Asociación Argentina de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXVI, pp.1906-1920
Sergio A. Elaskar, Elvio A. Pilotta, Germán A. Torres (Eds.)
Córdoba, Argentina, Octubre 2007

OPTIMIZACION APLICADA A LA COORDINACION HIDROTERMICA DEL MERCADO ELECTRICO ARGENTINO.

Aldo J. Rubiales[a], Fernando J. Mayorano[a], Pablo A. Lotito[a]

[a]*PLADEMA, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.*

Palabras Claves: Optimización, Redes Energéticas, Programación Dinámica, Método de Haces.

Resumen. El objetivo del siguiente trabajo es presentar un algoritmo que resuelva el problema de coordinación de las operaciones de despacho a corto plazo en el Mercado Eléctrico Argentino considerando no sólo los aspectos operativos y tecnológicos de generación y distribución del sistema, sino también las características económicas del mercado.

Argentina en el año 1992 comenzó su propio proceso de desregulación del mercado eléctrico, fijando un nuevo marco de regulación del sector y estableciendo la separación entre generación, distribución y transporte de energía eléctrica, como así también la libre competencia entre los distintos agentes que forman parte del sector de generación. Estos cambios han impactado en los métodos de planificación de generación de energía y en los algoritmos utilizados para su optimización. En el contexto de los mercados eléctricos competitivos el problema de coordinación de unidades de despacho ha dejado de solo considerar restricciones operativas para también considerar los aspectos económicos del mercado.

El problema de coordinación a corto plazo o despacho hidro-térmico a resolver considera las distintas restricciones asociadas al sistema, las cuáles no sólo poseen variables continuas sino también discretas. En este trabajo se considera la optimización de las operaciones que realiza un operador encargado de una central hidroeléctrica de bombeo para maximizar su beneficio. Se considera que las mismas están construidas con el objetivo de ahorrar costos de combustible generando en las horas de mayor demanda y bombeando agua al embalse superior de acumulación en las horas que la demanda es menor.

Para resolver este problema se han analizado diferentes técnicas. Por un lado, la programación dinámica da buenos resultados para el caso propuesto. Sin embargo cuando las cantidad de bombas disponibles crece, especialmente al considerar otras centrales hidráulicas, y cuando se consideran más usinas térmicas, dicha técnica deja de ser eficiente. En tal situación proponemos dos método, uno de tipo *branch and bound* considerando relajación Lagrangeana para la cota dual, y otro basado en dualidad Lagrangeana. Una ventaja de estos métodos es que el problema dual es separable a costa de la diferenciabilidad del mismo. Además como en general hay salto de dualidad para obtener una solución buena (near-optimal) se deben utilizar técnicas de recuperación primal como *Lagrangeano Aumentado*.

1 INTRODUCCIÓN.

En la actualidad la tendencia mundial de los mercados eléctricos se dirige hacia la liberalización de éstos, mediante la introducción de competencia en algunos segmentos de este negocio, permitiendo así, la utilización de conceptos de mercados competitivos en un sector tradicionalmente monopólico.

Este monopolio era usualmente manejado por una empresa estatal que era dueña de las áreas de concesión de todos los segmentos de un sistema eléctrico. Argentina no es la excepción a esta tendencia mundial y en los últimos quince años cambió la estructura verticalmente integrada de su mercado eléctrico a una segmentada no solo vertical sino también horizontalmente (Moitre, 2002).

El mercado eléctrico en Argentina al igual que el de otros países donde existe el concepto de competencia, incluye diferentes acuerdos financieros y comerciales por medio de distintos tipos de contratos que se celebran entre los distintos agentes que participan en el mercado. Estos contratos se nuclean en el mercado spot, en el cuál la energía eléctrica es valuada y comercializada. En Argentina la tarea de definir el precio spot es llevada a cabo por CAMMESA (Compañía Administradora del Mercado Mayorista Eléctrico) la cuál es propiedad de los Agentes del Mercado Mayorista Eléctrico en un 80%. El 20% restante está en poder del ministerio público que asume la representación del interés general y de los usuarios cautivos.

La programación del despacho económico es llevada a cabo utilizando modelos de optimización y simulación del sistema, donde el objetivo es minimizar el costo de operación de las unidades de generación del mismo. El precio spot de la energía refleja el costo del próximo Megavatio (MW) de carga a ser provisto sujeto a restricciones asociadas al transporte y mantenimiento del nivel de calidad de servicio y seguridad preestablecidos.

Cuando se desean modelar mercados eléctricos con estructura de pool competitivo no cooperativos la programación de la operación de sistemas hidrotérmicos debe tener en cuenta no solo las características técnicas del sistema, sino también los aspectos económicos de los distintos agentes del pool (Moitre et al., 2005a).

Históricamente los trabajos relacionados con la operación óptima de sistemas de energía hidrotérmicos estuvieron dedicados a considerar mercados no competitivos donde existía una empresa estatal que era dueña de todas las centrales generadoras. En la actualidad hay distintos trabajos que consideran el concepto de competencia en generación hidrotérmica. Los trabajos de Deb (2000), Prasannan et al. (1996), y Jin et al. (1998) están aplicados a un mercado competitivo y consideran la programación de distintos servicios maximizando el beneficio de distintos agentes del mercado en cada uno de ellos.

