

## **ABOLLAMIENTO DE COLUMNAS TUBULARES MULTILAMINADAS BAJO CARGAS MONOTÓNICAS**

**Raúl Zaradnik<sup>a</sup>, Silvia Raichman<sup>a</sup> y Anibal Mirasso<sup>a</sup>**

<sup>a</sup> *Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Parque General San Martín 5500 Mendoza,  
zaradnikmiras@yahoo.com.ar, sraichman@uncu.edu.ar, aemirasso@uncu.edu.ar*

**Palabras claves:** inestabilidad elástica; abollamiento; material compuesto; columna tubular.

**Resumen.** Los laminados de resinas epoxi y fibras de carbono son materiales compuestos que pueden cubrir las necesidades de mayores exigencias de rigidez y resistencia con simples cambios en su configuración, gracias a lo cual se adaptan convenientemente a las estructuras empleadas tanto en la ingeniería aeronáutica como en la mecánica o civil. El objetivo de este trabajo es analizar la carga crítica de columnas tubulares de material compuesto laminado empleando el método de elementos finitos. Se utilizan elementos de placa rectangulares de ocho nodos con cinco grados de libertad nodal, cuya formulación se basa en las hipótesis de Mindlin de placas. Se analizan los efectos de la orientación angular de las fibras bajo una secuencia de laminación definida, considerando la influencia de las deformaciones por corte transversal al plano medio del laminado. Así mismo se estudia la influencia de la presencia de orificios. Los valores obtenidos son comparados con los correspondientes a tubos de acero como los empleados para disipar energía en ingeniería sísmica. Finalmente se muestran las deformaciones esperadas compatibles con la mínima carga límite de abollamiento.

## 1 INTRODUCCIÓN

Los laminados de resinas epoxi y fibras de carbono son materiales compuestos que pueden cubrir las necesidades de mayores exigencias de rigidez y resistencia con simples cambios en su configuración, gracias a lo cual se adaptan convenientemente a las estructuras empleadas tanto en la ingeniería aeronáutica como en la mecánica o civil.

El análisis de componentes estructurales de materiales compuestos es ampliamente tratado en la literatura en general a partir de la mecánica estructural clásica, aunque con ecuaciones constitutivas ortótropas. Así se pueden citar los textos de (Whitney, J. 1987) y (Kollár *et al.* 2003), entre otros.

Por su parte, existen varios investigadores que ya han estudiado la inestabilidad elástica de placas rectangulares, tales como (Dawe *et al.*, 1998; Kollár *et al.*, 2003). En trabajos anteriores (Zaradnik *et al.*, 2006 y Zaradnik *et al.*, 2007a) se ha presentado la extensión de un código de elementos finitos capaz de determinar la incidencia de los esfuerzos membranales en el cambio de rigidez y por lo tanto, en las frecuencias naturales y cargas de inestabilidad de componentes estructurales multilaminados de material compuesto, con el cual se han estudiado vibraciones libres de palas de turbinas eólicas y de rotores de helicópteros (Zaradnik *et al.*, 2006 y Zaradnik *et al.*, 2007a) comparando con los resultados presentados por (Jung *et al.*, 2001).

En este trabajo se analiza la incidencia de los cambios del ángulo de laminado y el efecto de las deformaciones por corte en los valores de cargas críticas de columnas tubulares cuadradas sometidas a cargas de compresión, utilizando el método de los elementos finitos.

Además, se compara la capacidad de columnas tubulares laminadas de sección cuadrada sin perforaciones y con perforaciones, con las correspondientes a columnas tubulares de acero empleadas como disipadores sísmicos.

## 2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Se consideran estructuras constituidas por láminas planas en las cuales es posible expresar los desplazamientos de cualquier punto como función de los desplazamientos y rotaciones del plano medio. Para ello es posible incluir la influencia de las deformaciones de corte transversales, aceptando las hipótesis de Mindlin, que establecen:

- Los desplazamientos son pequeños comparados con el espesor de la placa.
- Las deformaciones normales al plano medio de la placa son despreciables.
- La normal al plano medio antes de la deformación permanece recta pero no necesariamente normal al plano medio después de la deformación.

Atendiendo a las hipótesis de Mindlin los desplazamientos del cuerpo laminado en relación a su configuración de referencia (formulación lagrangiana) pueden expresarse por medio de:

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} U(X, Y, Z) \\ V(X, Y, Z) \\ W(X, Y, Z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_0(X, Y) + Z\theta_Y(X, Y) \\ v_0(X, Y) + Z\theta_X(X, Y) \\ w_0(X, Y) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

donde las componentes  $(u_0, v_0, w_0)$  corresponden a los desplazamientos del plano medio del laminado y  $(\theta_X, \theta_Y)$  son las rotaciones por flexión de los planos “YZ” y “XZ”, respectivamente, siendo Z el eje coordenado normal al plano medio.

Por su parte, las deformaciones pueden escribirse como:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \{\varepsilon_0\} + \{\varepsilon_1\} \quad (2)$$

donde  $\{\varepsilon_0\}$  son las componentes lineales y  $\{\varepsilon_1\}$  las componentes no lineales, que pueden calcularse respectivamente por medio de:

$$\{\varepsilon_0\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial X} + Z \frac{\partial \theta_y}{\partial X} \\ \frac{\partial v_0}{\partial Y} + Z \frac{\partial \theta_x}{\partial Y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial Y} + \frac{\partial v_0}{\partial X} + Z \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial X} + \frac{\partial \theta_y}{\partial Y} \right) \\ \frac{\partial w_0}{\partial Y} + \theta_x \\ \frac{\partial w_0}{\partial X} + \theta_y \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\{\varepsilon_1\} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial X} \right)^2 \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial Y} \right)^2 \\ \frac{\partial w_0}{\partial X} \frac{\partial w_0}{\partial Y} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u_0}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_0}{\partial X} \right)^2 \right] \\ \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u_0}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_0}{\partial Y} \right)^2 \right] \\ \left[ \frac{\partial u_0}{\partial X} \frac{\partial u_0}{\partial Y} + \frac{\partial v_0}{\partial X} \frac{\partial v_0}{\partial Y} \right] \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Se asume una relación lineal entre las tensiones y las deformaciones, expresada de la siguiente manera:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = D \{\varepsilon\} \quad (5)$$

