

MODELO NUMÉRICO PARA EL DISEÑO DE DISPOSITIVOS PLASMA FOCUS

F.Casanova, M.Vénere, C. Moreno^{*}, A.Clausse
CNEA-CONICET y Universidad Nacional del Centro, 7000 Tandil.
^{}INFIP, Universidad de Buenos Aires*

Keywords: Plasma Focus, discretización espacial, modelo de onda de choque.

Resumen. Se presenta un modelo numérico del movimiento y deformación de una lámina de plasma (onda de choque) durante la descarga eléctrica en un gas a baja presión en cañones coaxiales (plasma focus). Estos dispositivos tienen varias posibles aplicaciones industriales, científicas y médicas. La lámina de plasma, representada mediante una discretización espacial, se desplaza hacia el extremo del ánodo a velocidad hipersónica cambiando su forma y su área, variando las condiciones de contorno mecánicas y eléctricas, lo cual a su vez realimentan los términos de fuerza y disipación. Se implementan algoritmos heurísticos que evitan la generación de errores debidos inestabilidades geométricas, manteniendo la representatividad física de la lámina en su conjunto. Los cálculos numéricos fueron validados con datos experimentales, mostrando buen acuerdo con el modelo presentado.

1 INTRODUCCION

Las descargas eléctricas en gases son una fuente importante de fenómenos físicos con numerosas aplicaciones. Una de las geometrías de descarga de más interés es el cañón coaxial, también llamado Plasma Focus [1,2]. En esta configuración dos electrodos cilíndricos coaxiales se ubican en una cámara con gas a baja presión (0.5 a 10 mbar), uno de sus extremos es abierto, y el otro es cerrado separando ambos electrodos mediante un aislante cilíndrico coaxial. Cuando se conecta el sistema a un banco de capacitores cargado a tensiones altas (15~30 kV), se produce una lámina de corriente anular sobre el aislante entre los electrodos. La fuerza de Lorentz que actúa sobre la corriente acelera la lámina hacia el extremo abierto de los electrodos, donde desborda hacia el eje de simetría del sistema formando una zona de alta temperatura y densidad llamada foco o *pinch* (Figura 1). El foco produce típicamente un pulso de radiación X duros y blandos, iones positivos de los núcleos del gas de carga, y si se trabaja con deuterio o mezcla deuterio-tritio ocurren reacciones de fusión que emiten neutrones y protones.

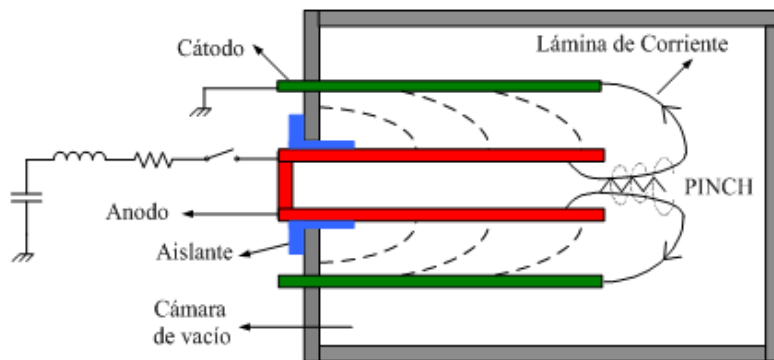


Figura 1 – Esquema de un dispositivo plasma focus y el momento del pinch

Estos dispositivos pueden ser utilizados en una amplia gama de aplicaciones industriales, como fuente de rayos X blandos [4,5], radiografía de productos metálicos por medio de rayos X duros [6], detección neutrónica de hidrógeno por scattering de neutrones [7], y tratamiento iónico de superficies [9].

La optimización de los dispositivos plasma focus requiere el cálculo de la dinámica de la lámina de corriente y su sensibilidad a la geometría y a las condiciones de operación. Este cálculo comprende el seguimiento numérico (*tracking*) de la lámina de corriente que se mueve a velocidad hipersónica hacia el extremo abierto de los electrodos cambiando de forma y longitud, variando las condiciones de contorno mecánicas y eléctricas, lo cual realimenta los términos de fuerza y disipación.

En este trabajo se presenta un modelo numérico de una lámina de corriente coaxial basado en segmentos anulares adaptables. El modelo incluye una estrategia para mantener la representatividad física de la lámina modelada evitando inestabilidades geométricas.

2 MODELO NUMERICO

La lámina de corriente es representada mediante una discretización espacial en elementos cónicos coaxiales (Figura 2). El estado mecánico y termodinámico de cada elemento está determinado por cinco variables de estado locales: masa, posición, velocidad, aceleración, densidad y energía interna. Cada elemento se mueve en dirección normal a su superficie, acelerado por la fuerza de Lorentz de acuerdo a:

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{l_i}{r_i} I^2 \quad (1)$$

donde p_i , l_i y r_i son el momento, longitud y radio medio del elemento cónico i , t es la coordenada temporal, I es la corriente instantánea y μ_o la permeabilidad magnética en el vacío.

