

FORMULACIONES CONSTITUTIVAS PARA MATERIALES CUASI-FRÁGILES CON NOLOCALIDAD VARIABLE BASADAS EN ENERGÍA DE FRACTURA, PLASTICIDAD DE GRADIENTES Y COSSERAT

Guillermo Etse^{a,b}, Sonia M. Vrech^b y Marcela Nieto^c

^aLaboratorio de Materiales y Estructuras, Universidad de Buenos Aires, Av. Las Heras 2214, Buenos Aires, Argentina, getse@herrera.unt.edu.ar

^bCONICET, Centro de Metodos Numericos y Computacionales en Ingenieria, Universidad Nacional de Tucumán, Av. Independencia 1800, Tucuman, Argentina, svrech@herrera.unt.edu.ar

^cUniversidad Nacional de Santiago del Estero, Av. Belgrano 1912, Santiago del Estero, Argentina, mnieto@unse.edu.ar

Palabras Clave: Teoría micropolar de Cosserat, plasticidad de gradientes, mecánica de fractura, hormigón, falla localizada.

Resumen. El comportamiento de falla de materiales cuasi-frágiles como hormigones varía fuertemente de frágil a dúctil con el incremento de la presión de confinamiento. Para modelar este comportamiento se requieren modelos matemáticos y teorías constitutivas de gran complejidad, que tengan capacidad de predecir el cambio dramático de los mecanismos de falla de superficie controlantes a volúmenes controlantes que tiene lugar con el incremento del confinamiento. En este trabajo se discuten y comparan dos teorías con nivel de no localidad variable, las cuales permiten describir el incremento de la no localidad con la presión confinante. Ambas teorías incluyen formulaciones basadas en mecánica de fractura para predecir las formas frágiles de falla que se desarrollan en régimen de cargas uniaxial en compresión y tracción y de bajo confinamiento. La no localidad variable es introducida, en un caso, mediante la teoría micropolar de Cosserat, en la cual la variabilidad del nivel de no localidad está intrínsecamente asociada a la definición de la cinemática de medios micropolares. En la segunda teoría constitutiva la no localidad variable está definida mediante una formulación de plasticidad de gradientes basada en longitud característica dependiente del nivel de confinamiento.

La formulación de ablandamiento basada en mecánica de fracturas que se incorpora en ambos modelos permite regularizar el comportamiento de postpico cuando la no localidad tiende a cero, lo cual acontece en el caso de estados de tensiones uniaxiales y de bajo confinamiento.

Una vez presentados ambos modelos constitutivos se lleva a cabo un análisis comparativo de sus predicciones de falla de probetas de hormigón sometidas a historias de carga en régimen de bajo, medio y alto confinamiento.

Los resultados demuestran la capacidad predictiva de ambos modelos de no localidad variable y la eficiencia de los mismos para captar los diferentes mecanismos de falla que se desarrollan en materiales cuasi-frágiles como hormigones en función del estado de tensiones gobernantes.

1. INTRODUCCION

El comportamiento de falla de los materiales cuasi-frágiles como el hormigón depende fuertemente del estado tensional, de las propiedades mecánicas y físicas y de la micro-estructura. En regímenes de tracción la respuesta material es altamente frágil, el daño se concentra en una única superficie de ancho nulo mientras el resto del material permanece intacto. El mecanismo de falla varía dramáticamente desde fuertemente localizado en tracción simple, a altamente dúctil en compresión triaxial. Esta fuerte variabilidad del nivel de ductilidad en el comportamiento de falla de materiales cuasi-frágiles puede también interpretarse como una variabilidad en el grado de distribución del daño o, más aún, en el grado de no localidad de la respuesta material. Es así que en tracción simple la falla de estos materiales está gobernada por una única fisura o grieta mientras que en comportamiento triaxial esta falla está condicionada por la participación de un amplio volumen de material que contribuye al mecanismo de degradación.

Estos fenómenos de no localidad variable durante procesos de falla de los materiales cuasi-frágiles como hormigones requieren criterios o formulaciones teóricas consistentes. En este sentido, los desarrollos de la comunidad científica internacional han conducido a propuestas con no localidades fijas, en un extremo, y directamente a modelos locales, en el otro. Es así que las predicciones de falla que se obtienen con estas propuestas sólo sirven para evaluar un reducido ámbito del variable espectro de mecanismos de falla involucrados en los materiales cuasi-frágiles. Se citan como ejemplo las propuestas de [Bazant and Oh \(1983\)](#); [Willam et al \(1984, 1985\)](#); [Willam and Etse \(1990\)](#); [Shah \(1990\)](#); [Carpinteri et al \(1997\)](#); [Comi \(2001\)](#); [Duan et al \(2007\)](#); [Meschke and Dumstorff \(2007\)](#); [Vardoulakis and Aifantis \(1991\)](#); [Peerlings et al \(1998\)](#); [Comi and Perego \(2001\)](#); [Pan et al \(2002\)](#); [Simone et al \(2003\)](#); [Chen et al \(2004\)](#); [Peerlings et al \(2004\)](#); [Cosserat and Cosserat \(1909\)](#); [de Borst \(1990\)](#); [Nieto \(1998\)](#); [Etse and Nieto \(2004\)](#).