donde  $D$  es la matriz constitutiva que incorpora la información de las constantes elásticas del material. La obtención de esta matriz implica, en líneas generales para un laminado cualquiera, la transformación de las distintas matrices  $D_p$  de cada lámina, a un único sistema de coordenadas global mediante la transformación:

$$D = \sum_{p=1}^n T_p^T D_p T_p \quad (6)$$

Para una placa ortótropa genérica (Malvern, 1969; Halpin, 1992)  $D_p$  se puede expresar, atendiendo a la condición necesaria de simetría como:

$$D_p = \begin{bmatrix} \frac{E_{11}}{(1-\nu_{12}\nu_{21})} & \frac{\nu_{21}E_{11}}{(1-\nu_{12}\nu_{21})} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{21}E_{11}}{(1-\nu_{12}\nu_{21})} & \frac{E_{22}}{(1-\nu_{12}\nu_{21})} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\nu_{21}E_{11} = \nu_{12}E_{22}$$

La carga crítica de bifurcación, a partir de una trayectoria fundamental lineal, puede determinarse a partir de la siguiente expresión (Godoy *et al.*, 1987):

$$\delta(\delta\Pi) = 0 \quad (8)$$

siendo  $\pi$  la energía potencial total con las relaciones cinemáticas dadas en (2) y las constitutivas indicadas en (5).

Se utiliza el elemento finito de placa de ocho nodos con cinco grados de libertad por nodo formulado por (Hinton *et al.*, 1984), bajo las hipótesis de Mindlin. El elemento fue extendido a problemas de vibraciones libres con cinemática no lineal en (Zaradnik *et al.*, 2006) y a problemas de estabilidad del equilibrio en (Zaradnik *et al.*, 2007a).

La discretización usual por elementos finitos de la ecuación (8), conduce al siguiente problema de valores y vectores propios:

$$[K_0 - \kappa K_\sigma]\{a\} = \{0\} \quad (9)$$

donde, siguiendo la notación estándar (Zienkiewicz *et al.*, 2000),  $[K_0]$  es la tradicional matriz de rigidez elástica lineal:

$$K_0 = \left( \int_V B_0^T D B_0 * dV \right) \quad (10)$$

mientras que la matriz  $[K_\sigma]$  es la matriz de rigidez geométrica, dependiente del estado tensional y determinable por medio de:

$$K_\sigma = \int_V (G_u^T \delta G_u + G_v^T \delta G_v + G_w^T \delta G_w) dV \quad (11)$$

La matriz  $B_0$  resulta (Bathe, 1996) de la aplicación del operador diferencial “ $\partial_\epsilon$ ” sobre la matriz de las funciones de forma. El operador diferencial es el mismo que operando sobre el campo de desplazamientos conduce al campo de deformaciones:

$$\begin{aligned} \{\varepsilon_0\} &= \partial_\varepsilon \{u\} \\ B_0 &= \partial_\varepsilon (N) \end{aligned} \quad (12)$$

Por otra parte, la matriz  $\hat{\sigma}$  es la matriz de tensiones finales para el estado de cargas establecida reorganizando las componentes del vector de tensiones de la forma:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} \Rightarrow \hat{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \quad (13)$$

Finalmente, las matrices  $G$  son operadores necesarios para la evaluación de los términos no lineales de las deformaciones elásticas, evaluables por medio de:

$$[G_u] = \begin{bmatrix} \dots & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix} \quad (13)$$

(2x5N)

$$[G_v] = \begin{bmatrix} \dots & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix} \quad (14)$$

(2x5n)

$$[G_w] = \begin{bmatrix} \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix} \quad (15)$$

(2x5n)

En todas las expresiones anteriores, las  $N_i$  son las funciones de forma, que para el presente trabajo resultan polinomios de segundo grado debido al empleo de elementos de placa de ocho nodos con cinco grados de libertad por nodo.

El parámetro  $\kappa$  que aparece en la expresión (9) determina la proporción de la matriz  $K_\sigma$  que es necesaria para lograr que la matriz  $K_T = K_0 + K_\sigma$ , sea singular. En otras palabras, el parámetro  $\kappa$  establece el nivel de seguridad a la carga crítica.

Las integrales de volumen que aparecen en las expresiones (10) y (11) se transforman en una suma de integrales de área por cada lámina. Las integrales de área se resuelven mediante reglas de integración numérica usuales en el MEF.

### 3 ABOLLAMIENTO DE TUBOS CUADRADOS

Se consideraron tubos cuadrados huecos de espesor constante sometidos a compresión uniforme. Se asume para todos los casos una longitud  $L$  del modelo de 780 mm y un ancho medio del tubo de 150 mm. Se consideran los parámetros correspondientes a valores medios propios de una resina epoxídica reforzada con fibra de vidrio, utilizados por (Ramkumar et al., 2006), y que se encuentran en la Tabla 1.

Parámetro	Unidad	Valor
Módulo de Young longitudinal <sup>1</sup> , $E_1$	GPa	54
Módulo de Young transversal, $E_2$	GPa	18
Coefficiente de Poisson,	Adimensional	0.25
Módulos de corte, $G_{12}$ , $G_{13}$ , $G_{23}$	GPa	9

Tabla 1.: Propiedades del material compuesto.

Se determinaron cargas críticas de tubos de material compuesto y de acero, con y sin orificios, todos sometidos a la acción de cargas estáticas monotónicas de compresión considerando que ambos bordes extremos están perfectamente empotrados. En los casos de material laminado se consideró que el espesor del tubo se conseguía por medio de cinco (5) láminas iguales. El ángulo de laminado se varió desde  $0^\circ$  (refuerzo coincidente con la dirección longitudinal del tubo) hasta  $90^\circ$  (refuerzo normal a la dirección longitudinal del tubo).

#### 3.1 Tubos laminados sin orificios.

En la Tabla 2 y las Figuras 1 y 2, se presentan los resultados del análisis de la carga crítica en tubos de sección cuadrada sin orificios en sus paredes. El producto del parámetro  $\kappa$  correspondiente a la expresión (12), por la máxima carga con la cual se hace el análisis permite obtener la carga crítica estimada. Se trata de abollamiento tal como se aprecia en la Figura 3.