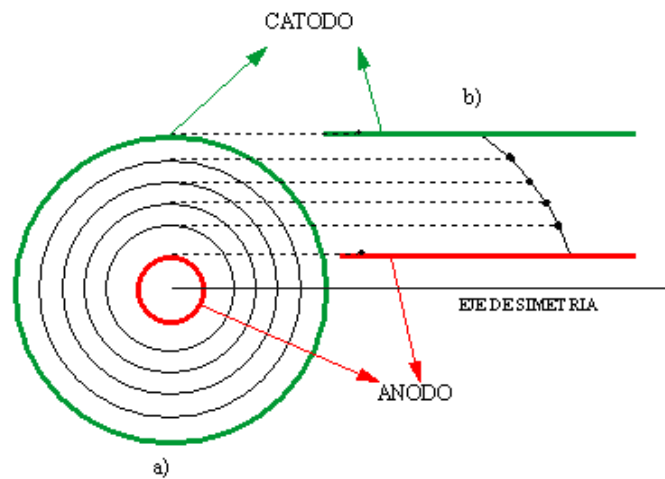


Figura 2– a) Vista superior del dispositivo y la lámina de plasma (en segmentos cónicos)
b) Vista de lado de un corte transversal, se observan los segmentos que representan a cada sección de la lámina de plasma (la correspondencia se representa con una línea punteada).

Durante el desplazamiento los elementos acumulan la masa del gas que “barren” de acuerdo a:

$$\frac{dm_i}{dt} = \rho_o A_i v_i \quad (2)$$

donde m_i , A_i y v_i son la masa, superficie y velocidad del elemento cónico i respectivamente, y ρ_o es la densidad del gas estancado. La masa inicial de la lámina es un parámetro de ajuste, ya que no hay datos experimentales disponibles de los cuales se pueda inferir su valor. Sin embargo, puede estimarse un orden de magnitud en base a visualizaciones de la etapa de formación de las descargas. En nuestro caso se supuso una masa inicial de 10^{-10} kg.

La magnitud x_i del movimiento normal a la superficie del elemento cónico i estará dada por:

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i \quad (3)$$

Desde el punto de vista eléctrico, el dispositivo en su conjunto es representado como una inductancia variable acoplada en serie con un circuito RLC. Las ecuaciones correspondientes son:

$$\frac{d}{dt} [(L_{ext} + L_g)I] + R_{ext}I + \frac{Q}{C} = V_{sg}(t) \quad (4)$$

$$\frac{dQ}{dt} = I \quad (5)$$

donde L_{ext} y R_{ext} son la inductancia y resistencia asociada al circuito externo respectivamente, L_g es la inductancia del cañón, Q y C son la carga y capacidad del banco de capacitores, y V_{sg} es la caída de tensión en la llave gaseosa que cierra el circuito (*spark gap*).

La inductancia del cañón L_g , que depende de la forma y posición de la lámina de corriente, corresponde a la de una geometría coaxial de radio variable. La contribución de cada elemento cónico es calculada como:

$$L_i = \frac{\mu_0}{2\pi} l_i \cos \theta_i \ln \left(\frac{r_{max}}{r_{min}} \right) \quad (6)$$

siendo

$$r_{max} = \begin{cases} r_i & r_1 \leq r_i < r_2 \\ r_1 & r_i < r_1 \end{cases} \quad (7)$$

$$r_{min} = \begin{cases} r_1 & r_1 \leq r_i < r_2 \\ r_i & r_i < r_1 \end{cases} \quad (8)$$

La inductancia total del cañón es la suma de todas las contribuciones elementales más la parte rectilínea del cañón, ubicada entre la base del mismo ($z = 0$) y el elemento cónico que toca el electrodo externo ($r = r_2, z = z_N$):

$$L_g = \sum_{i=1}^N L_i + \frac{\mu_0}{2\pi} z_N \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) \quad (9)$$

donde los elementos están numerados desde el 1 sobre el ánodo hasta el N sobre el cátodo.

La magnitud de la caída de tensión en el *spark gap* V_{sg} tiene un impacto significativo sobre la cinemática posterior de la lámina de corriente, ya que es responsable de establecer las condiciones iniciales del “despegue” de la misma. El comportamiento del *spark gap* se

modeló mediante una ecuación empírica que mostró buenos resultados [10]:

$$V_{sg}(t) = \frac{V_0 [1 + e^{-\alpha t_0}]}{1 + e^{\alpha(t-t_0)}} \quad (10)$$

donde α y t_0 son parámetros característicos que pueden depender de la presión de llenado y la geometría del cañón, ya que reflejan la interacción entre el rompimiento dieléctrico del *spark gap* y el rompimiento dieléctrico sobre el aislante.