En virtud de las conocidas deficiencias de las formulaciones locales y de los modelos o teorías no locales, caracterizadas con no localidad fija, para describir el amplio espectro de formas de falla de materiales cuasi-frágiles se describen y analizan en este trabajo dos teorías materiales con no localidad variable o selectiva. En primer lugar, una teoría elastoplástica termodinámicamente consistente basada en gradientes y mecánica de fracturas. En segundo término, una teoría micropolar basada en mecánica de fracturas.

La primera de ellas limita el nivel de no localidad de gradientes superiores de deformaciones acorde al estado tensional actuante conduciendo a localidad absoluta en el caso de Modo I de fractura. Este caso extremo es regularizado mediante argumentos de la mecánica de fractura, la cual gobierna las formas localizadas de falla de los materiales cuasi-frágiles. En el caso de alto confinamiento la no localidad de gradientes alcanza su máximo valor y por consiguiente la regularización de ablandamiento queda garantizada.

En el modelo de Cosserat basado en mecánica de fractura la no localidad variable natural de los medios micropolares es subsanada mediante la incorporación de conceptos de mecánica de fractura en Modos I y II de falla cuando la cinemática extendida de Cosserat no es activada.

Las predicciones numéricas en este trabajo, ensayos experimentales en tracción y compresión uniaxial y bajo compresión triaxial demuestran las bondades de las teorías con no localidad selectiva propuestas. En lo sucesivo se llevarán a cabo análisis de problemas de valores de borde mediante mallas de diferentes densidades para evaluar las correlaciones entre las longitudes características de ambas teorías materiales y su correlación con los anchos de banda de las zonas de disipación energética.

2. MODELO DE LEON- DRUCKER-PRAGER DE ELASTOPLASTICIDAD DE GRADIENTES BASADO EN ENERGÍA DE FRACTURA

Durante un proceso de carga monotónica de compresión uniaxial o triaxial pueden identificarse claramente tres estados: a) una respuesta inicial elástica lineal, b) un comportamiento de endurecimiento no lineal en regimen de pre-pico, c) un comportamiento de ablandamiento no lineal en post-pico. Los estados b y c dependen fuertemente de la presión de confinamiento. En el marco de la teoría del flujo de la plasticidad la respuesta lineal queda definida por una superficie de carga inicial que aumenta con deformaciones anelásticas crecientes. Durante el proceso de endurecimiento, el material sufre la degradación de la rigidez con niveles de cohesión constantes.

El crecimiento continuo de los microdefectos y su combinación en microfisuras localizadas conducen al proceso de ablandamiento o respuesta de post-pico. El ablandamiento y la energía de fractura disipada, dependen de las condiciones de borde, la geometría, el estado tensional y la micro-estructura del material, ver [Pettersson \(1981\)](#). Numerosos modelos han sido propuestos para describir la evolución de la micro-fisuración y el proceso de degradación del hormigón, ver entre otros [Vile \(1968\)](#); [van Mier \(1997\)](#); [Wischers and Lusche \(1972\)](#).

Al ser el ablandamiento un fenómeno estructural más que material, surge la necesidad lógica de utilizar teorías materiales no locales. En el marco de la teoría de falla difusa o *smearred crack*, el comportamiento de ablandamiento puede interpretarse como un proceso de localización de deformaciones en una banda de corte de ancho finito. El ancho de la zona de localización coincide con la longitud interna característica y ésta depende del problema de valores de borde. En el caso de materiales cohesivo-friccionales, del nivel de presión confinante. Esta influencia debe ser considerada en la formulación de leyes de ablandamiento realistas.