Ángulo laminado	Espesor					
	$\frac{L}{300}$	$\frac{L}{250}$	$\frac{L}{200}$	$\frac{L}{150}$	$\frac{L}{100}$	$\frac{L}{50}$
$0^\circ$	38	70	134	291	961	7284
$30^\circ$	37	69	133	289	952	7104
$45^\circ$	38	69	133	287	943	6996
$60^\circ$	39	72	137	294	954	6972
$90^\circ$	42	76	144	307	984	7088

Tabla 2.: Carga crítica (en KN) correspondiente a la condición empotrado en ambos extremos de tubos laminados sin orificios.

<sup>1</sup> No confundir con la dirección longitudinal del modelo.

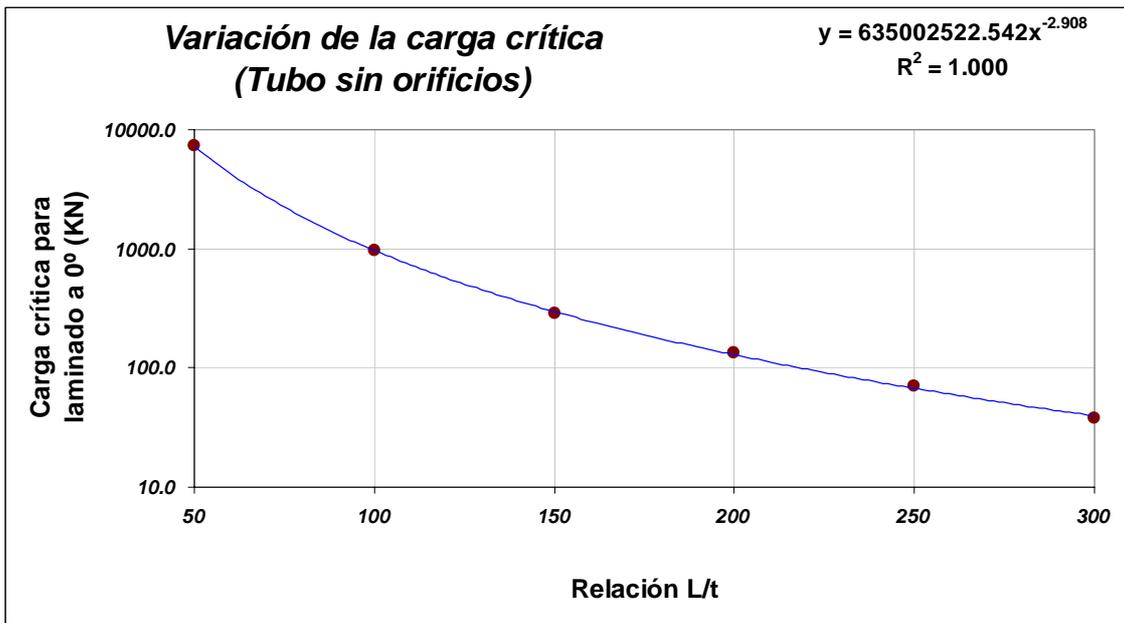


Figura 1 : Variación de la carga crítica de abollamiento correspondiente al tubo sin orificios y con ángulo de laminado de 0° (refuerzos en la dirección longitudinal)

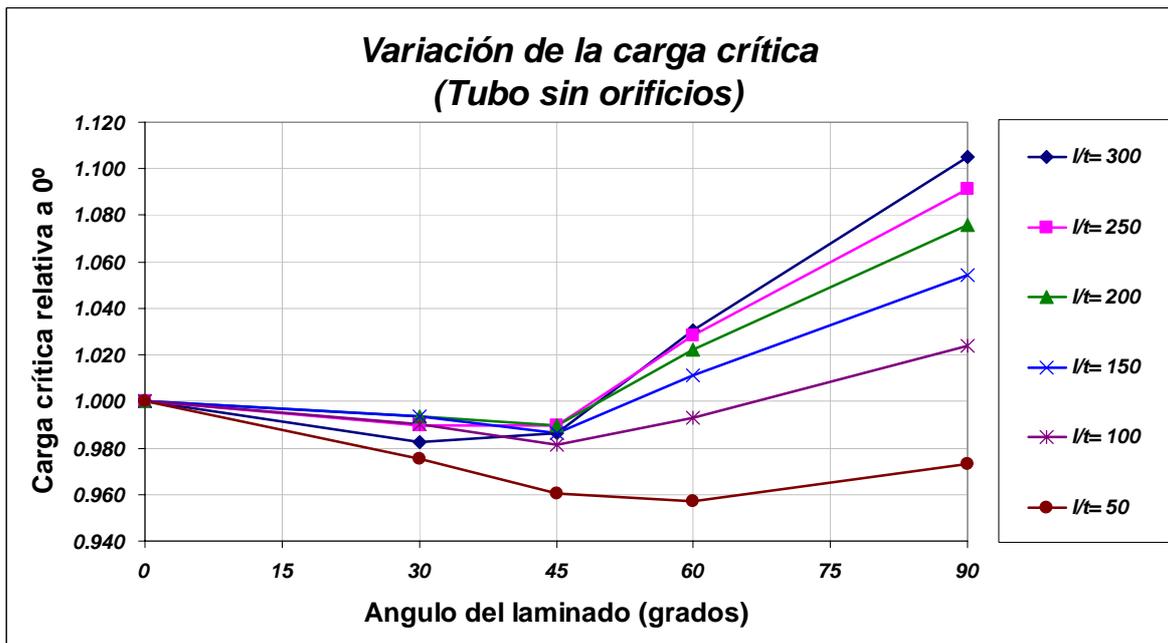


Figura 2 : Variación de la carga crítica de abollamiento correspondiente a tubos laminados sin orificios en relación a la correspondiente a un ángulo de laminado de 0°.