En el presente trabajo se considera un modelo similar al presentado en (Moitre et al., 2005a). En el mismo se define la programación óptima de las operaciones de una central de bombeo en un pool competitivo como un problema de optimización bi-nivel. Bajo ciertos supuestos el problema se redefine como de un solo nivel y se utilizan distintos algoritmos para resolverlo. Inicialmente se encuentra solución al problema a través de programación dinámica, y búsqueda exhaustiva obteniendo los mismos resultados en cuanto a los volúmenes bombeados y generados en la represa durante un día. Luego se aplica al problema resultados de dualidad que lo transforman en un problema no diferenciable que es resuelto por el método de Haces. De esta manera se puede obtener un algoritmo mas eficiente evitando los altos requerimientos en memoria que tienen los dos algoritmos inicialmente propuestos. Cabe destacar que este ahorro en memoria tiene un costo extra debido a la existencia de un salto de dualidad que hace que la solución no sea de la misma calidad que la obtenida a través de las otras dos técnicas. Para solucionar este inconveniente se combina el método de Haces con un algoritmo de optimización tipo *Lagrangeano Aumentado* que permite recuperar la solución primal. También se analiza el método *Branch and Bound* para el manejo de las variables enteras evitando así el salto de dualidad y obteniendo una solución de alta precisión.

2 MODELO.

El modelo propuesto considera la programación óptima de las operaciones de una central hidroeléctrica de bombeo considerando el beneficio del agente que la opera.

Las centrales de bombeo son un tipo especial de centrales hidroeléctricas que posibilitan un empleo más racional de los recursos hídricos de un país. Disponen de dos embalses situados a diferente nivel, vinculados por un conducto hidráulico y sala de máquinas. Cuando la demanda de energía eléctrica del sistema alcanza su máximo nivel (pico), las centrales de bombeo funcionan como centrales convencionales generando energía y almacenando el agua utilizada en el embalse inferior. Durante los horas del día en las que la demanda se energía es menor (valle) el agua es bombeada al embalse superior cerrando el ciclo productivo. Por lo tanto, estas centrales permiten aplanar el diagrama de carga del sistema, incrementando la carga en las horas de valle y aportando energía en los horarios de demanda pico.

Presentamos primeramente el modelo bi-nivel planteado en Moitre et al., 2005a, se define de la siguiente manera:

$$\text{Maximizar} \sum_{j\in K} Ben(x_j, y_j, p_j) \tag{1}$$

donde (x_j, y_j, p_j) están sujetas a:

$$\begin{gathered} V_{j-1} + r_j - s_j - q(x_j) = V_j;\ j \in G \\ V_{j-1} + r_j - s_j + w(y_j) = V_j;\ j \in B \\ V_{j-1} + r_j - s_j = V_j;\ j \notin G \cup B \\ V^{Min} \le V_j \le V^{Max} \\ x^{Min} \le x_j \le x^{Max} \ ;\ j \in G \\ y^{Min} \le y_j \le y^{Max} \ ;\ j \in B \end{gathered} \tag{2}$$

y el precio se obtiene como el costo marginal de producción térmica óptima, es decir, se debe resolver el siguiente problema de optimización (segundo nivel):

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in K} \sum_{k \in T} C_j(t_j^k) \tag{3}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} &\sum_{k \in T} t_j^k + x_j = d_j + l_j ;\ j \in G \\ &\sum_{k \in T} t_j^k = y_j + d_j + l_j ;\ j \in B \\ &\sum_{k \in T} t_j^k = d_j + l_j ;\ j \notin G \cup B \end{aligned} \tag{4}$$

$$t^{Min\,k} \leq t_j^k \leq t^{Max\,k} ;\ j \in K, k \in T$$

y el precio está dado por:

$$p_j = \sum_{k \in T} \frac{\partial}{\partial t} C_j(t_j^k) , \tag{5}$$

donde cada una e las variables definidas significa lo siguiente:

K	Etapas horarias de programación de la programación diaria.
G	Etapas de generación de la central hidroeléctrica.
B	Etapas de bombeo de la central hidroeléctrica
x_j	Potencia generada [MW] para la central hidroeléctrica de bombeo en la etapa j.
y_j	Potencia de bombeo [MW] para la central hidroeléctrica de bombeo en la etapa j
t_j^k	Potencia generada [MW] para la central térmica k para la etapa j.
λ_j	Multiplicador de Lagrange [\$/MWh] asociado a la restricción generación-carga en la hora $j \in K$.
Ben	Beneficio [\$/h] de la central hidroeléctrica de bombeo en función de x_j, y_j, λ_j dadas.
$C_k()$	Costo de operación [\$/h] de la central térmica $k \in T$ en función de una t_j dada.
d_j	Demanda total [MW] durante la hora $j \in K$.
l_j	Pérdidas de transmisiones totales [MW] durante la hora $j \in K$.
V_j	Volumen del embalse superior de acumulación de la central hidroeléctrica de bombeo en la hora $j \in K$.
r_j	Caudal afluente al embalse superior de acumulación de la central de bombeo en la hora $j \in K$.
s_j	Vertimiento del embalse superior de acumulación de la central de bombeo en la hora $j \in K$.
$q()$	Caudal turbinado en función de una x_j dada.
$w()$	Caudal bombeado en función de una y_j dada.
η	Rendimiento del ciclo de la central hidroeléctrica de bombeo.

p_j Multiplicador de Lagrange [$/MWh] asociado a la restricción generación – carga en la hora $j \in K$.

El modelo propuesto (1-4) simplifica el efecto de la red considerándolo solo a través de pérdidas totales en cada intervalo de tiempo. Un modelo más detallado es posible a partir de un flujo óptimo de potencia que incluya otro tipo de restricciones, como por ejemplo, la capacidad de transmisión para cada vínculo de la red.

