

AUDALÍMETRO MÁSIKO DE EFECTO CORIOLIS DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN

Lisandro Massera^a, Mauro Podoreska^a, Mónica Romero^a

^aDepartamento de Electrónica. Facultad de Cs. Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario. Riobamba 245 bis. 2000 Rosario, Argentina,

lisandromassera@hotmail.com

mauropodo@hotmail.com

mromero@fceia.unr.edu.ar

<http://www.fecia.unr.edu.ar/lsd>

Keywords: elementos finitos, efecto de Coriolis, caudal másico

Abstract. En este trabajo se presenta un modelo matemático de un caudalímetro másico en U basado en efecto Coriolis. Este modelo permite predecir el comportamiento (frecuencia de resonancia y sensibilidad), de una geometría propuesta, (longitud del caño, espesor y diámetro) de modo de asistir en el diseño de un caudalímetro para una dada aplicación.

El modelo propuesto consiste en una extensión del modelo en elementos finitos de un caudalímetro lineal. Este modelo se utiliza para el diseño de caudalímetros de modo de elegir el más apropiado para una dada aplicación. Se presentan resultados de simulación y se comparan con resultados obtenidos de un prototipo experimental.

1 INTRODUCTION

Los caudalímetros de efecto Coriolis se utilizan hoy en día en la industria cuando se requiere alta precisión en la medición de caudal másico. Precisiones del orden de 0,5% del rango calibrado no son extrañas para instrumentos de campo comunes, además de ser independiente de la presión o temperatura de proceso. Estas altas prestaciones se deben a que el caudalímetro Coriolis, a diferencia de otros métodos de medición, mide directamente caudal másico.

El caudalímetro Coriolis presentado en este trabajo está formado por un tubo curvado en forma de U por el cual circula un fluido que puede ser tanto líquido como gaseoso. Mientras los extremos del tubo permanecen empotrados a la tubería sobre la cual se desea realizar la medición, el mismo es excitado en su punto medio de manera de hacerlo vibrar, con una señal sinusoidal de frecuencia igual a la de resonancia del sistema formado por el tubo y el líquido en su interior. Debido a los esfuerzos asimétricos que realiza el tubo al oscilar sobre el líquido en movimiento, se genera una diferencia de fase en la oscilación del tubo. Esta diferencia de fase es proporcional al caudal másico del fluido circulante. Este comportamiento permite calcular el caudal másico de un fluido midiendo el desfase mencionado (M.P. Henry R, 1999 y R. Cheesewright and S. Shaw, 2006).

El presente trabajo consiste en la realización de un modelo matemático que permita predecir el comportamiento dinámico de un caudalímetro Coriolis. A este modelo se le ingresan los datos constructivos del caudalímetro (diámetro exterior y espesor del tubo, las longitudes de los brazos tanto verticales como horizontales y el caudal del líquido circulante) que llamaremos geometría y devuelve como resultado la sensibilidad del instrumento (grados de desfase por unidad de caudal másico circulante) y la frecuencia de resonancia del conjunto tubo-fluido. Estas son las características que determinaran el desempeño del caudalímetro.

Este modelo matemático se implementa como un archivo “script” de Matlab. Este “script” evalúa los datos ingresados devolviendo los parámetros que indican el grado de desempeño del caudalímetro propuesto (sensibilidad y frecuencia de resonancia). De este modo es posible elegir entre un conjunto de posibles geometrías cuál es la más conveniente para una dada aplicación.

Se presenta una situación de diseño e implementación de un caudalímetro. En ella se propone un conjunto de posibles geometrías que son evaluadas por el modelo propuesto y que permite la elección de una de ellas. Con esta geometría se construye un prototipo experimental que permite la validación del modelo matemático.

En el trabajo se incluyen consideraciones de diseño del prototipo experimental, detalle de la implementación del hardware asociado, del software del microprocesador y el implementado para la PC.

2 ESTUDIO DEL CAUDALÍMETRO LINEAL

En la Figura 1 se muestra un esquema de caudalímetro lineal. Este tipo de caudalímetros está formado por un segmento de tubo que se intercala en la cañería en la cual se quiere medir el caudal. El mismo es excitado en su centro, de forma que oscile transversalmente a la dirección en que está montado. Para medir el caudal, se sensa la oscilación en dos puntos del tubo y se calcula la diferencia de fase entre estos puntos $\Delta\phi$. Luego el caudal másico será $Q = K\Delta\phi$ donde K es una constante que se obtiene al momento de la calibración del instrumento.

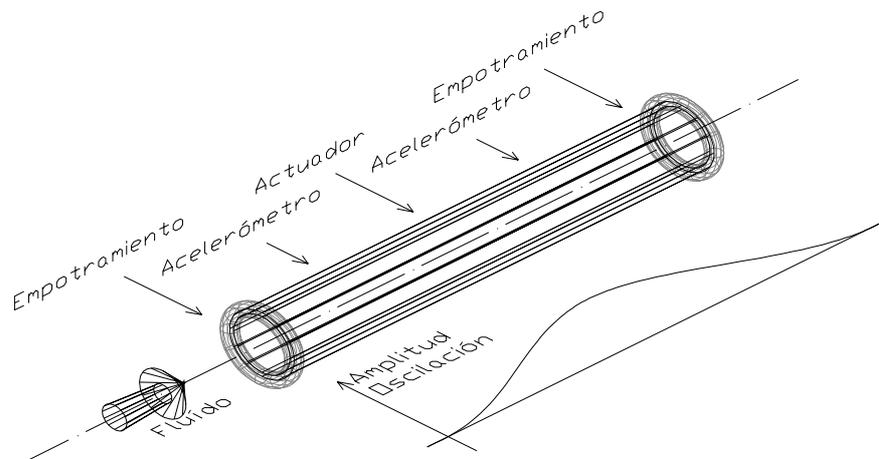


Figura 1: Caudalímetro lineal

2.1 Modelo de elementos finitos del caudalímetro lineal

Consideraremos un caudalímetro lineal de longitud total L , empotrado en ambos extremos. La ecuación diferencial que describe el movimiento debido a los esfuerzos del fluido circulante y las condiciones de contorno son (D.R. Lynch, 2005):

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + (m_c + m_f) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + m_f \left[V^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2V \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} \right] = F_{EXT} \quad (1)$$

$$y(0,t) = \frac{dy}{dx}(0,t) = y(L,t) = \frac{dy}{dx}(L,t) = 0$$

donde :

$Y(t)$ = Amplitud de oscilación en la dirección transversal a la circulación de fluido

m_f : Masa del fluido por unidad de longitud

m_c : Masa del caño por unidad de longitud

ρ_f : Densidad del fluido

ρ_c : Densidad del caño

r_i : Radio interior del caño

r_e : Radio exterior del caño

$$m_f = \pi r_i^2 \rho_f$$

$$m_c = \pi \rho_c (r_e^2 - r_i^2)$$

Se plantea un modelo de elementos finitos (EF) y un vector de “funciones forma” $\tilde{f}_f(\bar{x})$, que son la base de la solución en cada elemento:

$$\tilde{f}_j = (\bar{x}) = \begin{bmatrix} \bar{p}_j \\ \bar{p}_{j+1} \end{bmatrix} \tilde{f}_f(\bar{x}) \quad (2)$$

Finalmente se plantea un criterio de error que debe ser minimizado. Reemplazando la solución propuesta, Ec.(2), en la ecuación del error se llega a una expresión del modelo en forma matricial, que no es otra cosa que un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias EDO, que permite calcular las frecuencias de resonancia del mismo. El conocimiento de esta frecuencia permite diseñar la electrónica necesaria para la excitación del tubo y la medición del caudal. De este modo, excitando el caudalímetro con un parlante, aquel oscila a la frecuencia de resonancia y con una dada amplitud (controlada por la electrónica antes mencionada), se sensa el desfase en dos puntos de interés y se obtiene así el caudal másico. Para una descripción más profunda del método de elementos finitos ver [S. Moaveni, 1999](#).

En este caso, el criterio de minimización utilizado es el de Galerkin ([S. Moaveni, 1999](#)) que requiere que el error sea ortogonal a unas funciones peso de acuerdo a la integral:

$$\int_0^l \bar{S}_E(x) \varepsilon(x,t) dx .$$

El sistema de EDO al que se llega luego de plantear la minimización del error con las soluciones propuestas (2) para cada elemento j y concatenación de todos estos elementos tiene la siguiente forma:

$$M_G \frac{d^2 \bar{U}_G(t)}{dt^2} + E_G \frac{d \bar{U}_G(t)}{dt} + K_G \bar{U}_G(t) = \bar{F}_{Ext,G}(t). \quad (3)$$

donde:

M_G , E_G y K_G son matrices cuadradas que describen el problema en coordenada x

$\bar{U}_G(t)$ es el vector que describe los parámetros en los nodos

$\bar{F}_{Ext,G}(t)$ es el vector que describe las fuerzas externas aplicadas sobre el caudalímetro.