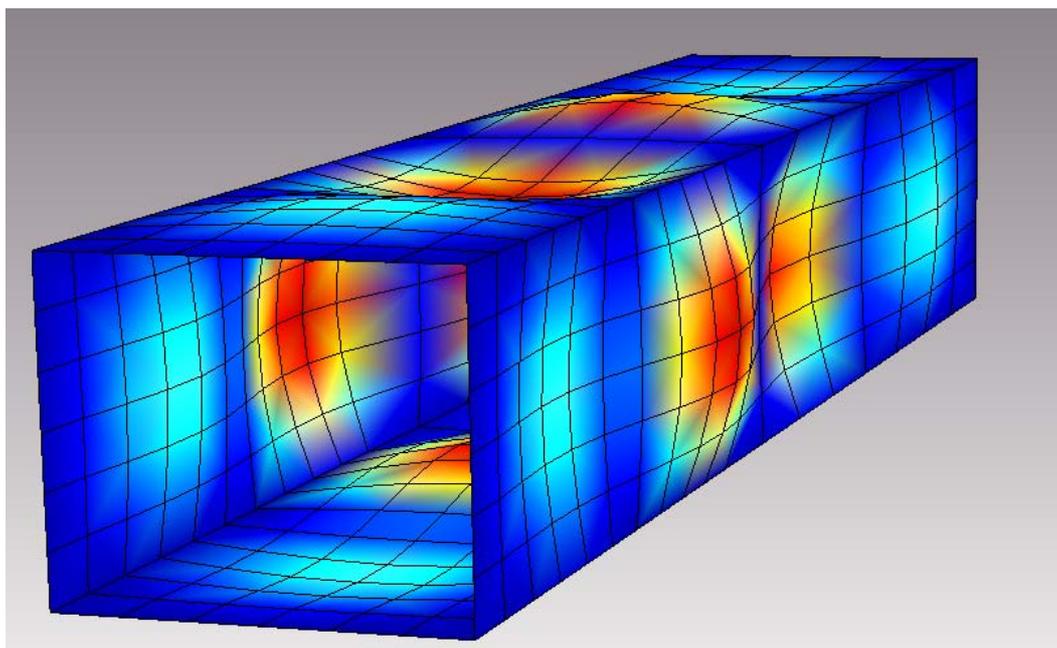


Figura 3 : Inestabilidad por abollamiento correspondiente a tubos laminados a 0° y sin orificios.

Las diferencias observadas al comparar con los resultados presentados en otros trabajos (Ramkumar *et al.*, 2006), se deben fundamentalmente a que estos últimos fueron obtenidos empleando las hipótesis de Kirchhoff.

### 3.2 Tubos laminados con orificios.

En la Tabla 3 y las Figuras 4 y 5, se presentan los resultados del análisis de la carga crítica en tubos de sección cuadrada con orificios en sus paredes. Se trata nuevamente de abollamiento tal como se aprecia en la Figura 6.

Ángulo laminado	Espesor					
	$\frac{L}{300}$	$\frac{L}{250}$	$\frac{L}{200}$	$\frac{L}{150}$	$\frac{L}{100}$	$\frac{L}{50}$
0°	32	59	115	249	823	6185
30°	31	58	112	243	806	6030
45°	30	56	108	236	779	5801
60°	30	56	108	235	774	5730
90°	30	56	107	232	762	5636

Tabla 3.: Carga crítica (en KN) correspondiente a la condición empotrado en ambos extremos de tubos laminados con orificios.

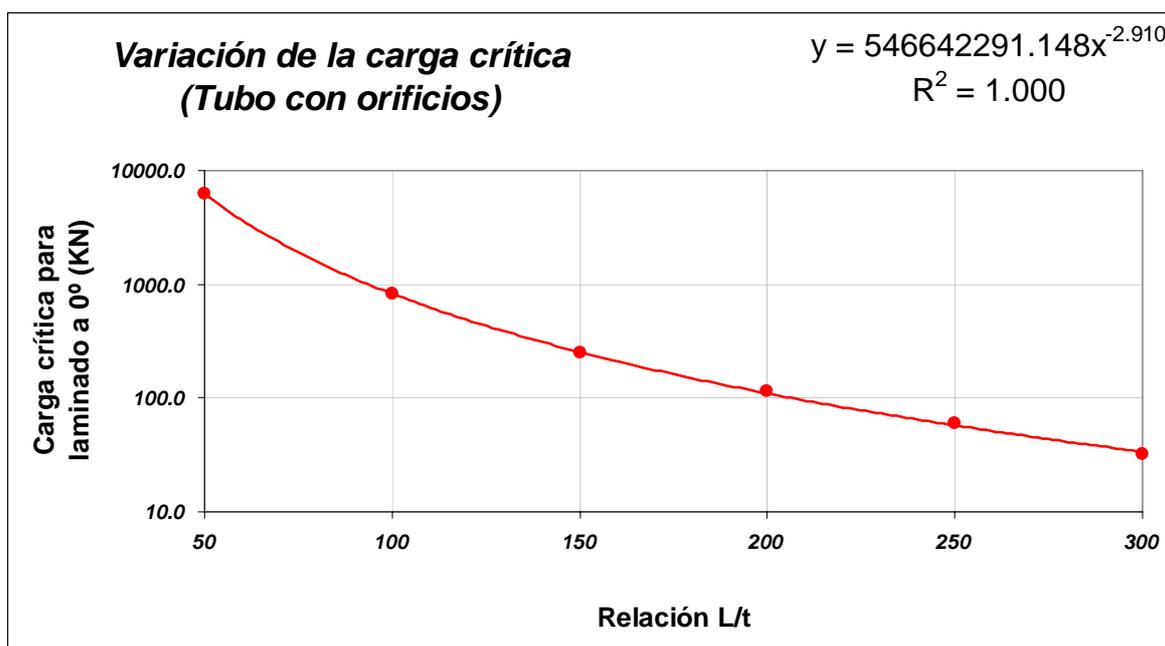


Figura 4 : Variación de la carga crítica de abollamiento correspondiente al tubo con orificios y con ángulo de laminado de 0° (refuerzos en la dirección longitudinal)