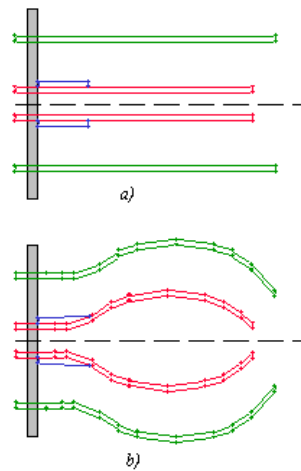


Figura 3 - a) Geometría de un dispositivo convencional tipo Mather.
 b) Geometría de un dispositivo no convencional representada mediante discretización, se observan las uniones de los segmentos que discretizan la geometría.

Los electrodos y el aislante también se discretizan en segmentos cónicos con diferentes propiedades y variables de estado de acuerdo a la parte del dispositivo representada (Figura 3). Sin embargo, la discretización de la representación de la lámina no es estática, sino que cambia de forma y longitud, simulando el comportamiento de la lámina de corriente real. Este comportamiento dinámico conlleva problemas de tipo geométricos que podemos tipificar como:

- Pérdida de cohesión de la lámina debido a que en cada paso de tiempo de simulación, los segmentos avanzan independientemente “despegándose” de sus vecinos (Figura 4)
- “Quiebres” de la lámina debidos a la aparición de zonas cóncavas en su representación (Figura 5).
- Inestabilidades geométricas debido a la ocurrencia, durante la evolución del movimiento, de segmentos de lámina de gran tamaño al lado de otros de mucho menor tamaño.

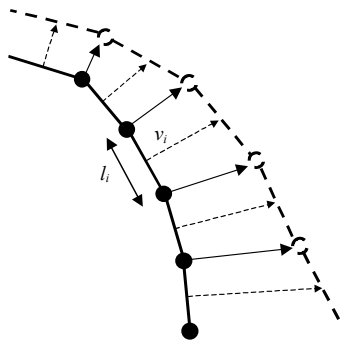


Figura 4 – Representación del desplazamiento de la lámina discretizada espacialmente

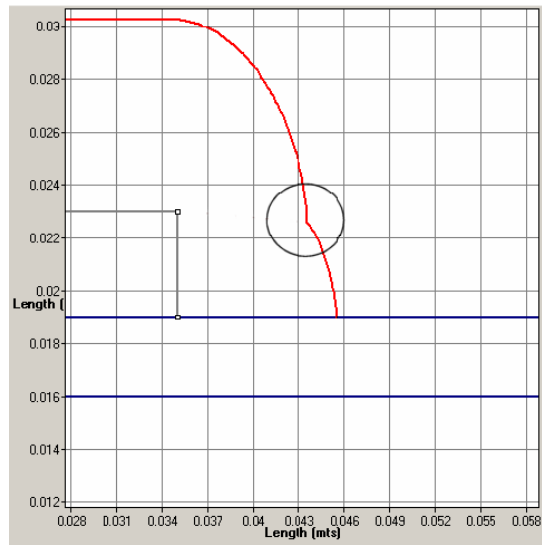


Figura 5 - Formación de concavidad en el movimiento de la discretización de la lámina de corriente.

El problema de la cohesión de la lámina luego del avance independiente de cada segmento, se resuelve colocando el punto de unión de cada par de segmentos adyacentes en la posición media de la distancia que une los extremos correspondientes. Para el segundo problema, se introducen correcciones de la posición de un nodo cada vez que se “retrasa” formando un quiebre cóncavo. El nodo retrasado se adelanta hasta equiparar la posición de sus vecinos (Figura 6). Esta corrección debe acompañarse con el incremento correspondiente de masa barrida. Con esto último se conserva la masa del sistema, pero se pierde la conservación de momento y energía. Sin embargo, las desviaciones acumuladas hasta el pinch son muy pequeñas (< 0,9 %).

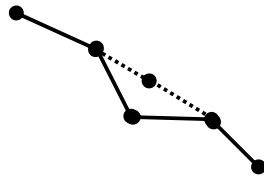


Figura 6. Corrección de posición de nodo retrasado en una concavidad.

El problema de la inestabilidad geométrica se solucionaba en las primeras versiones del modelo reestructurando la lámina completamente con segmentos de igual longitud, de manera de mantener la densidad lineal de segmentos constante. Esta aproximación introducía reposicionamientos de los nodos de la mayoría de los segmentos de la lámina cada vez que se aplicaba, produciendo errores geométricos apreciables. Para evitar estos errores, la reestructuración se realiza en forma local, esto es, se fija un umbral máximo y mínimo de longitud de los segmentos, respecto a la densidad lineal de segmentos establecida para esa simulación en particular. Al sobrepasar la longitud permitida un segmento es partido en dos segmentos iguales, y al disminuir la longitud de un segmento por debajo de la permitida éste se une al vecino de menor longitud. En ambos casos las variables de estado de los nuevos segmentos se asignan de forma que éstas se conserven por unidad de longitud. De esta manera

se lograron buenos resultados, por ejemplo la velocidad final de la lámina de corriente al llegar al pinch no varía más del 6%.