El subíndice G indica que las matrices y vectores son globales, no particulares a cada elemento finito del caudalímetro.

En el caso del caudalímetro que se estudia asumimos que en cada elemento j circula un fluido de idéntica densidad a idéntica velocidad. En los extremos de cada elemento estarán los nodos del mismo, y el nodo final de un elemento será el nodo inicial del siguiente.

Suponemos que la variable $y(x,t)$ para cada elemento puede ser descripta por un polinomio en x , de orden 3, cuyos parámetros dependen del tiempo. Hemos elegido el polinomio de orden 3 pues es suficiente para describir correctamente la elástica de una viga en estática ([S. Timoshenko, 1957, Material Science and Engineering Handbook](#)). Para cada elemento usaremos el marco local de referencia, o sea si el elemento tiene longitud l , en su marco local el extremo inicial le corresponderá la coordenada 0, y el extremo final le corresponderá la coordenada l .

Los parámetros del nodo p_j y el siguiente p_{j+1} se ordenan en un vector como el siguiente

$$\bar{U}_E(t) = \left[y(0,t) \quad \left. \frac{dy}{dx}(0,t) \right|_{0,t} \quad y(L,t) \quad \left. \frac{dy}{dx}(L,t) \right|_{L,t} \right]$$

definimos el vector con las funciones forma, de la siguiente manera:

$$\bar{S}_E(x) = \begin{bmatrix} S_{i1}(x) \\ S_{i2}(x) \\ S_{j1}(x) \\ S_{j2}(x) \end{bmatrix} \text{ con } \begin{cases} S_{i1}(x) = 1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3} \\ S_{i2}(x) = x - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3} \\ S_{j1}(x) = \frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3} \\ S_{j2}(x) = -\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3} \end{cases}.$$

De acuerdo a la Ecuación (2), la solución propuesta para el elemento resulta:

$$y(x,t) = \bar{U}_E(t) S_E(t). \quad (4)$$

Dado que $y(x,t)$ y $\frac{dy(x,t)}{dx}$ son continuas es necesario plantear que el nodo final de un elemento es el inicial del siguiente.

La solución propuesta en la Ecuación (4) se reemplaza en la Ecuación (1) de modo de expresar la función error de cada elemento obteniendo:

$$\varepsilon(x,t) = EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + (m_c + m_f) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + m_f \left[V^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2V \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} \right] - F_{EXT}$$

A partir de resolver la integral que involucra la minimización del error se arriba a una expresión de la forma de la Ecuación (3) para cada elemento en que se dividió al caudalímetro y se obtienen las matrices elementales M_E , E_E y K_E . Las matrices globales se obtendrán concatenando las matrices elementales de acuerdo al método de elementos finitos y aplicando las condiciones de contorno apropiadas.

El vector global $\bar{U}_G(t)$ se obtendrá concatenando los nodos. Por ejemplo, si tomáramos cuatro elementos para describir al caudalímetro, el vector $\bar{U}_G(t)$ tendrá 10 elementos los cuales serán el valor de $y(x,t)$ y $\frac{dy(x,t)}{dx}$ en cada uno de los nodos.

Por último, como las condiciones de contorno exigen que los nodos inicial y final sean 0 para todo el tiempo, se pueden modificar las matrices de los elementos iniciales y finales utilizando esta información de forma de obviar los extremos. Esto facilitará la solución numérica del problema.

Las matrices para cada elemento serán:

$$K_E = \frac{EI}{l^2} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} + m_f V^2 \begin{bmatrix} -\frac{6}{5l} & -\frac{11}{10} & \frac{6}{5l} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{2}{15}l & \frac{1}{10} & \frac{1}{30}l \\ \frac{6}{5l} & \frac{1}{10} & -\frac{6}{5l} & \frac{11}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{1}{30}l & \frac{1}{10} & -\frac{2}{15}l \end{bmatrix}$$

$$E_E = 2m_f V \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{10}l & \frac{1}{2} & -\frac{1}{10}l \\ -\frac{1}{10}l & 0 & \frac{1}{10}l & -\frac{1}{60}l^2 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{10}l & \frac{1}{2} & \frac{1}{10}l \\ \frac{1}{10}l & \frac{1}{60}l^2 & -\frac{1}{10}l & 0 \end{bmatrix} M_E = (m_p + m_f) \begin{bmatrix} \frac{13}{35}l & \frac{11}{210}l^2 & \frac{9}{70}l & -\frac{13}{420}l^2 \\ \frac{11}{210}l^2 & \frac{1}{105}l^3 & \frac{13}{420}l^2 & -\frac{1}{140}l^3 \\ \frac{9}{70}l & \frac{13}{420}l^2 & \frac{13}{35}l & -\frac{11}{210}l^2 \\ -\frac{13}{420}l^2 & -\frac{1}{140}l^3 & -\frac{11}{210}l^2 & \frac{1}{105}l^3 \end{bmatrix}$$

2.2 Solución en régimen permanente

Proponemos que la solución a nuestro sistema de ODEs, Ecuación (3), en régimen permanente bajo excitación sinusoidal $\bar{F}_{EXT,G}(t) = \bar{F}_0 \text{sen}(\omega t)$ sea de la forma:

$$U_G(t) = \bar{W}_1 \text{sen}(\omega t) + \bar{W}_2 \cos(\omega t)$$

Evaluando esta respuesta en la ecuación diferencial arribamos al siguiente sistema de ecuaciones:

$$-M_G \omega^2 \bar{W}_1 + E_G \omega \bar{W}_2 + K_G \bar{W}_1 = \bar{F}_0$$

$$-M_G \omega^2 \bar{W}_2 + E_G \omega \bar{W}_1 + K_G \bar{W}_2 = \bar{0}$$

Sumamos ambas ecuaciones y hacemos $\bar{W} = \bar{W}_1 + j\bar{W}_2$ obtenemos:

$$(-\omega^2 M_G - j\omega E_G + K_G) \bar{W} = \bar{F}_0$$

Si deseamos obtener los modos naturales de oscilación del sistema, hacemos $\bar{F}_0 = \bar{0}$, con lo cual nos queda:

$$(-\omega^2 M_G - j\omega E_G + K_G) \bar{W} = \bar{0}$$

Este es llamado un problema de autovalores cuadrático. La solución está dada por pares $(-\omega, \bar{W})$, y tiene tantas soluciones como la dimensión de las matrices involucradas en el problema, además si el par $(-\omega_1, \bar{W}_1)$ es solución, entonces el par $(-\omega_1, \bar{W}_2)$ también lo es (siendo \bar{W}_2 el conjugado de \bar{W}_1). Como la frecuencia de oscilación que nos interesa es la fundamental, elegiremos para nuestros análisis el par solución con el ω más pequeño. La función Matlab "polyeig" resuelve el problema de autovalores cuadráticos y es la que se usa en nuestro modelo.

A modo de ejemplo, a continuación se grafica la deformación y el desfase para un caudalímetro lineal excitado con su frecuencia de resonancia, formado por un tubo con las siguientes características:

$$R_E = 0,023 \text{ m} \quad R_I = 0,020 \text{ m} \quad L = 0,300 \text{ m} \quad \rho_p = 8009 \text{ Kg/m}^3$$

$$E = 3,2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 \quad \rho_F = 1 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$$

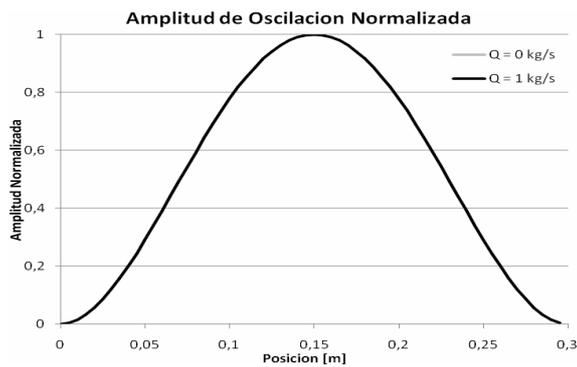


Figura 2: Deformación del tubo lineal en un instante t_m cualquiera con caudal nulo.