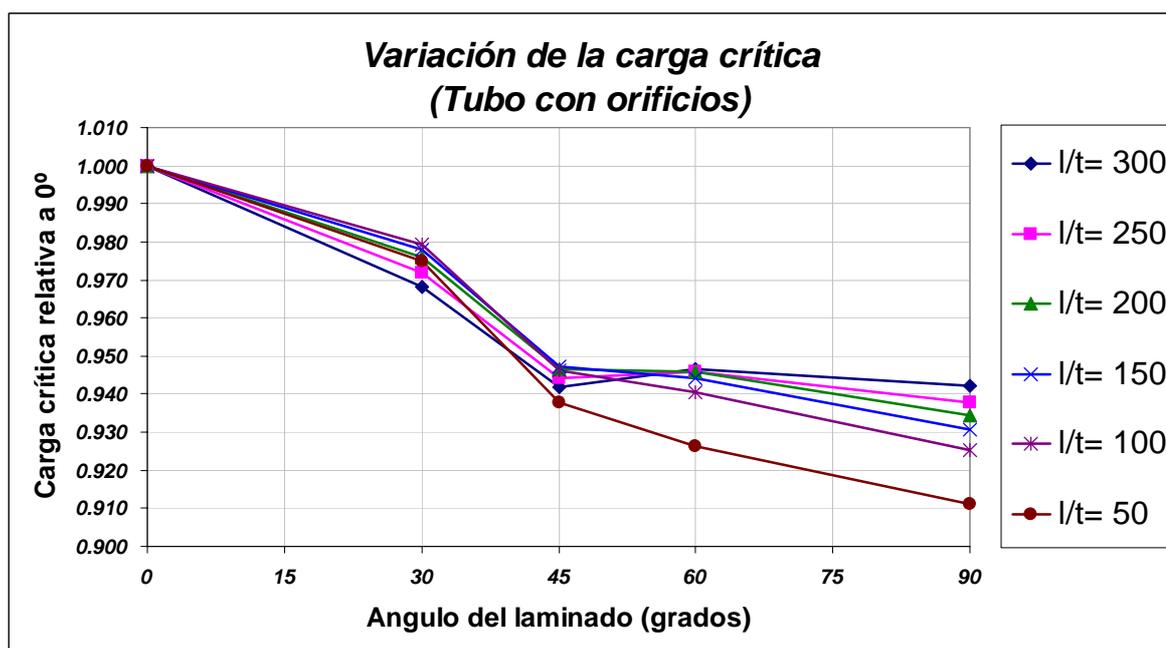


Figura 5 : Variación de la carga crítica de abollamiento correspondiente a tubos laminados con huecos en relación a la correspondiente a un ángulo de laminado de 0°.

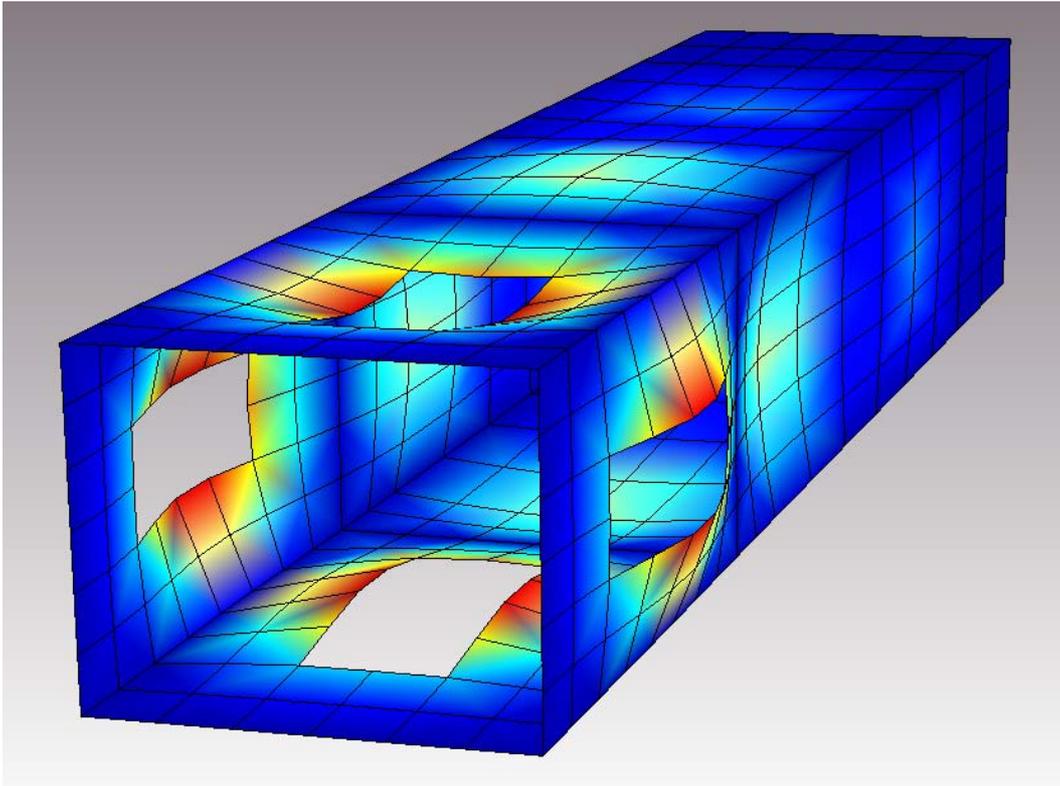


Figura 6 : Inestabilidad por abollamiento correspondiente a tubos laminados a  $0^\circ$  y con orificios.

### 3.3 Tubos de acero.

En las tablas siguientes se presentan los resultados del análisis de la carga crítica en tubos de sección cuadrada con orificios en sus paredes.

Paredes	Espesor					
	$\frac{L}{300}$	$\frac{L}{250}$	$\frac{L}{200}$	$\frac{L}{150}$	$\frac{L}{100}$	$\frac{L}{50}$
Sin huecos	360	546	1017	2199	7191	54352
Con huecos	227	420	811	1765	5848	44174

Tabla 4.: Carga crítica (en KN) correspondiente a la condición empotrado en ambos extremos de tubos de acero.