3 RESULTADOS

El modelo fue validado comparando sus resultados numéricos con datos experimentales del equipo CCII [11]. Este Plasma Focus consta de dos electrodos cilíndricos coaxiales, un ánodo central de titanio y catorce barras de cobre dispuestas en aro alrededor de éste (cátodo). Se usó nitrógeno como gas de llenado. Se dispone de dos conjuntos de datos experimentales correspondientes a diferentes configuraciones del circuito eléctrico, llamadas RLC1 y RLC2. Los parámetros principales de las descargas se muestran en la Tabla 1.

Parámetro	Valor
Longitud de Anodo	100 mm
Longitud de Cátodo	100 mm
Longitud de Aislante	10 mm
Espesor de Aislante	2.8 mm
Radio externo de Anodo	4.25 mm
Radio interno de Cátodo	25.35 mm
Voltaje Inicial	20 kV
Capacidad RLC1 y RLC 2	600 μ F
Inductancia Externa RLC1	6 μ H
Inductancia Externa RLC2	1.8 μ H
Resistencia Externa RLC1	0.104 Ω
Resistencia Externa RLC2	0.01 Ω

Tabla 1. *Parámetros del Experimento sobre el dispositivo CCII.*

El dispositivo de medición está integrado por una bobina de Rogowski, un divisor resistivo y dos sondas magnéticas inductivas colocadas axisimétricamente. En la Figura 7 se muestra la configuración geométrica del dispositivo. Durante los experimentos se realizaron mediciones de la posición de la lámina para diferentes presiones de llenado. En las Figuras 8 y 9 se comparan los cálculos numéricos con los resultados experimentales. Los parámetros de calibración usados en el cálculo se muestran en la Tabla 2. Puede verse que el modelo reproduce muy bien la dinámica de la lámina. En la Figura 10 se compara además la forma de la lámina simulada con el perfil luminoso del plasma obtenido por fotografía ultrarrápida. Puede observarse una buena concordancia geométrica.

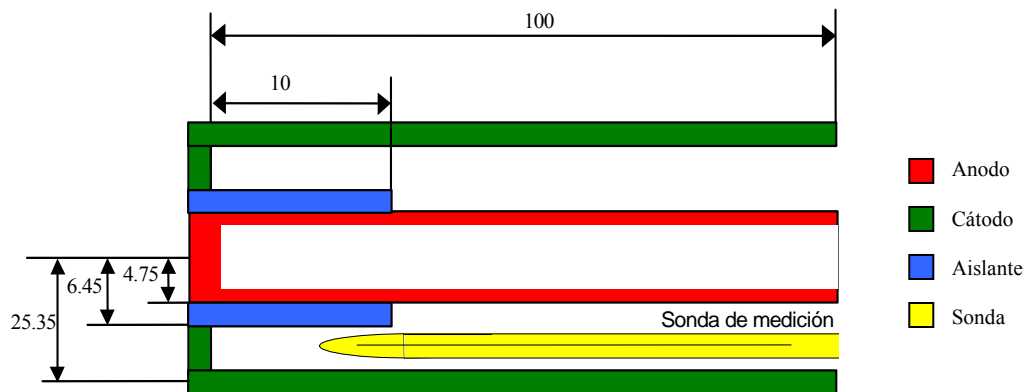


Figura 7 - Configuración del dispositivo CCII y su sonda de medición, magnitudes expresadas en mm.