2.1. Criterio de máxima resistencia de Leon- Drucker-Prager (LDP) para hormigón

El criterio de falla LDP se formula a partir del criterio de falla de Leon extendido [ver [Etse \(1992\)](#)], mediante la eliminación de la dependencia en el tercer invariante (ángulo de Lode θ), transformándose en un criterio dependiente de los invariantes I_1 y J_2 (ó p y ρ), característica propia del criterio de Drucker-Prager. De esta manera, la excentricidad del criterio de Leon toma el valor máximo $e = 1$, conllevando a la coincidencia entre los meridianos de tracción y compresión que responden a la función

$$F(p, \rho) = \frac{3}{2}\rho^{*2} + m_0 \left(\frac{\rho^*}{\sqrt{6}} + p^* \right) - c_0 = 0 \quad ; \quad \rho^* = \frac{\rho}{f_c} \quad , \quad p^* = \frac{p}{f_c} \quad (1)$$

con los parámetros

$$c_0 = 1 \quad y \quad m_0 = \frac{3 f_c^2 - f_t^2}{2 f_c f_t} \quad (2)$$

y siendo ξ y ρ coordenadas del espacio de Haigh-Westergaard

$$p = \frac{\sqrt{3}}{3}\xi \quad , \quad \xi = \frac{I_1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (3)$$

$$\rho = \sqrt{2J_2} = \sqrt{(\sigma_1 - p)^2 + (\sigma_2 - p)^2 + (\sigma_3 - p)^2} \quad (4)$$

2.2. Superficies de carga del modelo LDP

La superficie de carga del modelo LDP en los regímenes de endurecimiento y ablandamiento se expresa mediante una única ecuación

$$F(p^*, \rho^*, k, c) = \frac{3}{2}\rho^{*2} + km_0 \left(\frac{\rho^*}{\sqrt{6}} + p^* \right) - kc = 0 \quad (5)$$

con el parámetro de endurecimiento k , limitado por $k_0 \leq k \leq 1$, y el parámetro de cohesión c , por $0 \leq c \leq 1$. m_0 es la fricción inicial que permanece constante durante todo el proceso. En consecuencia, la superficie de carga presenta una evolución isótropa.

Superado el límite elástico, los materiales cuasi-frágiles como el hormigón experimentan comportamiento de endurecimiento, caracterizado por la degradación de la rigidez tangencial con deformaciones anelásticas crecientes hasta alcanzar la carga pico, en ausencia de macrodefectos y con valor constante de cohesión $c = c_0 = 1$.

La ley de evolución del trabajo de endurecimiento se define en términos de la tasa de deformación plástica equivalente $\dot{\epsilon}_p$, en dependencia de la tensión de confinamiento actuante.

2.3. Regla de flujo no asociado

Se adopta una regla de flujo no asociado para evitar una excesiva dilatación anelástica. El potencial plástico correspondiente al modelo LDP está basado en una modificación de la condición de fluencia

$$Q(p^*, \rho^*, k, c) = \frac{3}{2}\rho^{*2} + m_0 \left(\frac{\rho^*}{\sqrt{6}} + \eta p^* \right) - kc = 0 \quad (6)$$

siendo η parámetro de no asociatividad. En el caso particular del hormigón, se adopta $\eta = 0$, correspondiente a no asociado flujo tipo J_2 .

2.3.1. Ley de ablandamiento isótropa

La degradación de la resistencia durante el proceso de ablandamiento del modelo LPD basado en energía de fractura y teoría de gradientes se define mediante la evolución del parámetro de cohesión c , de acuerdo a

$$c = \frac{\rho_i}{\rho_m} \quad (7)$$

siendo ρ_i la resistencia instantánea deviatorica y $\rho_m = \rho_m(p^*)$, la resistencia máxima instantánea deviatorica definida por el criterio de falla en ec. (1).

La resistencia deviatorica resulta de la contribución aditiva de dos componentes, la resistencia debida al proceso de fractura ρ_i^f y la resistencia en el material continuo entre fisuras activas ρ_i^c

$$\rho_i = \rho_i^f + \rho_i^c \quad (8)$$

O en términos de la cohesión

$$c = c_i^f + c_i^c \quad (9)$$

La evolución de estas dos componentes de resistencia describe completamente los mecanismos que tienen lugar durante el proceso de ablandamiento. Esta evolución debe depender de la presión de confinamiento para poder predecir apropiadamente la variación de la ductilidad en ambos procesos.