### 3.4 Comparación entre tubos de acero y tubos laminados.

La Figura 7 permite apreciar la relación entre la carga crítica de los tubos de acero de la misma dimensión y configuración geométrica, respecto a los tubos laminados con eje de mayor rigidez a  $0^\circ$ . Es importante observar que el tubo laminado con orificios es comparable en comportamiento a un tubo de material homogéneo.

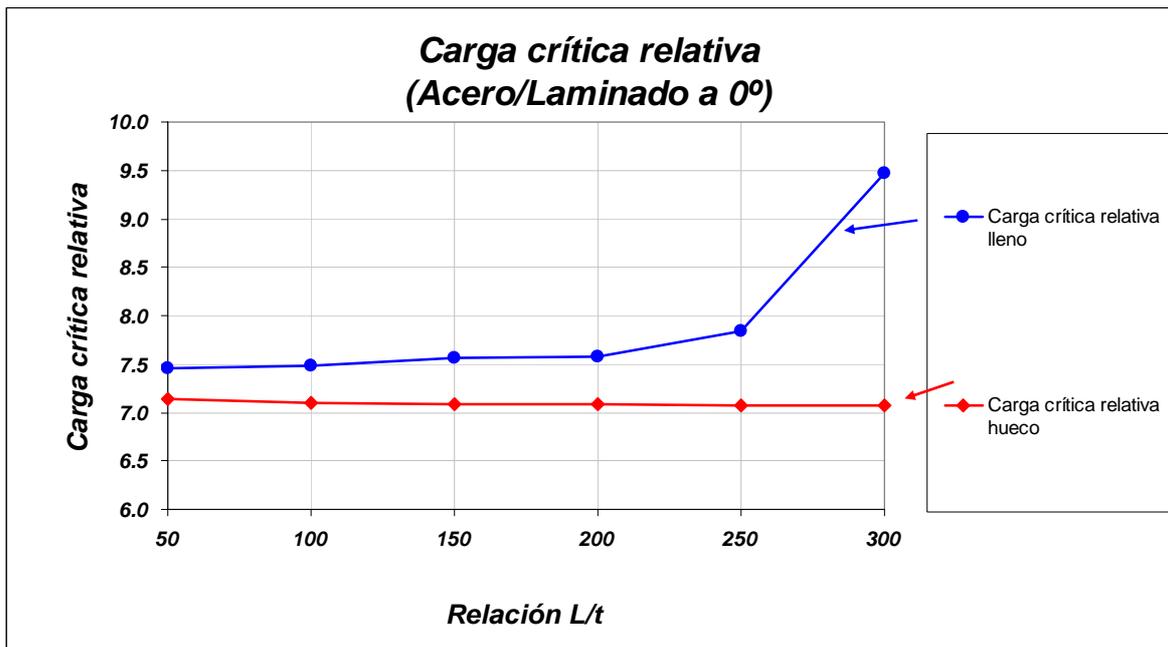


Figura 7 : Variación de la carga crítica de abollamiento correspondiente a tubos de acero en relación a la correspondiente a tubos laminados a 0°.

### 3.5 Comparación entre laminados con y sin orificios.

En la Figura 8 se muestra la variación de la relación entre las cargas críticas (con y sin orificios) con el ángulo del laminado donde se evidencia el efecto de zunchado del refuerzo bajo un ángulo de 90° en los tubos sin perforaciones, efecto que no existe en los tubos con perforaciones, por la discontinuidad del mismo refuerzo.

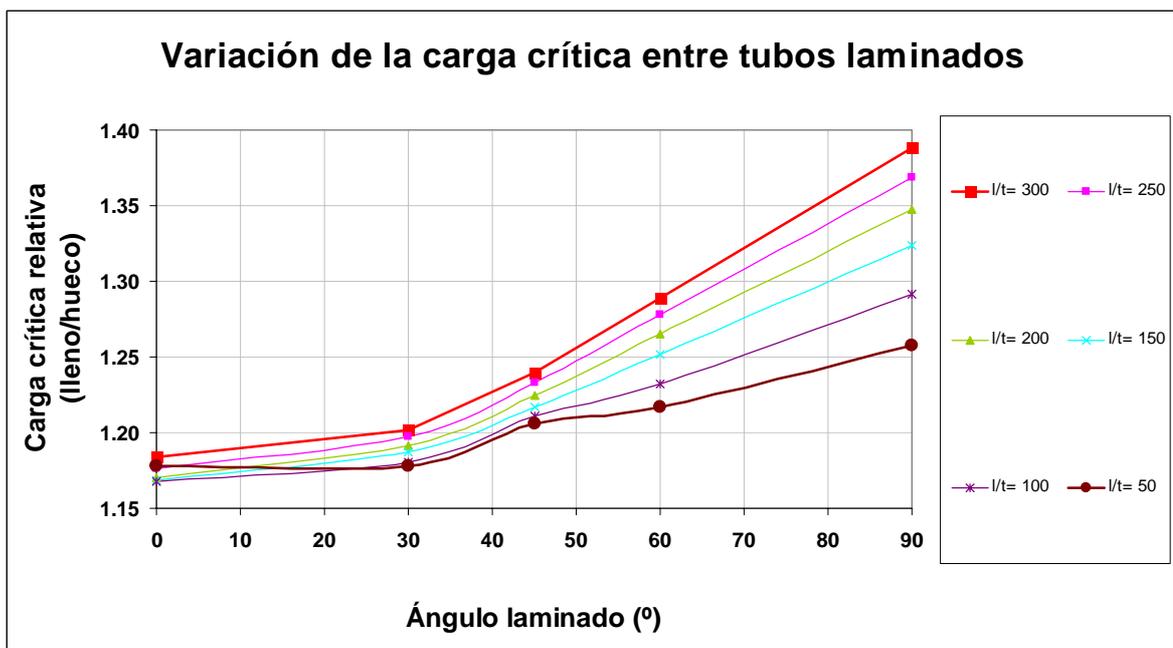


Figura 8 : Variación de la carga crítica de abollamiento entre tubos laminados.

