila J. Effect of Cement and Saturation on the Stress Strain Behavior of a Silty Clay. *Unsaturated Soil Conferences*, Arizona, USA CAREFREE ASCE Vol. 1 pp.1157 – 1168, 2006.
- Rowe, R. y Kack, G., A theoretical examination of settlements induced by tunnelling: four case histories. *Canadian Geotechnical Journal*, 20, 2, 299-314, 1983.
- Timoshenko, S. y Goodier, J., *Theory of Elasticity*. Second Edition. International Student Edition. Engineering Society Monographs. McGraw-Hill Book Company, 1951.
- Timoshenko, S., *Strength of materials*. Part II, D. Van Nostrand Co., Inc., New York, 1930.
- Vesic, A., Expansion of cavities in infinite soil mass. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation*

- Division*, ASCE, 98, 265-290, 1972.
- Wood, David., *Soil behaviour and critical state soil mechanics*. Cambridge University Press. Cambridge, United Kingdom, 1991.
- Yu, H. y Mitchell, J., Analysis of cone resistance: review of methods. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 124, 2, 140-149, 1998.
- Yu, H. S., Cavity expansion theory and its application to the analysis of pressuremeters. *Ph. D. Thesis*. University of Oxford. St. Anne's College. (1990).
- Spiegel, M., *Probabilidad y Estadística*. Ed. McGraw-Hill, ISBN 970-10-2098-7, 1975.