2.3.2. Ablandamiento debido al proceso de fractura

La evolución de la degradación de la resistencia debida al proceso de macro o microfisuración, se define como

$$c^f = \frac{\dot{\rho}_i^f}{\rho_m} = \exp\left(-5 \frac{\dot{u}_f}{u_r}\right) \quad (10)$$

siendo u_r la máxima apertura de fisura y \dot{u}_f el valor de la apertura de fisura instantánea. Esto surge del proceso de homogeneización entre la energía de fractura disipada en el discontinuo y en el continuo equivalente de igual altura en términos de la distancia entre fisuras h_f y la deformación de fractura equivalente $\dot{\epsilon}_f$ [ver Willam et al (1985); Willam and Etse (1990)]

$$\dot{u}_f = \frac{V}{A_t} \dot{\epsilon}_f = h_f \dot{\epsilon}_f \quad , \quad \dot{\epsilon}_f = \sqrt{\langle \dot{\epsilon}_f^p \rangle : \langle \dot{\epsilon}_f^p \rangle} = \|\langle \mathbf{m} \rangle\| \dot{\lambda} \quad (11)$$

siendo

$$\langle m_i \rangle = 0,5[m_i + |m_i|] \quad (12)$$

h_f representa la longitud característica debida al proceso de fractura. A partir de la última expresión se deduce que la deformación equivalente de fractura sólo extrae los modos traccionantes de la deformación total del continuo equivalente.

Los procesos de fractura en los Modos I y II en materiales cuasi-frágiles difieren claramente con la aplicación de cargas de confinamiento lateral. El fuerte proceso de localización en una única fisura que se evidencia en el Modo I de falla, resulta en múltiples y pequeñas fisuras cuando se activan modos confinantes. La reducción de la resistencia debida al proceso de fractura depende del nivel de confinamiento a través de la función longitud interna característica h_f . Cuando la presión normalizada actuante p^* varía desde cero hasta un valor límite $1.5 f_c$, la longitud característica debida al proceso de fractura h_f varía desde el valor máximo correspondiente a la altura de la probeta h_t a un valor nulo, de acuerdo a la siguiente ley

$$h_f(p^*) = \frac{h_t}{R_G(p^*)} \quad (13)$$

donde R_G representa la relación entre la energía libre de fractura disipada durante fallas en Modo II y I y su dependencia en la presión de confinamiento actuante fue definida en Vrech and Etse (2007) en base a resultados de ensayos de compresión triaxial con alto y bajo confinamiento.

2.3.3. Ablandamiento no local de gradientes debido a la degradación del continuo

La decohesión del material sólido entre fisuras activas se describe mediante una formulación elastoplástica de gradientes de acuerdo a

$$\frac{\dot{\rho}_c}{\rho_m} = -H^g l_g^2 \nabla^2 \dot{\lambda} \quad (14)$$

siendo H^g el módulo de gradientes y $\nabla^2 \dot{\lambda}$ el laplaciano del multiplicador plástico en la porción del material definida por la longitud interna característica de gradientes l_g .

La degradación de la cohesión en el hormigón depende también del nivel de confinamiento. En esta formulación la longitud característica de gradientes queda definida en términos de la presión hidrostática actuante, ver Vrech and Etse (2007).

3. TEORÍA MICROPLAR ELASTOPLÁSTICA DE COSSERAT

La idea de los continuos Cosserat [Cosserat and Cosserat (1909)] se basa en la suposición de que las fuerzas realizadas por una parte de un cuerpo sobre otra pueden representarse en una sección de corte con un vector tensión y una cupla. Dicha cupla es responsable de la existencia de micro-rotaciones que surgen como un campo cinemático adicional al clásico, constituido por deformaciones normales y tangenciales.

Para una configuración bidimensional en el plano (x, y) se definen las microcurvaturas κ_{zx} y κ_{zy} de la forma

$$\kappa_{zx} = \frac{\partial \omega_z}{\partial x}, \quad \kappa_{zy} = \frac{\partial \omega_z}{\partial y} \quad (15)$$

donde ω_z es la micro-rotación alrededor del eje z . Se supone que las cuplas μ_{zx} y μ_{zy} son las magnitudes energéticamente conjugadas a las micro-curvaturas

$$\mu_{zx} = l_c^2 G_c \kappa_{zx}, \quad \mu_{zy} = l_c^2 G_c \kappa_{zy} \quad (16)$$

donde G_c es el módulo elástico de corte de Cosserat y l_c la longitud interna del material. A partir del equilibrio rotacional de un elemento puede observarse que el tensor de tensiones no es simétrico ($\sigma_{yx} \neq \sigma_{xy}$).

Suponiendo que la micro-rotación ω_z es igual a

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (17)$$

donde u y v son los desplazamientos en las direcciones x e y respectivamente, las microcurvaturas pueden calcularse como

$$\kappa_{zx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right), \quad \kappa_{zy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (18)$$

El comportamiento anelástico del continuo micropolar de Cosserat está caracterizado por la descomposición aditiva de los tensores deformación y curvatura totales en las componentes elásticas y plásticas

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p \quad (19)$$

$$\kappa = \kappa^e + \kappa^p \quad (20)$$

Éstas pueden descomponerse a su vez en una componente simétrica y una antisimétrica.