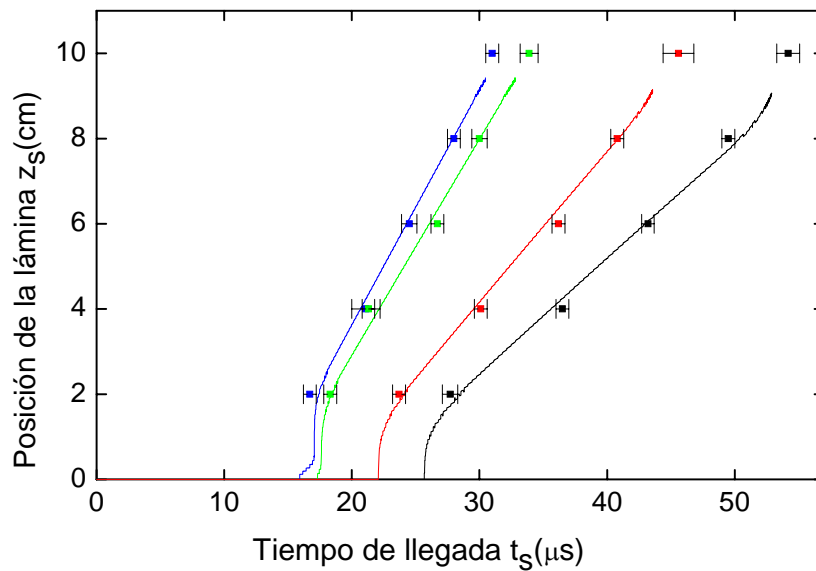


Figura 8 – Tiempos de llegada a distintas posiciones de la sonda a diferentes presiones de llenado de Nitrógeno, con circuito RLC1. Los puntos representan los valores medidos con su barra de error correspondiente, la línea llena los valores simulados. Las presiones de llenado se corresponden con: negro 10 mbar, rojo 5 mbar, verde 1 mbar, azul 0,5 mbar

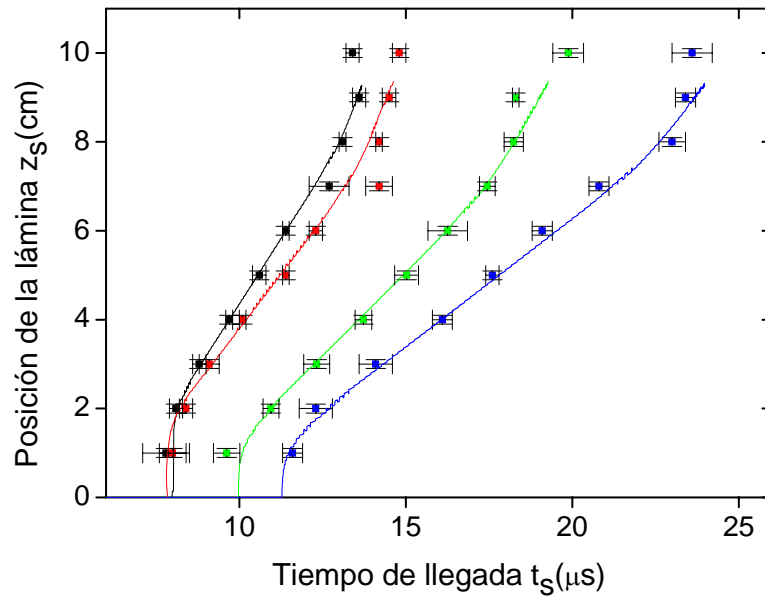


Figura 9 – *Tiempos de llegada a distintas posiciones de la sonda a diferentes presiones de llenado de Nitrógeno, con circuito RLC2. Los puntos representan los valores medidos con su barra de error correspondiente, la línea llena los valores simulados. Las presiones de llenado se corresponden con: azul 10 mbar, verde 5 mbar, rojo 1 mbar, negro 0,5 mbar*

Presión (mbar)	RLC1		RLC2	
	α (μs^{-1})	t_0 (μs)	α (μs^{-1})	t_0 (μs)
0.5	No data	No data	0.6	0.2
1	0.2	0.2	0.8	0.2
5	0.4	0.8	4	0.2
10	0.45	2.5	6	0.2

Tabla 2. *Parámetros efectivos del spark-gap.*

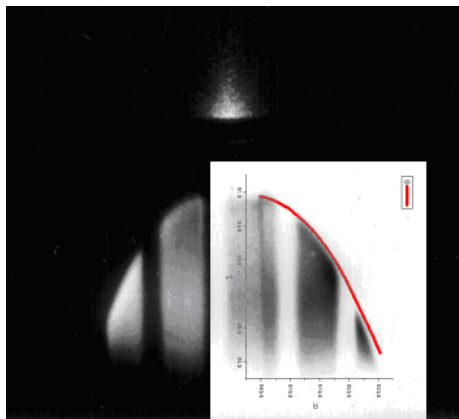


Figura 10 - *Superposición de imágenes mediante método de exclusión de colores.*

4 ESTUDIO DE SENSIBILIDAD A PARAMETROS DEL MODELO

Se realizó un estudio de sensibilidad de los parámetros de ajuste (masa inicial de la lámina, α y t_0) sobre la dinámica del sistema. Como caso de referencia utilizamos los correspondientes a 5 mbar de presión de llenado y con el circuito RLC1. Estos parámetros de referencia son:

$$\alpha = 0.4 \mu\text{sec}^{-1}$$

$$t_0 = 0.8 \mu\text{sec}$$

$$m_i = 10^{-10} \text{ kg}$$

Las Figuras 11 y 12 muestran la sensibilidad del movimiento de la lámina de corriente y la evolución de la corriente respectivamente, al parámetro α . A valores más altos de α se producen mayores velocidades en la lámina y mayores corrientes, lo primero consecuencia de lo segundo, aunque este efecto tiende a saturar para valores de α por encima de $0.7 \mu\text{sec}^{-1}$.

El parámetro t_0 no muestra un impacto significativo ni en la dinámica de la lámina ni en la corriente, Figuras 13 y 14.