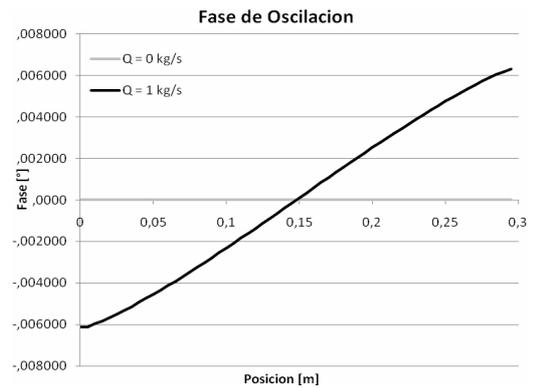


Figura 3: Desfasaje del tubo con respecto al centro del mismo

Como se puede apreciar en la Figura 2 el primer modo natural de oscilación del tubo tiene dos nodos en los extremos y un máximo en el medio. La amplitud de oscilación es idéntica con o sin caudal. En la Figura 3 se muestra el desfase de los distintos puntos del tubo lineal con respecto a la fase del punto medio del mismo. Se observa que sin caudal, la respuesta en fase es idéntica para todos los puntos del caudalímetro. Por el contrario, con caudal hay una diferencia de fase máxima en los extremos, llegando a $0,012^\circ$. A partir de esto se podría concluir que los puntos ideales para ubicar los sensores de vibración son los extremos, ya que otorgan mayor sensibilidad al caudal (desfase por unidad de caudal), pero según la Figura 2, vemos que estos puntos tienen amplitud de oscilación nula. Tomaremos como criterio para la selección de los puntos para los sensores el producto Amplitud x Fase de oscilación.

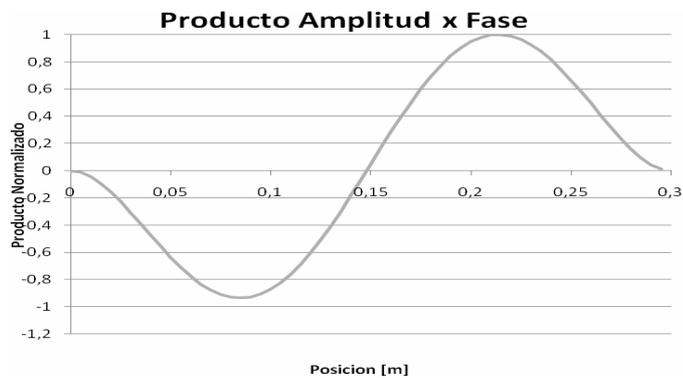


Figura 4: Producto Amplitud x Fase normalizado del tubo lineal

En la Figura 4 graficamos este producto. Como se observa, los puntos ideales para la ubicación de los sensores según el criterio anteriormente expuesto, es a $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{4}$ de la longitud del tubo.

3 ESTUDIO DEL CAUDALÍMETRO EN U

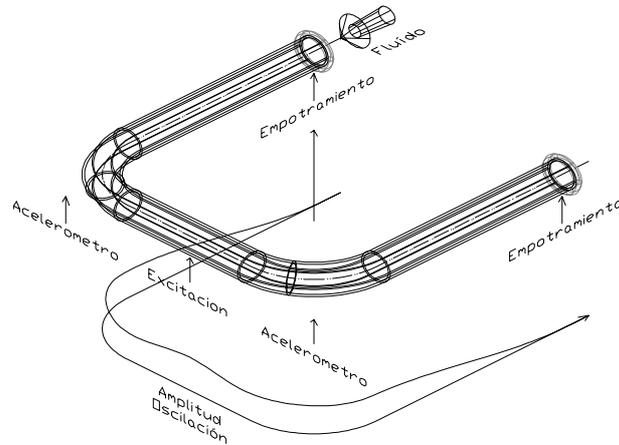


Figura 5: Caudalímetro en U

En esta sección desarrollamos el modelo del caudalímetro en U, CU, (Figura 5). Este tipo de caudalímetros están formados por uno o dos tubos paralelos, que se intercalan en la cañería donde se quiere medir el caudal. Los mismos están doblados en forma de U, de modo que el fluido primero baja por uno de los brazos del mismo, atraviesa su parte inferior y luego sube por el lado opuesto. El CU es excitado, como los caudalímetros lineales, de forma que oscilen transversalmente al plano definido por los brazos. A partir de la oscilación sensada en sus esquinas, se calcula el caudal y la densidad del fluido. Estos caudalímetros son superiores en el sentido de que tienen una mayor sensibilidad que los lineales.

Para el desarrollo del modelo se hará una extensión del método similar utilizado para los caudalímetros lineales, Sección I, adaptado a forma geométrica del CU. Este modelo permite conocer el comportamiento de un determinado caudalímetro.

3.1 Modelo de elementos finitos del caudalímetro en U

Modelamos el Caudalímetro en U como tres segmentos interdependientes que tienen libertad para flexionarse. Numeraremos los segmentos 1, 2 y 3, y los puntos de unión entre estos serán a y b. L será el punto correspondiente a la longitud total. El caudalímetro se considerará empotrado en ambos extremos. El sistema de ecuaciones que describe el CU es el siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Para } 0 < x < a \\ EJ \frac{\partial^4 y_1}{\partial x^4} + (m_c + m_f) \frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} + m_f \left[V^2 \frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} + 2V \frac{\partial^2 y_1}{\partial x \partial t} \right] = F_{EXT} \\ y_1(0, t) = \frac{dy_1}{dx}(0, t) = 0 \\ y_1(a, t) = y_2(a, t) \end{array} \right.$$

para $a < x < b$

$$\begin{cases} EJ \frac{\partial^4 y_2}{\partial x^4} + (m_c + m_f) \frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2} + m_f \left[V^2 \frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2} + 2V \frac{\partial^2 y_2}{\partial x \partial t} \right] = F_{EXT} \\ y_2(a, t) = y_1(a, t) \\ y_2(b, t) = y_3(c, t) \end{cases}$$

para $b < x < L$

$$\begin{cases} EJ \frac{\partial^4 y_3}{\partial x^4} + (m_c + m_f) \frac{\partial^2 y_3}{\partial x^2} + m_f \left[V^2 \frac{\partial^2 y_3}{\partial x^2} + 2V \frac{\partial^2 y_3}{\partial x \partial t} \right] = F_{EXT} \\ y_3(b, t) = y_2(b, t) \\ y_3(L, t) = \frac{dy_3}{dx}(L, t) = 0 \end{cases}$$

Similarmente al caso del caudalímetro lineal, consideramos al tubo formado por una cantidad finita de elementos que respetan la Ecuación diferencial (1) antes formulada. Se proponen las mismas funciones cúbicas para describirlo y se utiliza nuevamente método de Galerkin. Con estas condiciones llegamos a las mismas matrices para un elemento genérico de tubo, las diferencias con el caso lineal son las esquinas del caudalímetro. En éstas se debe considerar que $y(x, t)$ es continua y que $\frac{dy(x, t)}{dx}$ puede ser discontinua. Para lograr esto, el nodo correspondiente a la esquina tendrá 3 parámetros a diferencia de los correspondientes a un elemento genérico del tubo. Estos serán $y(x_0, t)$ y sus derivadas con respecto a \mathbf{x} (entendiendo a ésta como la dirección normal al plano que contiene al CU y según la cual éste oscila) en ambas direcciones (direcciones de los ejes) de cada tramo del caudalímetro. Es decir que estamos considerando la proyección de la derivada $\frac{dy(x, t)}{dx}$ respecto de las direcciones de los ejes de los tramos que constituyen el CU. El sistema matricial será armado de forma de tener esto en cuenta, modificando apropiadamente las matrices de los dos elementos que tengan cada esquina.

Como en el caso anterior, las condiciones de contorno exigen que los nodos inicial y final sean 0 para todo el tiempo, se pueden modificar las matrices de los elementos iniciales y finales utilizando esta información de forma de obviar los extremos.

3.2 Solución en régimen permanente

Dado que se llega a un sistema matricial con la misma forma que el utilizado en el caso del caudalímetro lineal, se puede utilizar el mismo método utilizado anteriormente.

Nuevamente a modo de ejemplo graficaremos la solución para un caudalímetro en U. Los parámetros constructivos de este caudalímetro son:

$$\begin{aligned} R_E &= 0,023 \text{ m} & R_I &= 0,020 \text{ m} & \rho_p &= 8009 \text{ Kg/m}^3 \\ E &= 3,2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 & \rho_F &= 1 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3 & L_{ab} &= L_{cd} = L_{bc} = 0,400 \text{ m} \end{aligned}$$

Ingresando estos parámetros en el modelo de caudalímetro propuesto se obtuvo una

frecuencia de resonancia en vacío de 209,1 Hz y lleno de agua en 159Hz. A continuación se grafican resultados de la simulación.

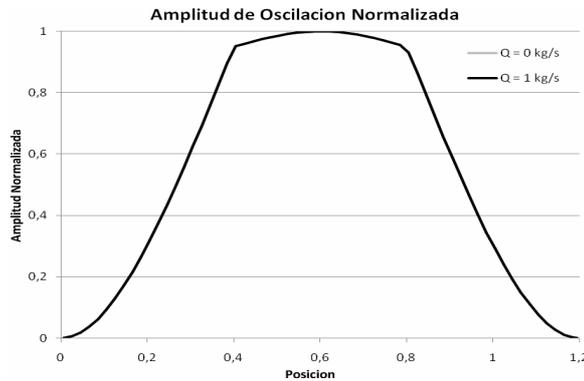


Figura 6: Deformación del CU en un instante t_m cualquiera con caudal nulo.