#### 4 INCIDENCIA DE LA DEFORMACIÓN POR CORTE TRANSVERSAL

A partir de las diferencias encontradas en los valores de cargas críticas de columnas tubulares presentadas en la sección anterior con las disponibles (Ramkumar *et al.*, 2006), y para fundamentar una explicación adecuada sobre la incidencia de las deformaciones por corte transversal en los valores de cargas críticas, se determina la carga crítica de abollamiento de una placa laminada.

Se considera el caso correspondiente a un ejemplo desarrollado en la literatura (Kollár *et al.*, 2003) en base a las hipótesis de Kirchhoff, es decir, sin tener en cuenta las deformaciones por corte transversales. El mismo caso fue analizado numéricamente para varios valores de los módulos de deformación transversal e incluso para módulos variables según el ángulo del laminado. En este caso, sólo se variaron los módulos transversales correspondientes a plano normales a la placa. Se emplearon módulos transversales iguales a una centésima de los valores originales dados en la Tabla 1, para  $0^\circ$  y  $90^\circ$ . Para  $15^\circ$  y  $75^\circ$ , se consideraron módulos iguales en todas las direcciones; en tanto que, para  $30^\circ$  y  $60^\circ$ , se utilizaron módulos transversales diez veces superiores. En el caso correspondiente a un ángulo de  $45^\circ$ , se adoptaron módulos transversales cinco veces superiores respecto a los dados en la Tabla 1.

En la Figura 9 se muestran los resultados del análisis, donde se aprecia que la carga crítica de abollamiento (cuya deformada puede verse en la Figura 10) varía como una función del ángulo de laminado. Se puede apreciar que para seguir la curva de variación de carga crítica dada por la hipótesis de Kirchhoff, con la hipótesis de Mindlin, es necesario adoptar diferentes valores de módulo transversal,  $G_{13}$  y  $G_{23}$ , para cada ángulo de laminado. Dichos valores pueden ser varias veces superiores al valor de  $G_{12}$  en el plano, en correspondencia con ciertos valores de ángulo de laminado.

Es interesante señalar que el no considerar las deformaciones por corte transversal equivale a una rigidización de la placa, conduciendo a valores de carga crítica algo mayores que las reales.

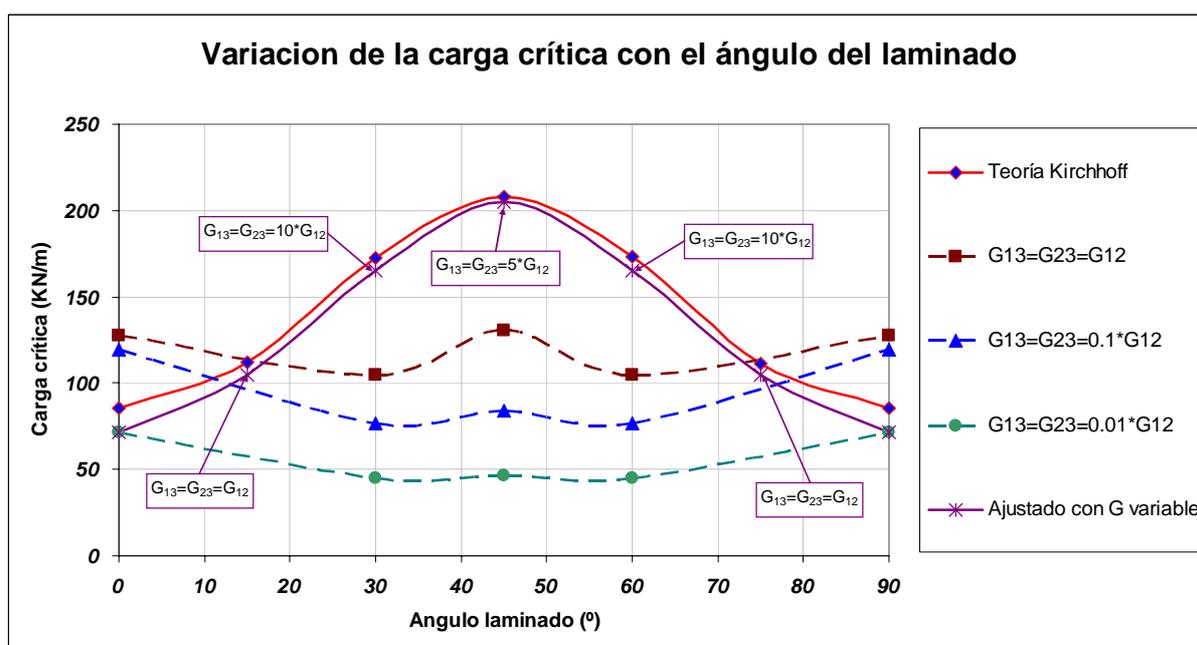


Figura 9 : Comparación de la carga crítica de abollamiento.

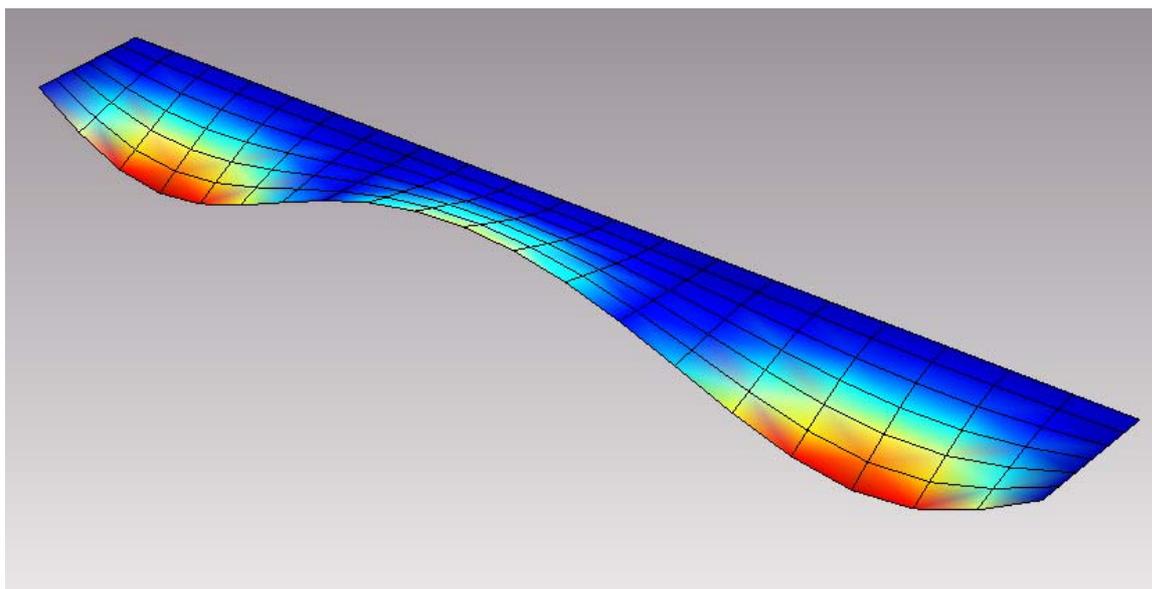


Figura 10 : Abollamiento de la placa obtenida por modelo numérico.