La masa inicial influye en la aceleración de la lámina de corriente en su etapa inicial del movimiento cerca del aislante. Las Figuras 15 y 16 se muestra que para valores menores de masa inicial que el de referencia, no tiene impacto sobre la dinámica de la lámina, en cambio para valores mayores se observa un impacto apreciable.

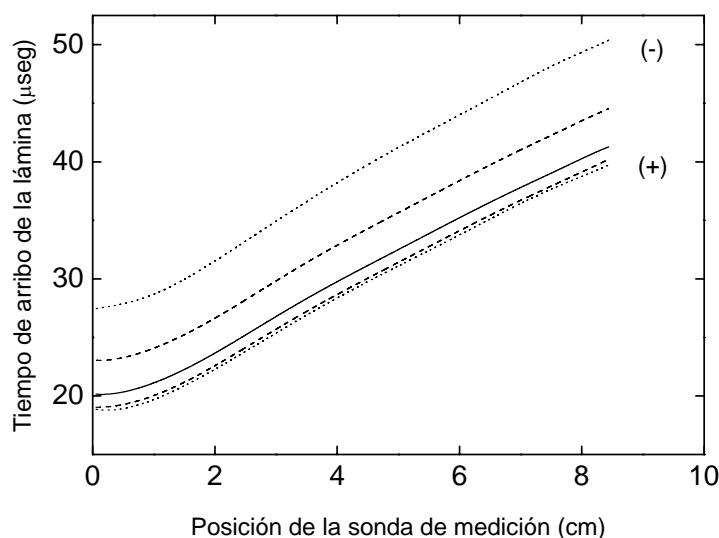


Figura 11. Influencia de α sobre el arribo de la lámina de corriente a la posición de la sonda de medición.

— $\alpha = 0.4 \mu\text{seg}^{-1}$ (valor de referencia), - - - (+/- 50%), (+/- 75%).

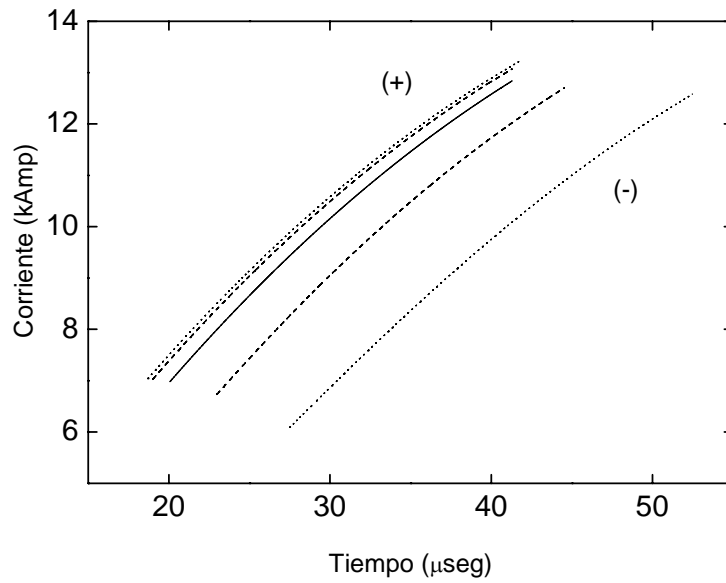


Figura 12. Sensibilidad de la corriente eléctrica al parámetro α del spark-gap.
 — $\alpha = 0.4 \mu\text{seg}^{-1}$ (valor de referencia), - - - +/- 50%, +/- 75%.

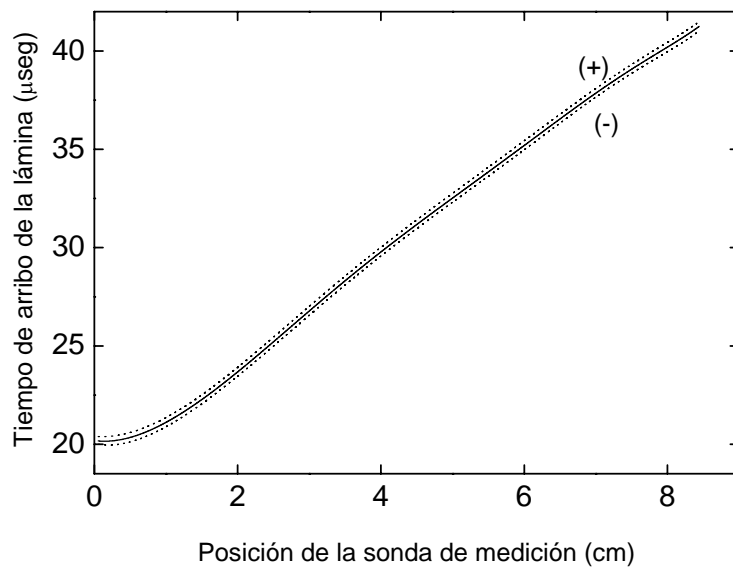


Figura 13. Sensibilidad del tiempo de arribo de la lamina de corriente a la posición de la sonda de medición respecto al parámetro t_0 del spark-gap.
 t_0 . — $t_0 = 0.8 \mu\text{seg}$ (valor de referencia), +/- 75%.