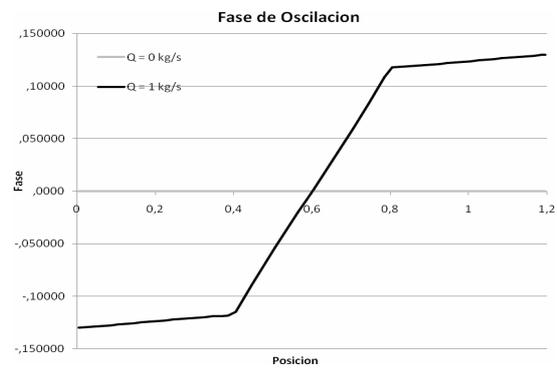


Figura 3: Desfasaje del CU con respecto al centro del mismo

En la Figura 6 se grafica la amplitud de oscilación del tubo en diferentes puntos. La misma se normalizó respecto de la amplitud máxima, que se da en su punto central. Se observa que para los dos caudales propuestos la amplitud de oscilación es la misma y que dicha amplitud se mantiene relativamente constante en el segmento central del caudalímetro. Además, se ve que la amplitud de oscilación en el caño central es prácticamente la misma y hay una discontinuidad en la derivada de la amplitud en las esquinas del caudalímetro

En la Figura 7 se grafica la fase (relativa al centro) de oscilación en función de la posición en el eje x sobre el caudalímetro para diferentes caudales. Se observa que con caudal nulo todo el caudalímetro oscila con la misma fase. Para un caudal de 1 Kg/s se observa una diferencia de fase que es máxima en los extremos, e igual a $0,12^\circ$ con respecto al centro ($0,24^\circ$ entre esquinas). Se observa que la diferencia de fase es máxima en los extremos, con lo cual se podría inferir que esta es la mejor posición para ubicar los acelerómetros pero como en estos puntos la amplitud de la oscilación es nula se recurre nuevamente al criterio del producto de Amplitud x Fase para la ubicación de los acelerómetros.

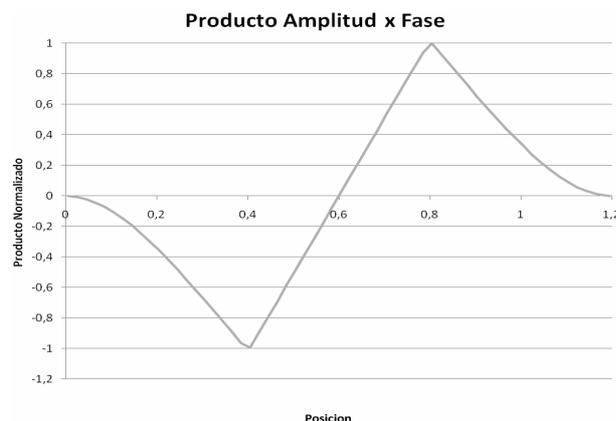


Figura 8: Producto Amplitud x Fase normalizado del tubo en U

En la Figura 8 se observa el producto Amplitud x Fase de oscilación. El máximo valor se

alcanza en las esquinas del caudalímetro por lo cual se decide colocar los acelerómetros en dichos lugares

3.3 Modelo en espacio de estados

A partir del modelo del caudalímetro en elementos finitos, Ecuación (2), que se obtiene luego de plantear la minimización del error, se reacomoda la expresión del mismo como sigue:

$$\frac{d^2 \bar{U}_G(t)}{dt^2} = M'_G F_{EXT,G}(t) - M'_G E_G \frac{d\bar{U}_G(t)}{dt} - M'_G K_G \bar{U}_G(t).$$

de forma de llegar a una representación en el espacio de estados:

$$\begin{aligned} \bar{X}(t) &= A\bar{X}(t) + B\bar{U}(t) \\ \bar{Y}(t) &= C\bar{X}(t) + D\bar{U}(t) \quad \text{donde:} \end{aligned}$$

$$\bar{X}(t) = \begin{bmatrix} \bar{U}_G(t) \\ \frac{d\bar{U}_G(t)}{dt} \end{bmatrix}, \quad \bar{Y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix}, \quad \bar{U}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ M'_G F_{EXT} \bar{U}_G(t) \end{bmatrix},$$

$y_1(t)$ el desplazamiento de la esquina aguas arriba del caudalímetro, $y_2(t)$ el desplazamiento del punto medio del caudalímetro, e $y_3(t)$ el desplazamiento de la esquina aguas abajo del caudalímetro. Estos son elementos del vector $\bar{U}_G(t)$, estados, que se encontrarán en diferentes posiciones del mismo dependiendo la cantidad de elementos que se elijan para modelar el caudalímetro. Las matrices de evolución, control, salida y transferencia directa resultan respectivamente:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M'_G K_G \bar{U}_G & -M'_G E_G \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ M'_G \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{0} \\ \bar{0} \end{bmatrix}$$

siendo M'_G la inversa de M_G .

Con este sistema es posible obtener, utilizando Matlab, las gráficas de Bode de amplitud y fase así como los polos y ceros (Figura 9) del sistema que permiten verificar los resultados obtenidos del modelo planteado

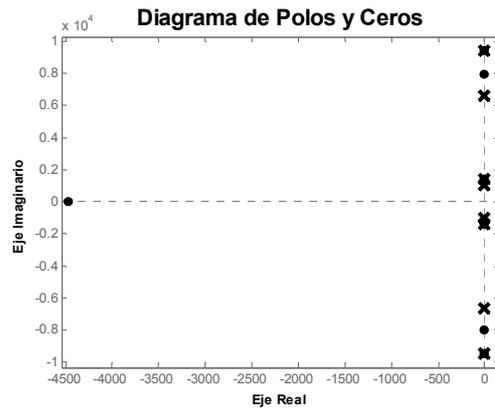


Figura 9: Diagrama de polos y ceros del tubo en U

Para el mismo caudalímetro del ejemplo visto anteriormente (para la salida correspondiente a la esquina aguas arriba del mismo) y estando lleno de agua, se pueden observar en la Fig. 9 los polos imaginarios puros existentes a aproximadamente 160 Hz. Además, como en nuestro modelo no se incluyó ningún tipo de rozamiento, se ve que los polos se encuentran sobre el eje imaginario. Finalmente, cabe destacar que nuestro modelo predice la existencia de otros polos y ceros de más alta frecuencia, pero que no son mostrados dado que no aportan al análisis. Figura 10 muestra el bode de amplitud para la geometría propuesta en el ejemplo con el agregado de una componente de rozamiento viscoso ($b = 50$) para obtener un diagrama más realista. Allí se observa la frecuencia fundamental.

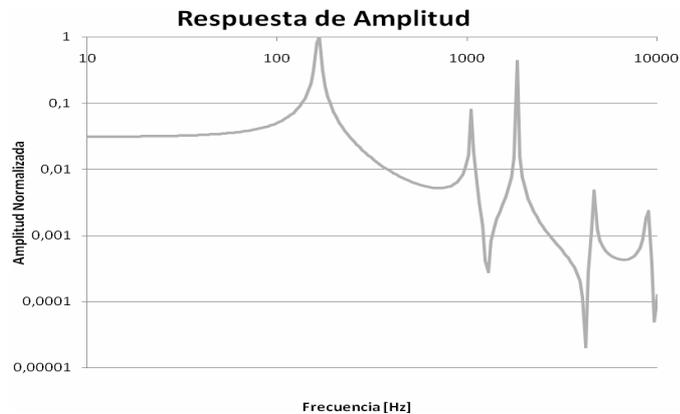


Figura 10: Respuesta de amplitud del punto medio en función de la frecuencia.

Nuevamente, el modelo permite predecir la respuesta en frecuencias bastante más elevadas de las graficadas, pero por claridad e interés nuestro solo presentamos los primeros modos naturales de oscilación. Más adelante compararemos un diagrama de bode teórico con uno obtenido experimentalmente para validar nuestro modelo.

De acuerdo a lo visto en la Sección 2 la respuesta del caudalímetro es lineal respecto del caudal másico por lo que la sensibilidad debe ser constante. Por otro lado la frecuencia de resonancia debe permanecer igual para distintos caudales de un mismo fluido dado que ésta sólo depende de la densidad del fluido circulante.

En la Tabla 1 se presentan las simulaciones hechas sobre un tubo para distintos valores de caudal que demuestran el buen comportamiento del modelo.

Qm [kg/s]	Frecuencia de resonancia lleno [Hz]	Frecuencia de resonancia vacío [Hz]	Sensibilidad [°/(kg/s)]
0,1	73,15	83,58	1,07
0,3	73,15	83,58	1,07
0,5	73,15	83,58	1,07
0,7	73,15	83,58	1,07
0,9	73,15	83,58	1,07
1,1	73,15	83,58	1,07
1,3	73,15	83,58	1,07
1,5	73,14	83,58	1,07
1,7	73,14	83,58	1,07
1,9	73,14	83,58	1,07
2,1	73,13	83,58	1,07

Tabla 1: Prueba de linealidad de la respuesta de fase con el caudal

4 DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL PROTOTIPO EXPERIMENTAL

Esta sección describe el diseño y construcción del prototipo y de la electrónica (hardware) encargada de la excitación e interpretación de las señales provenientes de los sensores.