## 5 CONCLUSIONES

Se ha realizado un análisis de carga crítica de columnas tubulares de material laminado ortótropo. Los resultados numéricos incluyen el efecto de las deformaciones transversales al plano medio del laminado. La comparación directa entre el modelo basado en las hipótesis de Mindlin y modelos basados en las hipótesis de Kirchhoff, sólo es posible si se acepta que los módulos de deformación por corte transversales son variables con el ángulo del laminado.

Por propia naturaleza, las hipótesis de Mindlin conducen a valores de cargas críticas de abollamiento diferentes a las obtenidas al considerar las hipótesis de Kirchhoff (Figura 9) y las diferencias entre las cargas críticas de ambas teorías puede verse como dependiente del ángulo del laminado, aunque pudieran ser menores en relación a los apilamientos de laminados con diferentes orientaciones.

La carga crítica de abollamiento de las columnas tubulares laminadas disminuye fuertemente con el incremento de la relación del largo del tubo a su espesor.

Además, es interesante observar que la mínima carga de abollamiento de las columnas tubulares laminadas depende del ángulo del laminado y de la presencia de singularidades, tal que se corresponde a un ángulo de laminado de  $45^\circ$  en los tubos sin orificios y a un ángulo de  $90^\circ$  en los tubos con orificios. Para los tubos con orificios, la zona de abollamiento se concentra en los mismos orificios, mientras que en los tubos sin orificios se corresponde a un abollamiento de todas las caras y en toda su extensión.

El incremento de la carga crítica de abollamiento en tubos laminados con el ángulo del laminado pone en evidencia el efecto de zunchado continuo del refuerzo de fibra de vidrio embebido en la matriz epoxídica, ventaja que desaparece en los tubos con orificios.

De la comparación de la capacidad de columnas tubulares laminadas de sección cuadrada con y sin orificios, con las correspondientes a columnas tubulares de acero empleadas como disipadores sísmicos y para los datos elegidos, existe una mayor capacidad absoluta del acero frente a los laminados de epoxi reforzado con fibra de vidrio de igual espesor, especialmente debido al valor del módulo de deformación longitudinal del acero, que en promedio es cuatro (4) veces superior al adoptado para el laminado. Sin embargo, más importante que la deficiencia en la capacidad absoluta del laminado, que se puede controlar con mayor espesor,

es considerar que el laminado puede comportarse como un material homogéneo, ventaja indudable durante un proceso de diseño.

Los resultados del procedimiento descripto muestran que la presente técnica numérica puede ser recomendada para realizar análisis de inestabilidad en columnas tubulares laminadas de pared delgada sometidas a cargas de compresión durante su funcionamiento como disipadores sísmicos.

## REFERENCIAS

- Bathe, K.J.; "Finite Element Procedures", Prentice Hall International, ISBN 0-1330-1458-4, 1996.
- Dawe, D. and Wang, S., Postbuckling analysis of thin rectangular laminated plates by spline, *Thin-Walled Structures*, 30:159-179, 1998.
- Godoy, L. Prato, C., Inestabilidad de placas plegadas prismáticas por el método de bandas finitas, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. 3,1: 77-90, 1987.
- Halpin, J., *Primer on Composite Material Analysis*, Technomic Publishing Co. Inc., 1992.
- Hinton, E. and Owen, D., *Finite Element Software for Plates and Shells*, Pineridge Press Limited, Swansea, UK, 1984.
- Jung S., Nagaraj V., and Chopra I., Refined Structural Model for Composite Rotor Blades, *AIAA Journal*, 39, 2001.
- Kollár, L. and Springer, G., *Mechanics of Composite Structures*, Cambridge University Press, 2003.
- Malvern, *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1969.
- Ramkumar K. and Ganesan N., Buckling Behavior of Laminated Composite Box Column under Mechanical and Thermal Loadings, International Congress on Computational Mechanics and Simulation, Department of Mechanical Engineering, Indian Institute of Technology Madras, India 600036, 2006.
- Whitney, J: *Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates*, Technomics Publishing Company Inc., ISBN 87762-518-2, 1987.
- Zaradnik, R., Raichman, S. and Mirasso, A., Análisis de frecuencias naturales en materiales laminados considerando la influencia de los esfuerzos normales. *Mecánica Computacional XXV*: 1633-1646, ISSN 1666-6070, AMCA, Santa Fé, Argentina, 2006.
- Zaradnik, R., Raichman, S. and Mirasso, A., Vibraciones Libres de Palas de Turbinas Eólicas de Materiales Compuestos Considerando Cinemática No Lineal Mediante Modelos de Elementos Finitos. *Mecánica Computacional Vol. XXVI*: 419-438, ISSN 1666-6070, AMCA, Córdoba, Argentina, 2007.
- Zaradnik, R., Raichman, S. and Mirasso, A., Análisis del problema de la inestabilidad del equilibrio en elementos estructurales de material compuesto, *Desarrollos e Investigaciones Científicas Tecnológicas en Ingeniería*, pp. 333 a 340, ISBN 987-05-1360-3, Mendoza, 2007.
- Zienkiewicz O.C. and Taylor R.L, *The Finite Element Method*, Editorial Butterworth Heinemann, Vol. 1, ISBN 0-7506-5049-4 y Vol. 2, ISBN 0-7506-5055-9, 2000.