La teoría elástica continua de Cosserat extendida a la elastoplasticidad se ha aplicado en el análisis de localización de deformaciones [ver Muehlhaus and Vardoulakis (1987); de Borst (1991); Etse et al (2003); Etse and Nieto (2004)]. La presencia de micro-rotaciones es relevante especialmente para materiales granulares (cohesivo-friccionales) y la longitud interna se ha utilizado para determinar el ancho de las bandas de corte. La capacidad regularizadora del ablandamiento de los modelos basados en la teoría de Cosserat se limita a los casos en que los grados de libertad rotacionales se activan durante la deformación. Es por ello que resulta ser una teoría regularizante apropiada para problemas de corte dominante y no para el caso de tracción pura. Esta deficiencia de los modelos micropolares para regularizar el modo de falla de tracción fue eliminada en una propuesta de Etse and Nieto (1998) que combina la teoría de Cosserat con la mecánica de fracturas.

4. CRITERIO EXTENDIDO DE LEON ENRIQUECIDO CON TEORÍA MICROPLAR DE COSSERAT

Con el objeto de mejorar la capacidad predictiva y la objetividad de las soluciones, se incorpora al modelo extendido de Leon la teoría micropolar de Cosserat. De este modo, se enriquece el modelo original con el aporte de los grados de libertad adicionales propuestos por la teoría micropolar de los hermanos Cosserat.

Se considera el criterio extendido de máxima resistencia de Leon

$$F(p, \rho, \theta) = \frac{3}{2} \left(\frac{\rho g(\theta)}{f_c} \right)^2 + \frac{m_0}{f_c} \left(p + \frac{\rho g(\theta)}{\sqrt{6}} \right) - c_0 = 0 \quad (21)$$

y se redefinen las coordenadas de tensión del espacio de Haigh-Westergaard

$$p = \frac{\sqrt{3}}{3} \xi, \quad \xi = \frac{1}{\sqrt{3}} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (22)$$

$$\rho = \sqrt{2J_2} \quad (23)$$

$$\theta = \arccos \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (24)$$

de acuerdo al segundo invariantes del tensor desviador de tensiones [de Borst and Muehlhaus (1991); Nieto (1998)]

$$J_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{S_{ij}S_{ij} + S_{ij}S_{ji}}{2} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{\mu_{ij}\mu_{ij} + \mu_{ij}\mu_{ji}}{l_c^2} \right) \quad (25)$$

y al tercer invariante del tensor desviador de tensiones [Nieto (1998)]

$$J_3 = \det(\mathbf{S}) + \frac{\det(\boldsymbol{\mu})}{l_c^3} \quad (26)$$

siendo $S_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$ el tensor desviador de tensiones y $\boldsymbol{\mu}$ la matriz de momentos tensionales o cuplas.

4.1. Superficie de fluencia del modelo de Leon extendido micropolar de Cosserat

La superficie de fluencia del modelo extendido de Leon, en regimen de endurecimiento y de ablandamiento, se define mediante la función

$$F(p, \rho, \theta, k, c) = \left\{ (1 - k) \left[\frac{\rho}{f_c} + \frac{\rho g(\theta)}{\sqrt{6}f_c} \right]^2 + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\rho g(\theta)}{f_c} \right\}^2 + \frac{k^2 m}{f_c} \left(p + \frac{\rho g(\theta)}{\sqrt{6}} \right) - k^2 c = 0 \quad (27)$$

En regimen de endurecimiento la variable k varía entre $0,1 \leq k \leq 1$. La superficie de carga crece monótonicamente con los incrementos de la deformación anelástica desde una posición inicial $k = 0,1$ hasta el valor final $k = 1$ cuando alcanza la envolvente de falla del criterio de Leon de ec. (21).

La presente formulación elastoplástica de Cosserat se basa en la consideración de un flujo plástico volumétrico no asociado.

Con el objeto de superar la inconsistencia entre el fenómeno de degradación física y la formulación de ablandamiento basada en el concepto de fisura difusa o *smearred crack*, se incorpora

la teoría no local de microplanos de Cosserat para suprimir la localización, o sea la bifurcación discontinua a nivel material.