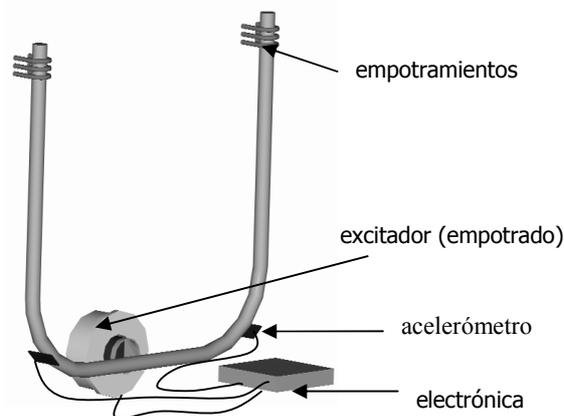


Figura 10: Esquema general del prototipo

Como se puede observar el tubo es un caño único curvado para lograr la geometría en U. Sus extremos se encuentran sujetos a una estructura sólida que, a los efectos del prototipo refieren un empotramiento perfecto. El excitador es básicamente un parlante, empotrado a la misma estructura sólida y al tubo de manera de asegurar que el punto medio del tubo sigue exactamente el movimiento que le imprime el parlante. Los sensores acelerómetros registran la forma de onda de vibración en cada esquina del tubo. Como bien sabemos nuestro interés se concentra en medir la diferencia de fase entre las posiciones instantánea de cada esquina del tubo, pues este desfase es proporcional a la cantidad líquido que esta circulando. Por último la caja que llamamos electrónica contiene la plaqueta con el micro controlador (dsPIC30F3010/3011) y la interfaz de potencia para manejar el parlante.

Para poder realizar mediciones con el caudalímetro, la electrónica debe cumplir las siguientes funciones:

- mantener el tubo vibrando a su frecuencia fundamental
- medir el desfase entre señales de los sensores de vibración
- medir el periodo de oscilación del tubo

El mantenimiento de la oscilación se realiza mediante un lazo de realimentación positiva

con control automático de ganancia. Este toma la señal sensada por los acelerómetros y la realimenta al actuador. Las mediciones de desfase entre los acelerómetros y de período de oscilación se realizan con la técnica de contador universal, detectando los cruces por cero de los acelerómetros.

4.1 Lazo de realimentación positiva con control automático de ganancia

Una de las tareas fundamentales del micro controlador es la de mantener el tubo oscilando a una amplitud determinada. Para realizar esto se utiliza un lazo de realimentación positiva con control automático de ganancia.

En una primera aproximación podemos decir que el sistema se comporta como un sistema mecánico de segundo orden, como puede ser un sistema masa-resorte, debido a las características mecánicas y geométricas del mismo. Sabemos que la lectura del instrumento sólo es válida mientras el mismo sostiene una oscilación a la frecuencia de resonancia del sistema que forman el tubo y el fluido dentro del mismo. Para asegurar esta condición se debió diseñar una realimentación que mantuviese al tubo oscilando a la frecuencia de resonancia y a una amplitud fija, independientemente del fluido circulante. Se optó por el siguiente esquema de realimentación:

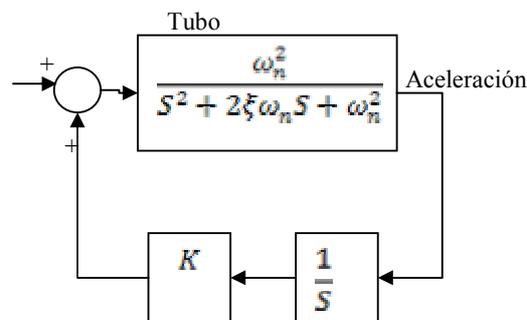


Figura 12: Esquema simplificado de realimentación

Para poder producir una modificación en el coeficiente de amortiguamiento del sistema debemos realimentar velocidad, mientras que lo que sentimos es aceleración. Por lo tanto se debe integrar la señal sensada. Esta integración la realiza internamente el procesador.

Tomando en cuenta solamente el lazo de realimentación de velocidad (considerando que el control de amplitud es constante) el sistema resultante es (resumidamente):

La función transferencia de lazo cerrado resulta:

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + (s\xi\omega_n - K\omega_n^2)s + \omega_n^2}$$

Donde K es la ganancia dada por el controlador PI. El nuevo sistema será de segundo orden, con las siguientes características:

$$\omega_n^* = \omega_n$$

$$\xi^* = \xi - K\omega_n$$

El control de amplitud de oscilación actúa por modulación del valor de K, para mantener a la misma dentro de un entorno acotado a una referencia dada. De esta manera, si el error de amplitud es positivo (amplitud real menor que la referencia), el factor K aumenta, el

amortiguamiento disminuye, y por consiguiente el sistema aumenta su amplitud de oscilación. Si por el contrario el error de amplitud resulta negativo (amplitud real mayor que la referencia), el factor K disminuye, el amortiguamiento aumenta, y disminuye la amplitud de oscilación del sistema.

4.2 Medición de período

La medición de periodo fue realizada utilizando el método de medición de periodo en modo múltiple (S. Czajkowski.), midiendo 8 períodos de la onda. Esta se utiliza para medir la densidad del líquido circulante, así como también para la medición del desfase, proporcionando el dato del período a la división. Se implementó utilizando un contador de 32 bits funcionando a 30MHz, que es reseteado cada 8 mediciones. El algoritmo se ejecuta en la interrupción de captura de entrada, momento en el cual, si corresponde (han pasado 8 períodos de oscilación), lee el valor del temporizador y lo reinicia. Este valor esta en formato de entero sin signo de 32 bits. Para su procesamiento se convierte en un número en punto flotante.

A partir de las simulaciones, sabemos que en vacío el tubo oscila a 83,58 Hz, mientras que lleno de agua el tubo oscila a 73,15 Hz. A partir de esto podemos calcular la sensibilidad del tubo al cambio de densidad, que es $1,709 \mu\text{s}/(\text{kg}/\text{m}^3)$. Utilizando el método antes descrito, obtenemos una apreciación de $2,44 \text{ g}/\text{m}^3$. Si bien este es un valor extraordinario de apreciación, se verá una vez implementado la cantidad de dígitos que se mantienen firmes debido al ruido de medición y otras fuentes de error.

4.3 Medición de diferencia de fase

La medición de diferencia de fase se realiza utilizando el método de medición de intervalos de tiempo en modo múltiple (S. Czajkowski.). Se detecta el cruce por cero de cada acelerómetro y se mide el intervalo de tiempo entre estos.

Esta medición fue implementada utilizando las entradas de captura del micro controlador. Estas entradas funcionan asociadas a un contador de 16 bits, que está funcionando constantemente. Una vez que se da el evento de captura (se detecta un flanco ascendente en la entrada), se lee el contador y se lo almacena en el buffer de captura. El micro controlador cuenta con un periférico especializado que realiza estas tareas sin su intervención. Una vez que se capturaron ambos valores se realiza la resta entre ambos y se obtiene el intervalo de tiempo. Este intervalo de tiempo es acumulado 8 veces para realizar el modo múltiple. Cabe destacar que si se puede asegurar que cada intervalo de tiempo es inferior a $2^{15}-1 = 32.767$ cuentas (1,1ms a 30MHz aproximadamente), al realizar la resta entre ambos valores leídos desde el contador (enteros de 16 bits sin signo), el resultado es correctamente un entero de 16 bits con signo, por más que entre ambas capturas el contador haya vuelto a 0.

Una vez realizada la acumulación, se convierte el valor a punto flotante y se realiza la división por el período (también acumulado 8 veces). De esta forma se obtiene la diferencia de fase.

Sabemos que, en teoría, para nuestro tubo ejemplo la sensibilidad es de $1,07 \text{ }^\circ/(\text{kg}/\text{s})$, que llevado a cuentas para una medición en agua es 9.751 cuentas / (kg/s) para el modo múltiple. Con esto se logra una apreciación de $0,1 \text{ g}/\text{s}$ aproximadamente.

4.4 Cálculo de caudal y densidad

A partir de los valores medidos de período y diferencia de fase, se calculan los valores de caudal y densidad a través de una transformación lineal, es decir, al valor medido se le suma una constante y se lo multiplica por una ganancia. Estos son parámetros de calibración

pertenecientes al tubo en cuestión que se obtienen al momento de calibrar el mismo. Los valores medidos de caudal y densidad pasan luego por filtros pasa bajos para reducir el ruido de medición. Además, debido al problema inherente de inestabilidad en el origen que presentan todos los caudalímetros de efecto Coriolis, a la medición de caudal se le agrega un corte por bajo caudal. De este modo, cuando la magnitud del caudal medido sea inferior a cierto valor, el caudalímetro indicará caudal 0. Esta práctica es común y todos los caudalímetros comerciales cuentan con esta opción.