Cabe destacar que las interacciones estratégicas entre la central hidroeléctrica de bombeo y los restantes generadores del pool competitivo se consideran mediante un modelo de competencia perfecta. En este modelo los generadores carecen de poder para manipular el precio en el mercado (precio-aceptantes), y se da una maximización del beneficio, resultando en una situación ideal del mercado en el que la interacción entre la oferta y la demanda determina el precio (Kreps, 1990). Esto se da principalmente porque al existir muchos vendedores pequeños en relación con el mercado, ninguno puede ejercer una influencia apreciable sobre los precios y porque en el caso de la energía eléctrica se vende un producto homogéneo en el mercado, por lo que al comprador le es indiferente un vendedor u otro.

Si bien las centrales hidráulicas de bombeo originalmente eran instaladas con turbinas hidroeléctricas separadas y bombas que funcionan a través de motores eléctricos, en los últimos años se utilizan se utilizan máquinas reversibles que tienen la capacidad de funcionar como bombas y turbinas. Estas máquinas reversibles presentan características normales de entrada-salida cuando son utilizadas como turbinas. Cuando se las utiliza para bombear, sin embargo, la eficiencia de operación disminuye cuando la máquina es operada sobre todo el rango de potencias. Por esta razón la mayoría de este tipo de unidades es operada en un valor de carga fijo (Wood and Wollenberg, 1996).

Tanto las unidades térmicas como las hidroeléctricas tienen características de entrada – salida similares. En las primeras la entrada se puede medir en término de metros cúbicos de gas o algún otro combustible por hora, o en alguna unidad monetaria (como pesos en este caso) para tener los resultados expresados en una única unidad en caso detener unidades térmicas que consuman distintos tipos de combustible, mientras que la salida (ósea la energía generada) se expresa en MW. En el caso de las unidades hidroeléctricas el caudal (volumen de agua por tiempo) de entrada se mide en hm^3/h mientras que la salida en MW (Wood and Wollenberg, 1996). La función de caudal se define de la siguiente manera:

$$q(x) = \alpha x + \beta x^2 , \qquad (6)$$

donde $q(x)$ es el caudal, x es la potencia hidráulica generada y α , β son coeficientes que dependen de las características técnicas de las unidades. A su vez, la función de costo de las unidades térmicas es la siguiente:

$$C(t) = a + bt + ct^2 , \qquad (7)$$

donde $C(t)$ es el costo, t es la potencia térmica generada y a, b, c son coeficientes que dependen de las características técnicas de las unidades.

3 ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN.

Si bien en (Moitre et al., 2005a) se enuncia un problema bi-nivel, se hacen luego varias simplificaciones que permiten redefinir el problema como uno de un solo nivel. En dicho trabajo se modela todo el parque térmico como una sola central capaz de generar el total de la demanda con costo de producción cuadrático. La potencia térmica a despachar queda definida en función de la demanda, de la potencia generada y de la potencia bombeada en cada intervalo de tiempo. A su vez *p* en el contexto antes mencionado refleja el costo del próximo MW de carga a ser provisto sujeto a restricciones asociados al transporte y mantenimiento de los niveles de calidad de servicio y seguridad establecidos. Este valor es obtenido por el operador del sistema (en este caso CAMMESA) en función de una previsión de la demanda y de los precios de la energía en una base horaria (Rudnick et al., 1997). En el caso de un mercado con competencia perfecta el mismo se puede modelar como el costo marginal producción de energía térmica. Es decir:

$$p = \frac{\partial C(t)}{\partial t} = \frac{\partial (a + bt + ct^2)}{\partial t} = b + 2ct \; . \tag{8}$$

La función de beneficio se puede interpretar de dos formas según si la central hidráulica de bombeo se encuentre en estado de generación o de bombeo. En el primer caso, comprende la diferencia entre lo que gana la central de bombeo por producir energía eléctrica y lo que pierde debido a que disminuye el volumen del embalse superior y pierde energía potencial que puede ser utilizada para turbinar en otro momento. En el segundo representa lo que se gana en energía potencial ya que aumenta el volumen de agua en el embalse vs. lo que se pierde debido a que se compra energía en el mercado para operar las turbinas en modo bombeo.

Matemáticamente lo podemos definir como:

$$Ben = \sum_t \gamma (q(\eta y_t) - q(x_t)) + p_t (x_t - y_t) \, , \tag{9}$$

donde:

- γ es el valor del agua asociado a la cota inicial del embalse superior. Valores típicos del valor del agua para diferentes cotas se pueden encontrar en (Moitre et al., 2005b).
- p_t es el precio de venta de la energía hidráulica, determinado por la energía térmica total producida.

Esta demás decir que para cada intervalo *t*, *x* e *y* no pueden ser las dos distintas de cero, porque esto indicaría que se está bombeando y generando simultáneamente, lo cuál es una operatoria prohibida y carece de sentido. El primer término de la sumatoria va a influir sobre la operatoria de la central solo cuando no esté predeterminada la cota final del embalse. En el caso en que tanto el valor inicial como el final del volumen del embalse estén definidos, la sumatoria del termino $q(\eta y_t) - q(x_t)$ durante todo el intervalo va a ser igual para todas las trayectorias, y como el valor del agua es constante para una cota inicial dada, siempre va a hacer el mismo aporte al beneficio total mas allá de la operatoria seleccionada.

Tanto la demanda como las pérdidas se modelan como un valor dado para cada intervalo de tiempo. Es decir, ambos parámetros se consideran de manera uninodal, con lo cuál las pérdidas se pueden considerar implícitas en la demanda del sistema.