En el regimen de ablandamiento el parámetro de endurecimiento se mantiene constante $k = 1$, mientras que la cohesión decrece desde el valor $c = 1$ hasta $c = 0$. El parámetro de fricción se relaciona al valor de la cohesión a través de

$$m = m_r - (m_r - m_0)c \quad \text{con} \quad m_0 \leq m \leq m_r \quad (28)$$

4.2. Formulación de ablandamiento por fractura en medios micropolares.

Al igual que en el modelo no local de gradientes se considera que en los medios micropolares la degradación de la rigidez representada por la decohesión se compone de dos contribuciones. Por un lado, la debida a los Modos I y II de fractura consistentes con la cinemática clásica de Boltzmann y, por otro lado, el Modo IIa o modo rotacional debido al enriquecimiento cinemático de los medios micropolares. En definitiva la expresión de la decohesión resulta

$$c = \exp \left[-5 \left(\frac{d\hat{\epsilon}_f h}{u_r} + \frac{d\dot{k}_{fis} l_c}{\omega_{max}} \right) \right] \quad (29)$$

donde la energía de fractura disipada en la generación de la fisura por giro en la probeta se obtiene de la relación integral entre la cupla tensional y el giro, que está dado por el microgiro ω_{fis} en el caso del continuo micropolar equivalente.

En consecuencia, este modelo de deformación plástica basada en energía de fractura mantiene las propiedades fundamentales de la teoría de mecánica de fracturas pero utilizando en la equivalencia un sólido micropolar de Cosserat en lugar del sólido de Boltzmann de la formulación clásica original.

5. PREDICCIONES NUMÉRICAS EN PROCESOS DE FALLA DE HORMIGÓN

Se presentan en esta sección las predicciones numéricas del modelo LDP basado en teoría de gradientes superiores de deformaciones y energía de fractura, termodinámicamente consistente, y el modelo extendido de Leon enriquecido con teoría micropolar de Cosserat.

Se reproducen los siguientes ensayos de [Hurlbut \(1985\)](#)

- Tracción uniaxial
- Compresión uniaxial
- Compresión uniaxial con confinamiento lateral $\sigma_0 = 0.03 f_c$
- Compresión uniaxial con confinamiento lateral $\sigma_0 = 0.15 f_c$
- Compresión uniaxial con confinamiento lateral $\sigma_0 = 0.60 f_c$

realizados en una celda de Hoek, sobre probetas cilíndricas de 10.8 cm de diámetro y 21.6 cm de altura

Sólo un cuarto de la probeta se modela debido a su doble simetría geométrica y a la utilización de elementos axialsimétricos. Se adopta como carga prescrita el desplazamiento axial de los nodos superiores. La existencia del confinamiento inicial se considera en un estado previo de cargas laterales de compresión aplicadas sobre los nodos de uno de los bordes.

Una comparación entre las predicciones del programa de elementos finitos y los resultados experimentales se presenta a continuación. Las curvas tensión axial vs. deformación axial

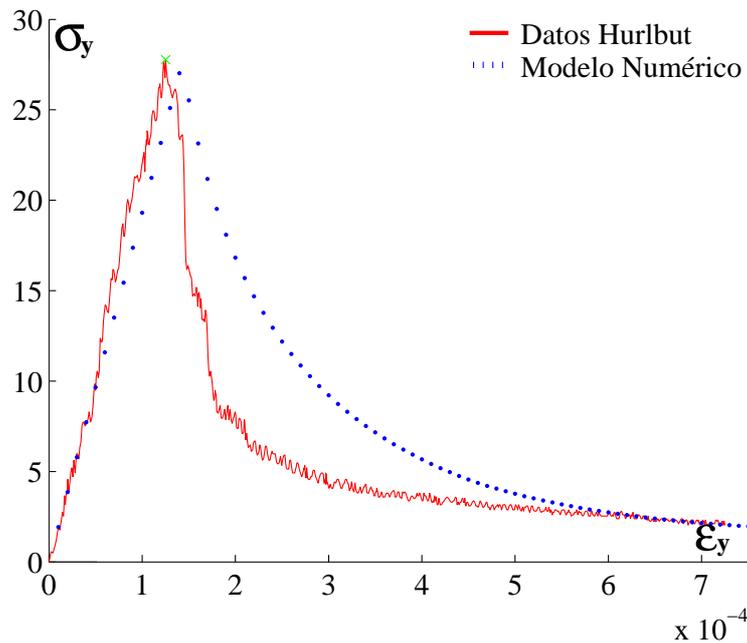


Figura 1: Ensayo de tracción uniaxial Hurlbut (1985) y predicción de modelo LDP.