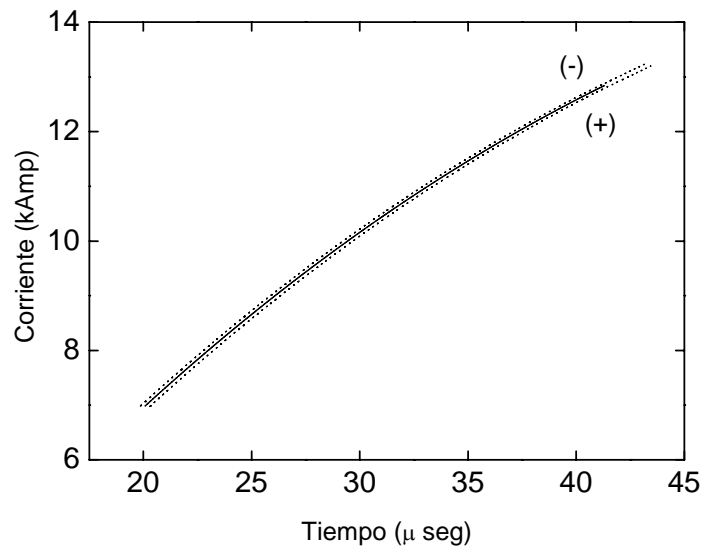


Figura 14. Sensibilidad de la corriente eléctrica al parámetro t_0 del spark-gap.
 — $t_0 = 0.8 \mu\text{seg}$ (valor de referencia), +/- 75%.

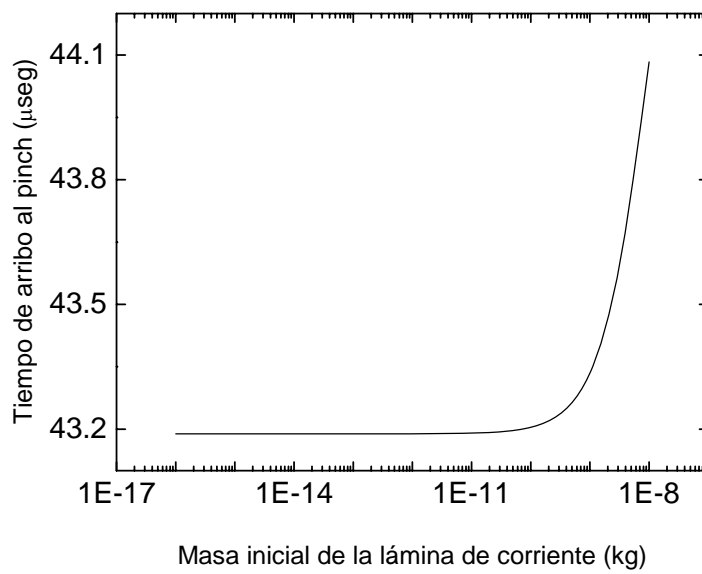


Figura 15. Influencia de la masa inicial de la lámina de corriente sobre el tiempo de llegada al pinch (5 mbar).

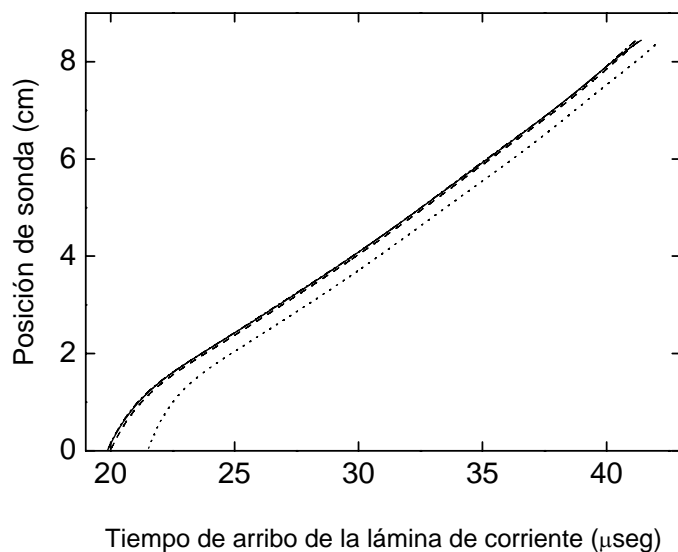


Figura 16. *Influencia de la masa inicial en el tiempo de arribo de la lámina de corriente a la sonda de medición.*

..... 10^{-15} kg, — 10^{-10} kg, - - - 10^{-9} kg, 10^{-8} kg.