5 IMPLEMENTACIÓN

En esta sección se explican todos los pasos seguidos para la implementación del prototipo utilizado para validar experimentalmente los resultados de simulación del modelo propuesto.

Los instrumentos comerciales en la actualidad realizan la medición de manera diferencial, es decir el flujo se divide por dos tubos paralelos con la misma geometría y tanto la excitación como las mediciones se efectúan uno contra otro. La principal ventaja de este modo de medición redunda en 2 puntos: primero, el instrumento es inmune a vibraciones externas (rechaza el “modo común” de vibración) y segundo, los puntos donde se unen los tubos pueden considerarse verdaderamente empotrados ya que ambos oscilan en contrafase, por el contrario, en un caudalímetro de un único tubo por más que se pretendan inmovilizar estos extremos, los mismos vibrarán, generando corrimientos en el cero y en los factores de calibración. Por otro lado, la construcción de dos tubos presenta complejidades como son actuador y sensores diferenciales y balanceados para no cargar de manera diferente cada tubo. Dado que el objetivo principal fue el de validar el modelo matemático presentado (el cual resulta válido para ambos modos de medición) el instrumento se implementó mediante un único tubo, excitado con un parlante (de esta manera al tubo sólo se le incorpora la masa de la bobina del parlante, la cual es insignificante con respecto a la masa del tubo) y como sensores se utilizaron acelerómetros que son chips de reducido tamaño y masa despreciable. Para poder mantenernos dentro de cierta inmunidad a perturbaciones externas (ya que este método de medición es más propenso a ellas) se debió construir una base sólida para empotrar los extremos fijos del tubo y ubicar de manera conveniente el excitador del mismo. Si bien la estructura armada nunca podrá ser un empotramiento perfecto, para una situación de laboratorio la influencia de este efecto es despreciable pero no resulta apto para una instalación industrial. En cuanto al tamaño del instrumento, este se diseñó tomando como criterio de mayor relevancia la sensibilidad en cuentas, para poder alcanzar los objetivos de apreciación del instrumento. A su vez se debió lograr un buen compromiso entre la longitud del tubo versus diámetro y espesor de pared del mismo para que el esfuerzo requerido para hacerlo vibrar y la frecuencia de resonancia resultante puedan ser manejados con un parlante.

Como se puede apreciar en la citada tabla la sensibilidad aumenta conforme aumenta el tamaño del instrumento pero para longitudes de tubo demasiado elevadas el tamaño físico ocupado por el mismo puede hacerlo poco práctico a la hora de montarlo en una instalación industrial, así es como se decidió implementar el instrumento de tres brazos iguales de 0,40m de longitud. El tubo utilizado es de 19,05mm de diámetro (3/4”), 1,5mm de pared, en acero SAE1010, utilizando un tubo de fabricación trefilada, que posee una mayor uniformidad en la geometría del mismo y evita posibles tensiones internas asimétricas como sería el caso de un tubo con costura.

En el modelo matemático, por cuestiones de simplicidad, el instrumento se modeló como tres tramos rectos (curvatura de 90 grados en sus extremos), el tubo implementado resultó en

un solo tramo curvado, para evitar soldaduras y además para minimizar la caída de presión en el instrumento. Se procuró que el radio de las curvas sea el menor posible sin que se produzcan deformaciones en la sección transversal del tubo.

El acople del actuador fue realizado de forma que tenga un contacto puntual con el tubo, en su punto medio. De este modo nos aseguramos que altere mínimamente la oscilación natural del tubo.

Los sensores se ubicaron equidistantes respecto del centro. Los posibles errores en la colocación se traducen en un cambio en las constantes de calibración de caudal, que no afectan al proceso de medición.

Para la prueba y validación del caudalímetro, se armó el circuito hidráulico detallado en la Figura 13, que permite hacer circular un caudal variable a través del caudalímetro. El máximo dado por la bomba es de 30 kg/min de agua, si bien el diámetro del tubo corresponde a caudales máximos del orden de 100 kg/min de agua.

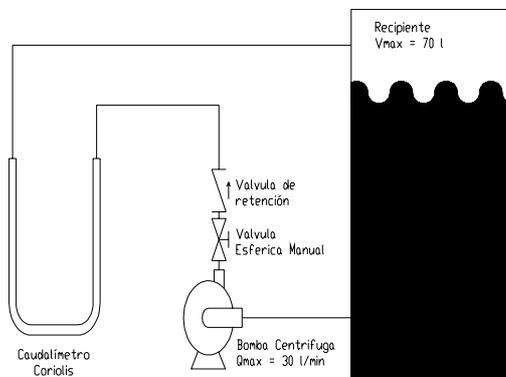


Figura 13: Esquema de circulación de fluido

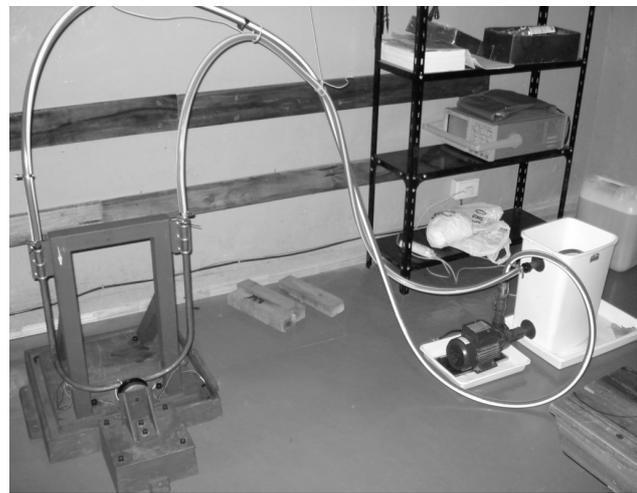


Figura 14: Prototipo experimental terminado

En condiciones normales de funcionamiento, el fluido recircula al recipiente de almacenamiento. Con fines de calibración, se puede hacer que el fluido derive en otro tanque calibrado.

La Figura 15 muestra un esquema general del CU donde se observa el lazo de control implementado.

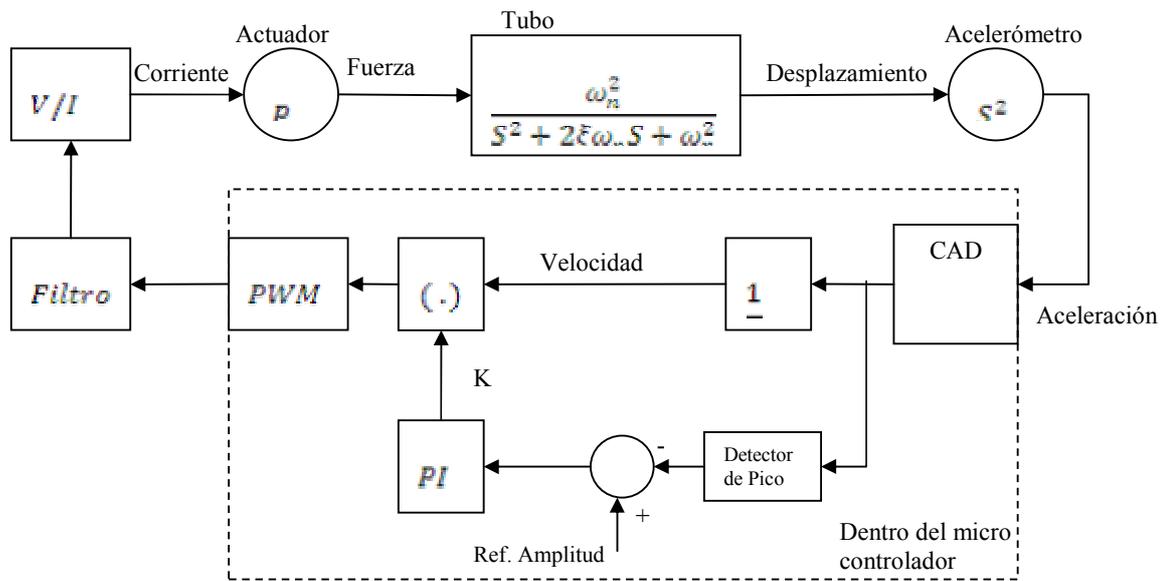


Figura 15: Diagrama de bloques correspondiente al lazo de control de oscilación

5.1 Ajuste de lazos de control

Se ajustaron los diferentes filtros y lazos de control siguiendo los siguientes pasos:

Si implementó un filtro digital de forma de obtener el valor medio de la señal de excitación

$$y_{k+1} = \left(1 - \frac{T_s}{\tau}\right) y_k + \frac{T_s}{\tau} u_k$$

del parlante del tipo:

en este caso T_s es 71,42 μ s, y el tiempo de respuesta del filtro es de aproximadamente 2 segundos, que es apropiado para la inicialización del caudalímetro.