$[\sigma_y, \varepsilon_y]$ y tensión axial vs. deformación radial $[\sigma_y, \varepsilon_r]$ para los ensayos de tracción uniaxial y compresión uni y triaxial con presiones de confinamiento de 6.9, 34.4 y $137.9 \frac{kg}{cm^2}$, demuestran una alta aproximación a las curvas de ensayos. Las Figuras 1 a 5 representan las predicciones correspondientes al modelo LDP basado en gradientes y energía de fractura, mientras las Figuras 6 a 9 las correspondientes al modelo micropolar de Leon.

En lo sucesivo se desarrollan análisis de elementos finitos en mallas de diferentes densidades tendientes a predecir procesos de falla en problemas de valores de borde de hormigón. Esto permitirá evaluar la efectividad de la no localidad de Cosserat y de gradientes y su relación con los anchos de banda de las zonas de falla.

Asimismo se evaluarán los indicadores de falla localizada en ambos modelos, para casos de modos I y II de falla.)

Es necesario hacer notar que, si bien, las dos teorías constitutivas presentadas en este trabajo difieren en la dependencia del tercer invariante de tensiones, esta diferencia no es activada en los ensayos de compresión triaxial que se desarrollan en el meridiano de compresión. En este meridiano, ambas formulaciones constitutivas coinciden en sus criterios de fluencia. En ese sentido, la diferencia en la dependencia en el tercer invariante de tensiones entre los dos modelos constitutivos solo se puede apreciar en el caso del ensayo de tracción directa (el modelo de plasticidad de gradientes conducirá a una carga pico superior al modelo de Cosserat).

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se evalúan dos teorías con no localidad selectiva tendientes a salvar las deficiencias de las formulaciones locales para la predicción objetiva de proceso de falla de materiales cuasi-frágiles como hormigones en régimen de alto confinamiento. La ventaja principal del criterio de no localidad selectiva desarrollado por los autores tanto en el marco de teorías de gradientes como de medios micropolares es la de poder predecir tanto fenómenos de fal-

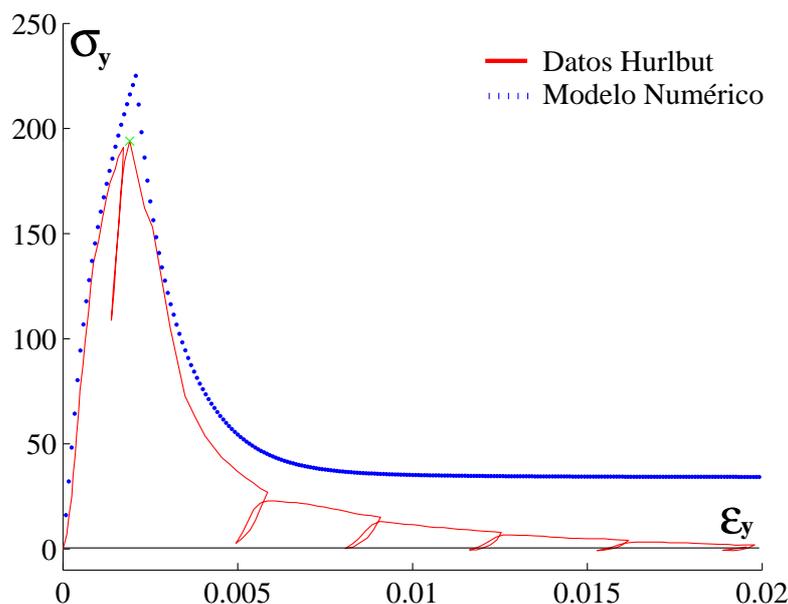


Figura 2: Ensayo de compresión uniaxial Hurlbut (1985) y predicción de modelo LDP.

la fuertemente localizados como comportamientos altamente dúctiles que pueden desarrollarse en materiales cuasi-frágiles, mediante una formulación unificada. Adicionalmente estas teorías incorporan parámetros materiales adicionales que permiten tener en cuenta propiedades fundamentales de la micro y meso-estructura. Este es el principal argumento de las longitudes características de gradientes y de Cosserat que se combinan con la longitud característica de la mecánica de fractura. Las predicciones numéricas de fallas obtenidas de ensayos experimentales en tracción y compresión simple como así también en compresión triaxial demuestran las bondades de las teorías propuestas. Ensayos numéricos de elementos finitos serán desarrollados para extender estas conclusiones al caso de problemas de valores de borde con cargas proporcionales y no proporcionales en estructuras de hormigón.