De esta manera podemos redefinir el problema de la siguiente manera:

$$\min \sum_t p_t \left(y_t - x_t \right) - \gamma \left(q\left(x_t \right) - q\left(\eta y_t \right) \right), \tag{10}$$

sujeto a:

$$\begin{aligned}
& p_t = \tfrac{\partial C(PT)}{\partial PT} = 4 + (d_t - x_t + y_t)/1000, \\
& x_t \in PT, \\
& y_t \in PB, \\
& x_t y_t = 0, \\
& d_t - x_t + y_t \geq 0, \\
& V_t = V_{t-1} + r_t - q(x_t) + q(\eta y_t), \\
& V_{\min} \leq V_t \leq V_{\max}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Como se puede observar se asignaron valores de 4 para *b* y 1/1000 para *c* en (8).

Para la resolución del mismo se utilizaron distintos tipos de métodos los cuáles se explican a continuación.

3.1 Programación Dinámica.

Resolver el presente problema utilizando *Programación Dinámica* consiste en encontrar la trayectoria de mayor beneficio entre el volumen inicial y el final a lo largo del horizonte de tiempo que se desee optimizar (típicamente 24 horas). En cada tiempo el estado está representado por un volumen dado, y el beneficio asociado a pasar de un volumen a otro representa el costo de cada uno de los arcos de la trayectoria.

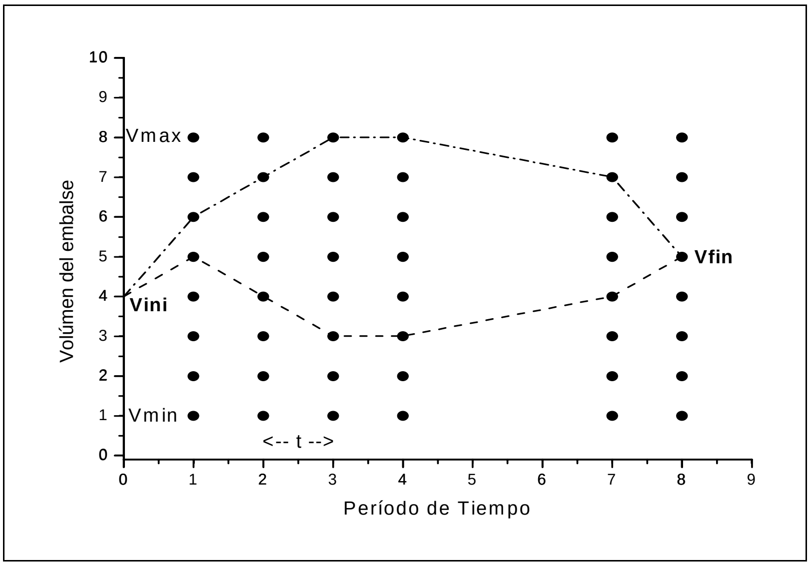

Figura 1: Esquema Utilizado en el algoritmo de Programación Dinámica.

En la Figura 1 los valores *Vmin* y *Vmax* se corresponden con los volúmenes mínimos y máximos admisibles en la represa respectivamente, mientras que *Vini* representa el volumen inicial con que se cuenta en la represa en el primer intervalo de tiempo y *Vfin* es el volumen que deberá presentar en el tiempo final. Se puede observar que pueden existir numerosas trayectorias posibles. Para cada cota del embalse se pueden tomar las decisiones de:

- generar, turbinando según una potencia factible;
- bombear, con una potencia factible;
- no hacer nada.

El volumen del embalse en cada tiempo puede tomar un valor de un conjunto de estados posibles (en la Figura 1 se representa con puntos). Cada trayectoria tiene asociada un volumen en cada instancia de tiempo y las que sean factibles deben partir de un volumen inicial dado y concluir luego de transcurrir un horizonte de tiempo prefijado en un volumen final determinado. El algoritmo deberá hallar como resultado la trayectoria factible que brinde mayor beneficio al operador de la central hidroeléctrica de bombeo.

El algoritmo se inicia con la carga de los datos iniciales, los cuáles se corresponden con la demanda estimada para cada intervalo de tiempo, los volúmenes inicial y final definidos, los límites de generación y bombeo de la central hidráulica y los límites de generación de la central térmica. En cada intervalo de tiempo se determinan los volúmenes factibles del embalse en función del volumen anterior, de la demanda, de los límites del embalse y de la decisión operativa tomada en la central.

El beneficio máximo *Ben(j,k)* en una etapa *j* para un estado *k* se determina a partir del beneficio en la etapa anterior (*j-1*), y de la variación del beneficio asociada al costo de la decisión operativa que lleva a obtener el nuevo. Esto es:

$$Ben(j,k) = \underset{x \in CF_j}{Max}[Ben(j-1,x) + \Delta Ben(j-1,x;j,k)],$$

$$Ben(0,0) = 0\,, \tag{12}$$

donde CF_j es el conjunto de cotas factibles en el intervalo de tiempo anterior a *j* a partir de las cuáles se puede obtener la cota *k* en el tiempo *j* realizando alguna de las operaciones posibles (generación, bombeo o simplemente nada,) en la central.