5 CONCLUSION

Se presenta un modelo bidimensional del movimiento y forma de lámina de corriente en cañones coaxiales basado en la discretización espacial de dicha lámina mediante segmentos cónicos. Se mostraron inestabilidades numéricas y geométricas que se producen debido a este enfoque y las estrategias de reestructuración utilizadas para intentar minimizarlas. Posteriores estudios permitirán continuar refinando dichas estrategias.

El rompimiento dieléctrico y la interacción con la llave de cierre gaseosa spark-gap se describe mediante un modelo de dos parámetros que reproduce las tendencias de los parámetros físicos observados en ese fenómeno durante la etapa inicial del disparo.

El modelo se comparó con mediciones experimentales, de las cuales mostramos sólo algunas por cuestiones de extensión, siendo capaz de representar correctamente los tiempos de llegada del frente de la onda de choque (lámina de corriente) a diferentes posiciones a diferentes presiones de llenado.

Como parte del proyecto también se desarrolló una herramienta complementaria que permite el diseño CAD de la geometría del cañón coaxial, para luego ser cargada al simulador, esto acoplado a un modelo de producción de neutrones y otro de rayos X actualmente en desarrollo, permitirá convertirla en el banco de prueba de futuros desarrollos de dispositivos plasma focus que se aplicarán a las diversas áreas de la industria, salud y detección de sustancias, entre otras, ya mencionadas.

6 NOMENCLATURA

A_i	Área asociada el elemento <i>i</i> -esimo
C	Capacitancia
I	Corriente
l_i	Longitud del <i>i</i> -esimo elemento
L_{ext}	Inductancia del circuito externo
L_g	Inductancia del cañón
L_i	Inductancia asociada con el <i>i</i> -esimo elemento
m_i	Masa del <i>i</i> -esimo elemento
N	Cantidad de elementos cónicos en un tiempo dado
p_i	Momentum del <i>i</i> -esimo elemento
Q	Carga almacenada en el banco de capacitores
r_1	Radio del electrodo interno
r_2	Radio del electrodo externo
r_i	Radio medio del <i>i</i> -esimo elemento
R_{ext}	Resistencia del circuito externo
t_0	Parámetro característico del spark-gap [μsec]
v_i	Velocidad del <i>i</i> -esimo elemento
V_{sg}	Caída de potencial en el spark-gap
x_i	Magnitud del desplazamiento normal del <i>i</i> -esimo elemento
α	Parámetro característico del spark-gap [μsec^{-1}]
θ_i	Angulo de inclinación del <i>i</i> -esimo elemento
μ_0	Permeabilidad magnética en el vacío
ρ_0	Densidad del gas estancado

7 REFERENCIAS

- [1] Mather J W 1964 Investigation of the high-energy acceleration mode in the coaxial gun *Phys. Fluids* 7 5–28
- [2] Mather J W 1971 Dense plasma focus *Methods of Experimental Physics* vol 9B, ed H Lovberg and H R Griem (New York: Academic) pp 187–249
- [4] Zakauallah M, Alamgir K, Shafiq M, Sharif M, Waheed A and Murtaza G 2000 Low-energy plasma focus as a tailored x-ray source *J. Fusion Energy* 19 143–57
- [5] Lee S, Lee P, Zhang G, Feng X, Gribkov V, Liu M, Serban A and Wong T K S 1998 High rep rate high performance plasma focus as a powerful radiation source *IEEE Trans. Plasma Sci.* 26 1119–26
- [6] Moreno C, Clause A, Martínez J F, Llovera R and Tartaglione A 2001 Ultrafast x-ray introspective imaging of metallic objects using a plasma focus *Nukleonika* 46 (Suppl. 1) S33–4
- [7] Moreno C, Clause A, Martínez J, Llovera R, Tartaglione A, Venere M, Barbuzza R and del Fresno M 2000- Using a 4.7 kJ plasma focus for introspective imaging of metallic objects and for neutronic detection of water *Proc. 9th Latin American Workshop on Plasma Physics (La Serena Chile)* ed H Cuaqui and M Favre AIP Conf. Proc. 563 300–5

- [8] Moreno C, Casanova F, Correa G and Clause A, 2003 Experimental study and modeling of the plasma dynamics of magnetically driven shock waves in a coaxial tube *Plasma Phys. Control. Fusion* 45 1989–99
- [9] Sánchez G. and Feugeas J., 1997, The thermal evolution of targets under plasma focus pulsed ion implantation, *J. Phys. D.* 30, 927-936.
- [10] Bruzzone H, Kelly H and Moreno C 1989 On the effect of finite closure time of switches in electrical circuits with fast transient behaviour *American Journal of Physics.* 57: 63
- [11] Bruzzone H and Martínez J 2001 Cinematic of the current sheet in a pulsed coaxial plasma source operated with uniform gas filling *Plasma Sources Sci. Technol.* 10 471–7