El detector de pico se ajustó estimando un “ripple” inferior al 5%, estableciendo la constante de tiempo de descarga del mismo en 71,42 ms.

Para el regulador PI del lazo de control de ganancia, primero se calculó la constante proporcional (manteniendo la ganancia integral en 0) de modo que el error en régimen permanente sea menor al 10%, para ello hubo que tener en cuenta todas las ganancias intermedias debidas a las conversiones (A/D, de tipo de dato, D/A). Esto dio como resultado una constante proporcional de 75.000.

La ganancia de integración se obtuvo experimentalmente de modo de tener una respuesta con amortiguamiento casi crítico. Así se llegó a un valor de 100.000 para este parámetro.

5.2 Calibración de la medición de densidad

Para calibrar el instrumento se utilizaron dos “patrones” de referencia. Uno fue el aire, que a temperatura ambiente y a nivel del mar tiene una densidad de aproximadamente 1 kg/m³. El otro fue agua a 20°C aproximadamente, que se consideró con densidad 1.000 kg/m³. Como el período guarda una relación lineal con la densidad del fluido, se midió el período en cuentas, $N_{x,Periodo}$, habrá una relación lineal que asocie la cantidad de cuentas con la densidad del fluido dentro del tubo. Expresamos esta relación como:

$$\rho_{Medida} = K_{1Densidad} (N_{x,Periodo} + K_{2Densidad})$$

$K_{1Densidad}$ y $K_{2Densidad}$ son las constantes de calibración del tubo. Las constantes las podemos despejar en función de los datos obtenidos con los patrones utilizados (agua y aire), quedando:

$$K_{1Densidad} = \frac{999}{N_{xAgua} - N_{xAire}}$$

$$K_{1Densidad} = \frac{N_{xAgua} - 1000N_{xAire}}{999}$$

Los valores prácticos obtenidos para estas constantes fueron: $K_{1Densidad} = 0,0025622$, $K_{2Densidad} = -2975840$

5.3 Calibración de medición de caudal

En la medición de caudal se da un caso similar al anterior, pues se encuentra que el caudal másico es proporcional a la diferencia de fase entre los sensores. Ahora bien, como se midió el intervalo de tiempo entre los cruces por cero de los sensores, este lo tenemos que dividir por el período de la onda, para obtener el desfase. Nuevamente, se utilizó una relación lineal para transformar el valor de diferencia de fase a un valor de caudal (en este caso en kg/min). La cuenta hecha por la electrónica es:

$$Q_{MasicoMedido} = K_{1Flujo} \left(\frac{N_{xDiFase}}{N_{xPeriodo}} + K_{2Flujo} \right)$$

Debemos destacar que en este caso no fue calibrado el valor de K_{2Flujo} , ya que el mismo varía considerablemente en el tiempo, principalmente debido a que no se utiliza una medición diferencial, sino una absoluta que hace al instrumento muy sensible a las condiciones de contorno. Para el caso K_{1Flujo} se realizó una calibración dado que depende de características constructivas del tubo.

Se diseñó un algoritmo que automatiza el cálculo de K_{2Flujo} , de forma tal que se puede ejecutar en cualquier momento que el caudal sea nulo. Este es el procedimiento de auto cero del caudalímetro.

La constante de ganancia restante resultó ser $K_{1Flujo} = 18444,22$. Utilizando esta calibración, se realizaron numerosos y repetidos experimentos, llenando una probeta calibrada a diferentes caudales y comparando el total cargado contra el totalizador interno del caudalímetro, llegando a resultados satisfactorios, con un error inferior al 5%.

6 EXPERIMENTOS REALIZADOS

Se realizaron diferentes ensayos con el fin de calibrar el CU y luego poder comparar la respuesta en frecuencia del prototipo con la del modelo. Se realizaron ensayos con agua fijando un caudal máximo de 30 kg/min y de detergente ($\rho = 1,100 \text{ kg/m}^3$) de 6 kg/min..

Se tomaron mediciones de diferencia de fase y de período con el CU vacío, con agua sin circular y circulando a 30 kg/min y con detergente sin circular y circulando a 6 kg/min. Con los datos de vacío y con agua sin circular se calibró el modo de medición de densidad. Con los datos del agua sin circular y circulando permitieron la calibración del modo de medición de

caudal.

A continuación, se presentará una comparación entre los datos predichos por el modelo, y los medidos en el tubo construido, a fin de poder validar el modelo.

Las características del tubo construido son:

$$R_E = 0,023 m \quad R_I = 0,020 m \quad \rho_p = 8009 Kg / m^3$$

$$E = 3,2 \cdot 10^{11} N / m^2 \quad \rho_F = 1.10^3 Kg / m^3 \quad L_{ab} = L_{cd} = L_{bc} = 0,400 m$$

Para recabar los datos de las mediciones se utilizó un programa que a intervalos regulares muestreaba mediante la comunicación con el caudalímetro los diferentes valores medidos (procesados y sin procesar). En función de estos valores realizamos los cálculos estadísticos necesarios. Un breve análisis de los datos obtenidos se presenta en la sección de análisis de datos.

A continuación se presenta la comparación entre la respuesta en frecuencia predicha por el modelo que desarrollamos y la del tubo que construimos.

Cuando realizamos los experimentos, se midió la aceleración del tubo por medio de los acelerómetros y la tensión con que se alimentaba el convertidor tensión / corriente. Esto nos agrega dinámica adicional a nuestro sistema que no fue modelada en su oportunidad. El sensor acelerómetro agrega un cero doble en cero y el convertidor V/I de potencia agrega un polo a bajas frecuencias (aproximadamente a 20 Hz) que es necesario para la estabilidad de la realimentación de corriente interna al convertidor. El actuador (parlante) no agrega dinámica adicional a estas frecuencias. Luego, para realizar la comparación se procedió a la siguiente compensación:

$$H_{Medido}(S) = H_{convertor}(S) H_{Modelado}(S) H_{Acelerómetro}(S) \quad (5)$$

$$H_{Modelado}(S) = \frac{H_{Medido}(S)}{H_{convertor}(S) H_{Acelerómetro}(S)} = \frac{H_{Medido}(S)}{s^2 \left(\frac{1}{1 + s \frac{1}{\omega_0}} \right)}$$

donde $H_{i(s)}$ representan las diferentes FT.

Por lo tanto, para realizar la comparación de las funciones transferencias (del modelo y medida) es necesario procesar las mediciones de acuerdo a (5). Las Figuras 15 y 16 muestran el bode de amplitud y fase teórico (obtenido del modelo), el experimental (correspondiente a la aceleración) y el corregido según Ecuación. (5). En las mismas se observa una respuesta casi idéntica, sobre todo en el entorno de la primera frecuencia de resonancia del caudalímetro. A frecuencias elevadas se observa una discrepancia entre el modelo teórico y el matemático, que en este momento no podemos decir si corresponde al tubo, al actuador o al convertidor tensión/corriente. De todas formas, no afecta el objetivo del modelo matemático, que es poder predecir las frecuencias de resonancia y la sensibilidad al caudal del tubo.

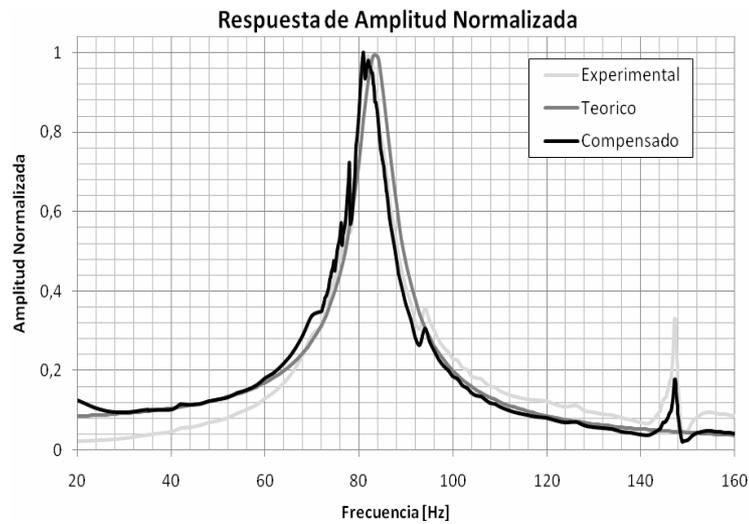


Figura 5: Comparación de respuestas de amplitud teórica y experimental

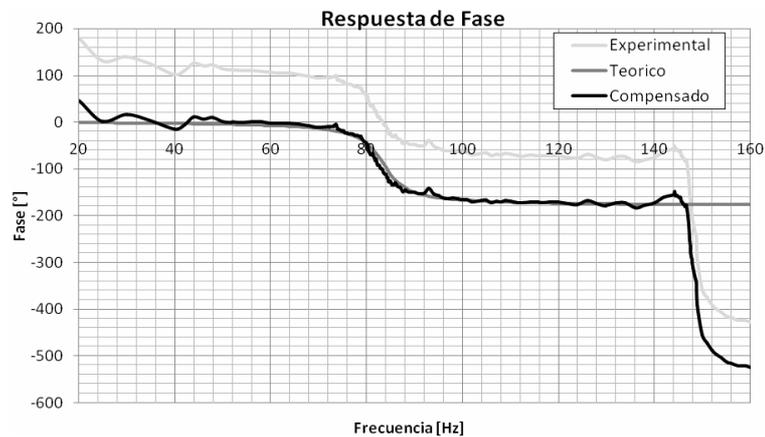


Figura 6: Comparación de respuestas de fase teórica y experimental

6.1 Análisis de datos

A continuación, se resumen los datos muestreados. Debido a su gran cantidad, serán analizados desde el punto de vista estadístico.