Se llenan las estructuras auxiliares del algoritmo con los datos de entrada del problema. (demanda para cada período, volumen inicial y final, límites operativos, etc.)
Inicializar en $-\infty$ todas las celdas de la matriz *Ben*, y en vacío todos las de *P*.
Por cada $t : t^{inicial} \le t \le t^{final}$
    Por cada $v : V^{Min} \le v \le V^{Max}$
        Si *v* es una cota factible para el tiempo *t*
            $Ben(t,v) = \underset{x \in CF_t}{Max}[Ben(t-1,x) + \Delta Ben(t-1,x;t,v)]$
            $P(t,v) = x^*$ (Argumento óptimo del Max anterior)
    Si $t = t^{final}$ y $v \ne V^{fin}$
        $Ben(t^{final}, v) = -\infty$ (Se descarta la trayectoria)
$ben^{optimo} = Ben(t^{final}, V^{fin})$

Figura 2: Pseudo-Código del algoritmo de Programación Dinámica.

La matriz *Ben* representa el beneficio máximo obtenido en un tiempo y cota dados. La matriz *P* en cada tiempo *t* y cada estado *v* indica el estado predecesor en una trayectoria óptima. Cabe destacar que $\Delta Ben(t-1, x\,; t, v)$ se corresponde con el incremento o decremento del beneficio asociado a las operaciones realizadas para pasar de un volumen *x* en el tiempo *t*-1 a un volumen *v* en el tiempo *t*. Al finalizar, se puede reconstruir la trayectoria óptima partiendo del Volumen final y calculando sucesivamente y hacia atrás los predecesores.

3.2 Otros Métodos.

El problema a resolver puede ser de gran tamaño, por ejemplo puede involucrar un gran número de usinas térmicas. A su vez las funciones de costos, de caudales, pueden no ser tan sencillas como las definidas anteriormente, por ejemplo por los régimenes eficientes de las bombas. Por ejemplo en el caso de varias usinas térmicas el costo de producción se debe modelar por una función seccionalmente cuadrática, en lugar de una simple cuadrática. Dado que las usinas térmicas van entrando en funcionamiento en orden de costo de producción creciente, y suponiendo que cada una tiene una función de costo cuadrática, el costo total es una función seccionalmente cuadrática, que resulta de adicionar las funciones cuadráticas a medida que entran en funcionamiento las usinas correspondientes. Este es el resultado de optimizar el costo de producción térmica para una demanda *d* dada,

$$\min_x \sum_j a_j {x_j}^2 + b_j x_j + c_j\,, \tag{13}$$

sujeto a:

$$\sum_j x_j = d,$$
$$\underline{x}_j \le x_j \le \overline{x}_j. \tag{14}$$

Este problema de tipo *knapsack cuadrático* se puede resolver de manera muy eficiente, para un número reducido de usinas basta con ordenar los costos. Cuando el número de usinas aumenta el costo de ordenar O(n.log$n$) puede reducirse usando un algoritmo de tipo Newton como el presentado en (Lotito, 2006). En este caso el costo marginal resulta una función seccionalmente lineal, continua pero no diferenciable en los puntos donde entra en funcionamiento nuevas usinas.

Otra causa de no diferenciabilidad aparece cuando se considera el problema dual. Este problema consiste en la maximización de una función cóncava no diferenciable dada por la minimización del lagrangiano.

Es por ello que para abarcar casos más reales se necesita utilizar algoritmos que no sólo consideren variables enteras mixtas, sino también funciones no diferenciables.

Por esta razón, el *Método de Haces* (Lemarèchal, 1978) y (Lemarèchal et al., 1997) se ha vuelto una estrategia comúnmente utilizada en este campo (Belloni et al., 2003) haciendo que la capacidad de resolver problemas duales cuya función es "non smooth" con un método robusto capaz de lograr un alto grado de precisión sea realmente importante. Si bien el método de Haces se presenta en este momento como uno de los más eficientes para resolver este tipo de problemas, es común ver en la práctica métodos más simples que dependan del subgradiente como el método de Shor o el método de planos cortantes. El método de Haces presenta grandes ventajas en comparación a los otros ya que no necesita obtener el subgradiente completo de la función a optimizar en cada punto (el cuál muchas veces suele ser de gran tamaño y difícil de calcular) y garantiza un incremento de la función objetivo en cada iteración, algo que no pueden realizar los métodos de planos cortantes (Bonnans et al., 2006).

A continuación se describe brevemente el funcionamiento del método de Haces:

Para evitar oscilaciones (al estilo de las que producen los métodos de planos cortantes) es importante recordar el último punto obtenido. Los métodos de Haces "coleccionan" información relevante a lo largo de las iteraciones la cuál esta definida de la siguiente manera:

$$\left\{\theta(\lambda^k), g(\lambda^k)\right\}_{k \le MXB} \tag{15}$$

y $\hat{\lambda}$, el punto con mayor valor de la función objetivo, donde *MXB* es un entero positivo limitando el tamaño máximo de la colección de información. Con esta información adicional, el algoritmo genera dos secuencias de puntos. La primera consiste de los puntos que se utilizan para ir construyendo el modelo de la función objetivo $\hat{\theta}_n$, los cuáles son llamados puntos candidatos y están denotados por λ^c. La segunda secuencia consiste de esos puntos candidatos donde el valor de la función objetivo aumenta. Estos puntos son llamados centros de estabilidad y se denotan como $\hat{\lambda}$. Se puede observar que $\{\hat{\lambda}\}$ es una subsecuencia de $\{\lambda^c\}$.

A diferencia de lo que se realiza en el método de planos cortantes, donde se utiliza programación lineal para obtener los puntos candidatos, en el de Haces estos se obtienen resolviendo problemas de programación cuadrática de la forma:

$$\max_{\lambda}\left[\hat{\theta}_n(\lambda)-\frac{1}{2}\mu\left\|\lambda-\hat{\lambda}\right\|^2\right], \tag{16}$$

donde $\mu > 0$ es un parámetro que juega el rol del tamaño de paso de una búsqueda lineal en este contexto no lineal. Los puntos candidatos son declarados nuevos centro de estabilidad solo cuando proveen suficiente ascenso para θ. Esto es:

$$\theta(\lambda^c) \geq \theta(\hat{\lambda}) + m\delta^c, \tag{17}$$

donde $m \in]0,1[$ es un parámetro y $\delta^c = \hat{\theta}(\lambda^c) - \theta(\hat{\lambda})$ mide el incremento predicho por el modelo. Debido a la condición antes mencionada existe un $\varepsilon \geq 0$ y un cierto subgradiente regularizado *G*, que, a partir de un centro de estabilidad $\hat{\lambda}$ se cumple:

$$\lambda^c = \hat{\lambda} + \frac{1}{\mu}G \quad \text{y} \quad \delta^c = \varepsilon + \frac{1}{\mu}\left\|G\right\|^2 \tag{18}$$

El algoritmo se detiene cuando ambos un ε y *G* son lo suficientemente pequeños, es decir ambos son menores que tolerancias previamente definidas para cada uno de ellos.

Se puede observar que en este caso, si se toma $\overline{\lambda}$ como un maximizador de θ, se puede escribir lo siguiente:

$$\theta(\overline{\lambda}) \leq \theta(\hat{\lambda}) + G^T(\overline{\lambda}-\hat{\lambda}) + \varepsilon \leq \theta(\hat{\lambda}) + \left\|G\right\|\left\|\overline{\lambda}-\hat{\lambda}\right\| + \varepsilon\,. \tag{19}$$

Con lo cuál, se demuestra que los métodos de Haces se detienen con al menos una solución óptima, $\overline{\lambda}$.

Si, bien como se menciono anteriormente, los métodos de planos cortantes en cada iteración resuelven un problema de programación lineal mientras que el de Haces uno de programación cuadrática, este es el precio que se debe pagar para obtener estabilidad.

En el caso concreto planteado, el hecho de contar con variables enteras no permite garantizar que la solución de cualquier dualización corresponda con una solución primal factible, es decir puede existir un salto de dualidad. En ese caso se debe recurrir a alguna heurística que permita obtener una solución primal factible apoximadamente optimal (Borgheti et al., 2003). Otra opción es utilizar el Lagrangiano aumentado, la ventaja de este método es que el óptimo del dual corresponde a una solución primal factible. La desventaja es que no es separable a causa del término agregado, en general la norma al cuadrado de la restricción dualizada. Sin embargo la solución dual obtenida por el método Lagrangiano común puede utilizarse como un buen punto de partida para maximizar el Lagrangiano aumentado obteniendo finalmente una solución primal factible óptima con buena perfomance (Belloni et al., 2003).

4 RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO A UN CASO PARTICULAR.

En esta sección se presenta la aplicación de los algoritmos presentados anteriormente a un caso particular del Sistema Argentina de Interconexión. La central hidroeléctrica de bombeo cuya operación se optimizará forma parte del complejo hidroeléctrico Río Grande Nro 1, en Calamuchita, al Oeste de la provincia de Córdoba. La misma cuenta con un embalse, una central hidroeléctrica de bombeo en caverna y un contra-embalse que se describen con mayor detalle en (Moitre et al., 2005b).

Las características técnicas de esta central que se tienen en cuenta en la optimización son las siguientes:

- Rendimiento del ciclo $\eta = 0,72$.
- Caudal afluente r = 0,04032 hm^3/h.
- Volumen máximo del embalse = 371 hm^3.
- Volumen máximo del embalse = 121 hm^3.

Como la central tiene cuatro turbinas Francis de eje vertical reversible y se considera que cada una de ellas debe operar en su régimen óptimo, la central será operada con valores fijos de carga según cuantas turbinas se encuentren bombeando o generando. Las potencias factibles de generación y bombeo para la central se especifican en la siguiente tabla:

Máquinas	Potencia bombeo [MW]	Potencia generación [MW]	Caudal [hm^3/h]
1	187,5	135	0,324
2	375	270	0,648
3	562,5	405	0,972
4	750	540	1,296

Tabla 1: Potencias de trabajo de la central de Bombeo.

Para los coeficientes de la función de caudal definida en (6) se consideran valores de $\alpha = 1,65 * 10^{-3}$ y $\beta = 10^{-6}$, mientras que para la función de costo definida en (7) a, b y c valen 4; 4 y 0,001 respectivamente.

El problema definido para la central hidroeléctrica de bombeo que pertenece al complejo hidroeléctrico Río Grande Nro 1 se resolvió aplicando tanto el algoritmo de programación dinámica como el método de Haces arrojando ambos resultados con el mismo grado de exactitud.

A continuación se presenta un caso particular, el mismo está sometido a la demanda graficada en la Figura 3.