Q [Kg/min]	Nx Período		Nx Dif. de Fase		Dif. de Fase [°]
	Esperanza	Desv. Std	Esperanza	Desv. Std	
Vacío	377985.75	74.15	-204.53	12.08	-0.19
Ag. Q=0	420813.98	120.38	2338.62	23.37	2.00
Ag. Q=30	420663.39	99.88	2983.05	23.09	2.55
Det. Q=0	422668.24	87.50	-1276.71	13.30	-1.09
Det. Q=6	423084.02	85.48	-1146.37	13.22	-0.98

Tabla 2: Análisis estadístico de datos recabados experimentalmente

De esta tabla podemos concluir:

Primero, se puede estimar la sensibilidad del caudalímetro, que es la diferencia de fase generada por unidad de caudal. Esta resulta ser de $1,1 \text{ }^\circ/(\text{kg/s})$. Dado que utilizamos el método de medición de intervalo de tiempo en modo múltiple, promediando 8 mediciones utilizando un reloj de 30 MHz, la apreciación dada por el método será de $5,8 \text{ g/min}$. Ahora bien, por diferentes razones, como ser el lazo de realimentación y el ruido de medición, una medición que en teoría debería ser constante presenta una cierta variación. Para obtener el error de medición del método deberemos considerar los cálculos que se realizan.

Para medir la diferencia de fase en grados se deben realizar dos mediciones. Por un lado, la medición de período y por el otro la de intervalo de tiempo entre ambas señales. Las características estadísticas de las mediciones están presentes en la tabla. Considerando como error de las mismas el intervalo dado por $\pm 2\sigma$, concluimos que el error relativo en la medición de período es de $0,05\%$ y el de intervalo de tiempo es de $2,8\%$ (a fondo de escala). Dado que en el cociente se conserva el error relativo, podemos afirmar que el error relativo de medición de caudal es del orden del 3% .

Por otro lado, si analizamos la medición de densidad, llegamos a la conclusión de que la sensibilidad es de $343 \text{ cuentas}/(\text{kg/m}^3)$. Por lo tanto, cada cuenta representa $2,91$

g/m^3 . Nuevamente, en una medición que debería ser constante, se presentó una cierta variación. A diferencia que el caso anterior, la medición de densidad es directa, por lo tanto no se necesita realizar un cálculo entre varias variables medidas. Si en este caso tomamos como criterio de error $\pm 2\sigma$, llegamos a que la apreciación real del instrumento es de $5,6 \text{ kg/m}^3$. Si bien en la medición de densidad el concepto de “fondo de escala” carece de mucho sentido, es posible decir que para efectuar esta medición en agua, el error es inferior a $0,6\%$.

Cabe destacar, que se verificó la naturaleza másica de medición, ya que al haber utilizado como fluido el detergente, se corroboró contra el totalizador interno que se medía el caudal correctamente. El detergente utilizado tenía densidad de 1.100 kg/m^3 aproximadamente.

Se destaca en la tabla un problema del caudalímetro, que es el corrimiento del cero. En ausencia de caudal, el número de cuentas de diferencia de fase debería ser idéntico, independientemente del fluido dentro del tubo. Por el contrario, en este caudalímetro de construcción de 1 solo tubo, en vacío hay -204 cuentas, en agua 2338 cuentas y en detergente -1276 cuentas de promedio. Esto se debe a lo sensible que es el instrumento a las condiciones de contorno. Los puntos de “casi empotramiento” reaccionan diferentemente según las fuerzas de reacción que deben soportar, y estas varían con la masa del fluido dentro del tubo. Este efecto en teoría se corrige implementando la medición diferencial, ya que los esfuerzos se vuelven simétricos.

6.2 Posibles mejoras

Incluir el efecto de la variación de la temperatura del fluido

Al variar la temperatura del fluido, varía la temperatura del metal del tubo, variando por la tanto la constante elástica. Esto hace que varíen a su vez las constantes de calibración del instrumento. El objeto de incluir en el modelo este efecto es poder diseñar una compensación que permita corregir las constantes de calibración a partir de la medición de la temperatura del tubo.

Incluir el efecto de torsión en los caudalímetros en U

Se observó que el tubo construido tenía modos de oscilación que no estaban presentes en nuestro modelo. Dado que este modo de oscilación se daba cuando se golpeaba una esquina del tubo y que este hacía oscilar las esquinas del tubo en contra fase, suponemos que es debido a los esfuerzos de torsión que se dan en las curvas, los cuales no fueron modelados.

Suponemos que es posible diseñar caudalímetros con mayor sensibilidad si mediante alguna geometría especial se logra acercar ambos modos.

Modelar el caudalímetro como una viga de Timoshenko

El modelo de la viga de Timoshenko es válido para elementos de similar diámetro que largo. El uso de este modelo permitiría aproximar mejor la curvatura de las esquinas, ya que en vez de aproximarlas como un ángulo recto se podrían aproximar como una sucesión de tubos con condiciones de contorno acopladas que describan la curva. Esto permitiría un análisis sobre la incidencia del radio de curvatura en la sensibilidad, y la ubicación ideal de los sensores en la misma.

Si se realizan todos los puntos anteriores, se podría diseñar también una interfaz que asista en el diseño de caudalímetros con geometrías más complejas, y la investigación de las posibilidades de los mismos.

Para mejorar el desempeño general del instrumento, se podrían diseñar sensores y actuadores diferenciales, que aprovechan todas las ventajas de la medición en modo diferencial descriptas oportunamente

Incluir en la electrónica la medición de temperatura del tubo, y la compensación correspondiente en el algoritmo

Incluir en la electrónica la etapa de potencia del excitador, ahora que sabemos el orden de magnitud de potencia requerida

Para un caudalímetro comercial, sería necesario proveer un protocolo estándar de comunicaciones, como ser Modbus, HART, Foundation Fieldbus o Profibus

7 CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un modelo de CU en elementos finitos que representa de manera fidedigna el comportamiento real del tubo a pesar de que en la realidad se presentan fenómenos físicos que no han sido incluidos en el modelo como ser influencia de la temperatura en el líquido y en el tubo o la torsión del tubo. A modo de comparación entre los valores predichos por el modelo y los obtenidos luego de la implementación podemos citar:

- la frecuencia de resonancia en vacío del tubo predicha fue de 83,58 Hz, mientras que la medida fue de 79,36 Hz, lo cual nos da un error del orden del 5%.
- la frecuencia de resonancia en agua predicha fue de 73,15 Hz, y la medida de 71,29 Hz, con un error de 2,5%.
- la sensibilidad al caudal predicha fue de 1,07, mientras que la real fue 1,1, con un error de 2,7%.

Fundamentados en la idea de que el modelo asista al diseño de este tipo de instrumentos los errores notados anteriormente son aceptables. En ocasiones es suficiente contar con el orden de magnitud de ciertos parámetros como por ejemplo la frecuencia de resonancia del conjunto.

Con respecto a errores correspondientes a la medición podemos citar:

- el error en el modo de medición de caudal resultó del 3% del fondo de escala
- el error en el modo de medición de densidad resultó del 0,6%.

Este resultado es altamente destacable y revela la potencialidad de modelo. Además, resta destacar el hecho de que la medición fue hecha en modo común, por lo tanto se espera que realizando las mediciones en modo diferencial el error disminuya considerablemente.

8 REFERENCIAS

S. Timoshenko. Resistencia de Materiales. Espasa-Calpe 1961

- M.P. Henry. A self validating digital Coriolis mass-flow meter. IEEE 1999.
- R. Cheeswright. S. Shaw. Computing the fundamental distortion mode in Coriolis mass flow meters. Internal Report. 2006
- S. Moaveni. Finite Element Analysis. Prentice Hall 1999
- D.R. Lynch. Numerical Partial Differential Equations for Environmental Scientists and Engineers. Springer Verlag Inc., 2005.
- S. Czajkowski. Fundamentos de la Medición de Frecuencia y Tiempo. Editorial UNR 2001.
- Material Science and Engineering Handbook 3rd Edition. CRC Press 2001.