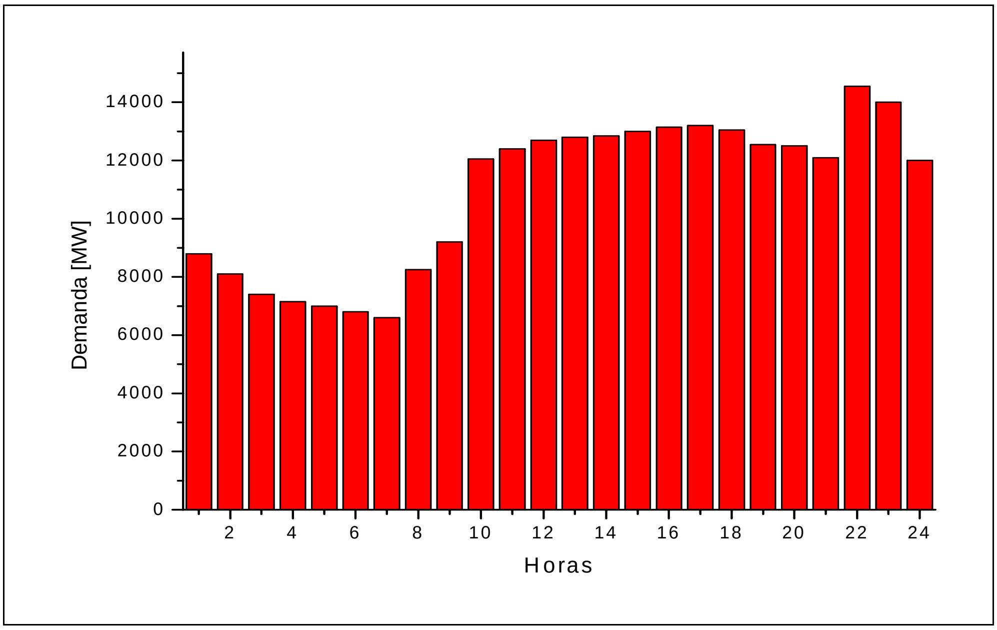

Figura 3: Demanda Diaria discriminada por hora.

En este caso la cota inicial del embalse es de 347 hm³, mientras que la final es de 346 hm³. A su vez, el valor del agua (γ) es de 5 \$/m³.

Las potencias bombeadas y generadas en la central de bombeo se presentan en la siguiente figura:

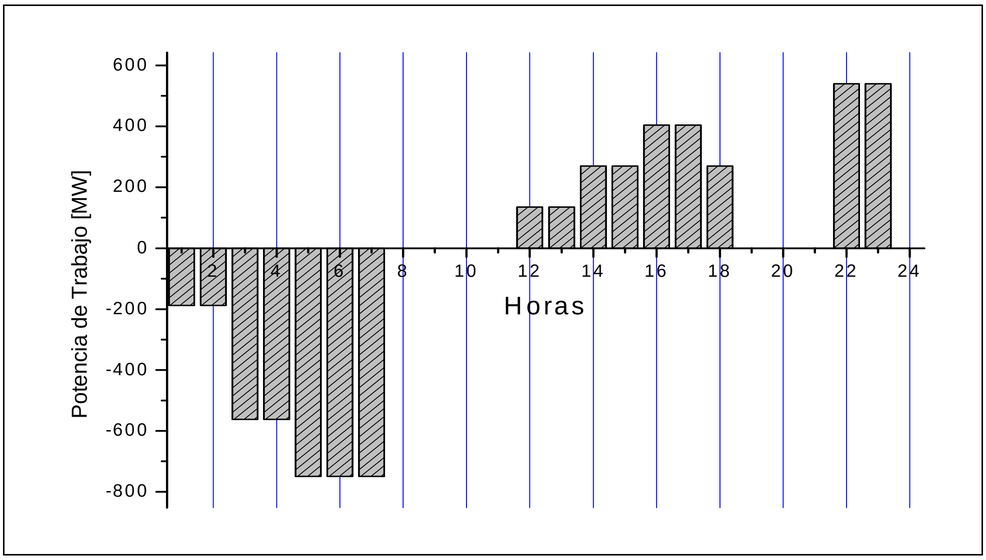

Figura 4: Potencias de Trabajo.

Cabe destacar, que valores positivos de la potencia de trabajo se corresponden con potencia generada, mientras que los negativos con potencia bombeada. Por ejemplo, en el presente caso, en las primeras 8 horas la central bombea agua desde el contra-embalse al embalse superior, mientras que desde la hora 12 a la 18 turbina generando energía. Como se puede observar, la central hidroeléctrica bombea en las horas de menor demanda (horas de valle) donde el costo de la energía por MW/h es menor, almacenando agua en el embalse superior, para luego turbinarla en las horas de mayor demanda (horas de pico) donde el costo de la energía por MW/h generado es mayor.

A continuación se presentan los volúmenes resultantes en el embalse superior en función de la operatoria propuesta:

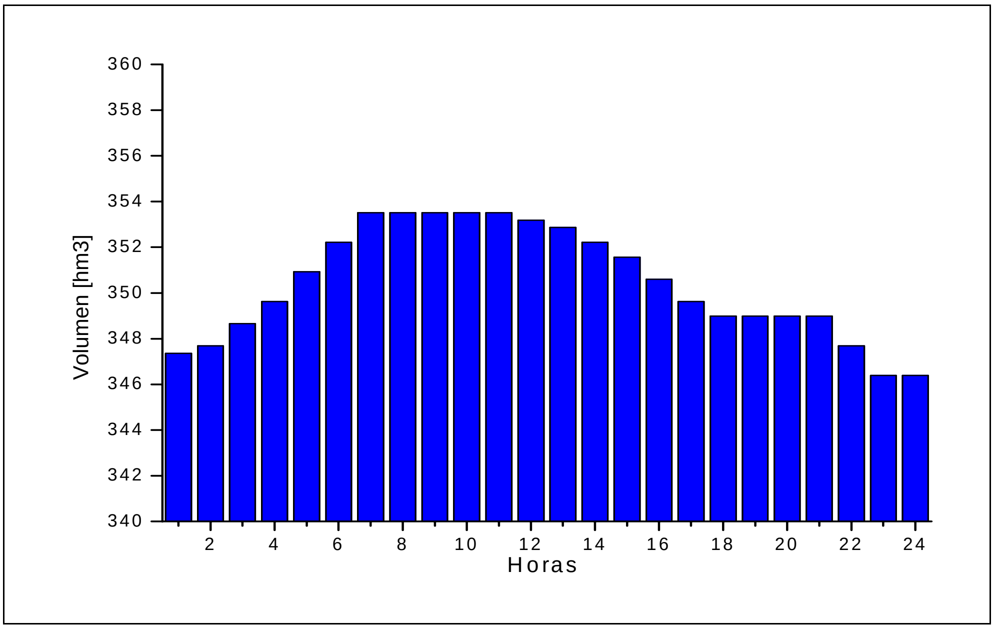

Figura 5: Volúmenes en el embalse.

5 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.

En el presente trabajo se desarrollaron algoritmos que resuelven el problema de coordinación de las operaciones de despacho a corto plazo en el Mercado Eléctrico Argentino con un alto grado de exactitud. Debido a la transformación estructural que ha experimentado el mercado eléctrico Argentino en pos de incorporar competencia entre sus agentes, en la definición del problema se consideraron no sólo los aspectos operativos y tecnológicos de generación del sistema, sino también las características económicas del mercado.

Si bien el algoritmo que utiliza Programación Dinámica es más fácil de implementar que el que utiliza el método de Haces, este último tiene, en teoría, mejor performance en problemas de mayor escala y de funciones que representan de mejor manera la operación real de los sistemas energéticos. Para validar esta última afirmación se está recolectando datos de usinas hidroeléctricas encadenadas, los resultados serán presentados en un trabajo posterior.

Desde el punto de vista de modelado del sistema existen distintas restricciones a tener en cuenta. Entre ellas se pueden mencionar el hecho de considerar varias usinas térmicas, funciones de costos y caudales más complejas que posiblemente sean no diferenciables, incluir centrales hidroeléctricas de embalse o de pasada y tener en cuenta la dinámica del encadenamiento entre las mismas. Cabe destacar, que al aplicar estas nuevas restricciones al modelo la utilización de Programación Dinámica para resolverla debe ser desestimada utilizando los otros métodos planteados.

BIBLIOGRAFÍA.

Belloni, A, Diniz, A., Maceira, M.E., Sagastizábal, C.A., Bundle relaxation and primal recovery in Unit Commitment problems. The Brazilian case, *Annals of Operations Research*, 120, p 21–44, 2003

Bonnans, J.F., Gilbert, J.C., Lemaréchal, C., Sagastizábal, C.A., Numerical Optimization: Theoretical and Practical Aspects, 2nd Edition, Universitext Series , Springer-Verlag, 2006.

Borghetti, A., Frangioni, A., Lacalandra, F. and Nucci, C. A., Lagrangian Heuristics Based on Disaggregated Bundle Methods for Hydrothermal Unit Commitment, *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(1), p. 313 - 323, 2003.

Deb, R., Operating Hydroelectric and Pumped Storage Units In A Competitive Environment. *Electricity Journal, 2000*.

Jin, Z., Xiaomin, B., Liancheng, S., Nonlinear Multi-period Brokerage System Considering Transmission Loss and Security Constraints, *Power System Technology*, Volume: 1, p 710-714, 1998.

Kreps, D., *A Course in Microeconomic Theory*, Princeton University Press, 1990.

Lemarèchal, C., *Bundle methods in nonsmooth optimization*, in C. Lemarèchal and R. Mifflin, editors, Nonsmooth Optimization, Pergamon Press, Oxford, 1978.

Lemarèchal, C. and Sagastizábal, C., Variable metric bundle methods: form conceptual to implementable forms, *Math. Programming*, 76B(3):393-410, 1997.

Lotito P.A. Issues on the implementation of the dsd algorithm for the traffic assignment problem. *EJOR*, *European Journal of Operational Research* 175 (2006) 1577–1587.

Moitre, D., Nash Equilibria in Competitive Electric Energy Market, *International Journal of Electric Power Systems Research*, Elsevier, U.K. vol 60/3 pp. 153-160. 2002.

Moitre, D., Sauchelli, V., y García, G, Optimización Dinámica Binivel de Centrales Hidroeléctricas de bombeo en un Pool Competitivo - Parte I: Modelo y Algoritmo. *Revista IEEE América Latina.* v.3, n.2, p.62 - 67, 2005a.

Moitre, D., Sauchelli, V., y García, G, Optimización Dinámica Binivel de Centrales Hidroeléctricas de Bombeo en un Pool Competitivo – Parte II: Casos de Estudio. *Revista IEEE América Latina.* , v.3, n.2, p.68 - 74, 2005b.

Prasannan, B., P.B. Luh, H. Yan, J.A. Palmberg and L. Zhang, Optimization-based Sale Transactions and Hydrothermal Scheduling, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, No. 2, p. 654-660, 1996.

Rudnick, H., Varela, R., Hogan, W., Evaluation of alternatives for power system coordination and pooling in a competitive environment, *IEEE Transactions in Power Systems.* . v.12, n.2, p.605 - 613, 1997.

Wood, A. J., Wollenberg, B. F., *Power Generation, Operation, and Control, 2nd Edition*, Wiley-Interscience, John Wiley & Sons, Inc, 1996.