REFERENCIAS

- Aifantis E. On the microstructural origin of certain inelastic models. *J. Eng. Mater. Technol.*, 106:326–330, 1984.
- Aifantis E. The physics of plastic deformation. *Int. J. Plasticity*, 3:211–247, 1987.
- Bažant Z. y Oh B. Crack band theory for fracture of concrete. *RILEM Materials and Structures*, 16:155–177, 1983.
- Belytschko T. y Lasry D. A study of localization limiters for strain-softening in statics and dynamics. *Comp.y and Struct.*, 33:707–715, 1989.
- Carpinteri A., Chiaia B. y Nemati K. Complex fracture energy dissipation in concrete under different loading conditions. *Mechanics of Materials*, 26 (2):93–108, 1997.
- Chen J., Zhang X. y Belytschko T. An implicit gradient model by a reproducing kernel strain regularization in strain localization problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193-27:2827–2844, 2004.
- Coleman B. y Hodgdon M. On shear bands in ductile materials. *Arch. Rat. Mech. Anal.*,

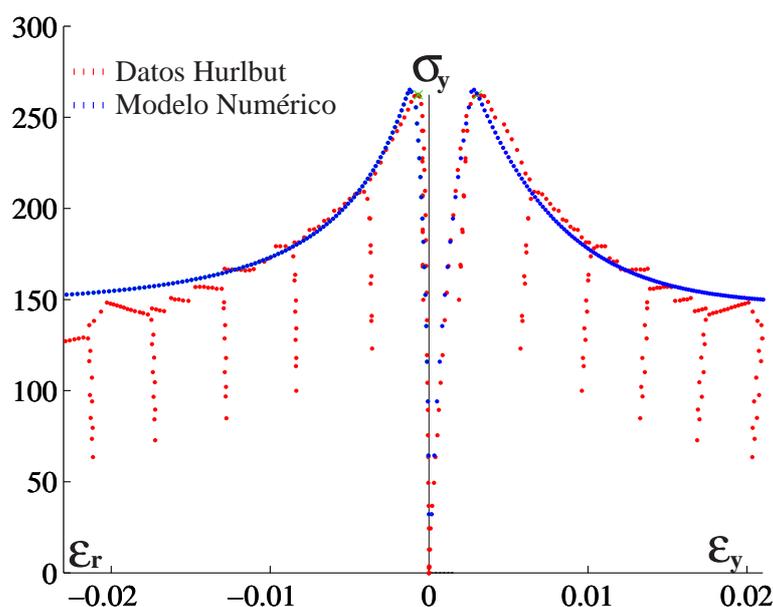


Figura 3: Ensayo de compresión triaxial Hurlbut (1985) y predicción de modelo LDP. $\sigma_0 = 0.03 f_c = 6.9 \frac{kg}{cm^2}$.

90:219–247, 1985.

Comi C. A non-local model with tension and compression damage mechanisms. *Eur. J. Mech - A/Solids*, 20(6-7):1–22, 2001.

Comi C. y Perego U. Fracture energy based bi-dissipative damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 38 (36-37):6427–6454, 2001.

Cosserat E. y Cosserat F. *Theory des corps deformables*. Herman et fils, Paris, 1909.

de Borst R. Simulation of Localization using Cosserat Theory. *SCI - C Conf. Proceeding*, Pineridge Press, II:931–944, 1990.

de Borst R. Simulation of strain localization: A reappraisal of the Cosserat continuum. *Eng. Comp.*, 8:317–332, 1991.

de Borst R. y Muehlhaus H. Continuum Models for Discontinuous Media. *RILEM Proc. Fracture Processes in Concrete, Rock and Ceramics*, London, 601–618, 1991.

Duan K., Hu K. y Wittmann F. Size effect on specific fracture energy of concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 74 (1-2), 87–96, 2007.

Etse G. Theoretische und numerische Untersuchung zum diffusen und lokalisierten Versagen in Beton. *PhD thesis, Universitaet Karlsruhe (TH)*, Germany, 1992.

Etse G. y Nieto M. Micropolar regularization in concrete plasticity. *Fourth World Congress on Computational Mechanics*, IACM, Buenos Aires, 1998.

Etse G. y Nieto M. Cosserat continua-based micropolar modeling. *Theory and numerical analysis. Latin American Applied Research*, 34, 229–240, 2004.

Etse G., Steinmann P. y Nieto M. A micropolar microplane theory. *Int. Journal of Engineering Sciences*, 41:1631–1648, 2003.

Etse G. y Willam K. Fracture Energy Formulation for Inelastic Behaviour of Plain Concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, 120:1983–2009, 1993.

Gunther W. Zur Statik und Kinematik des Cosseratschen Kontinums. *Abh. Braunschweig. Wiss.Ges.*, 195–213, 1958.

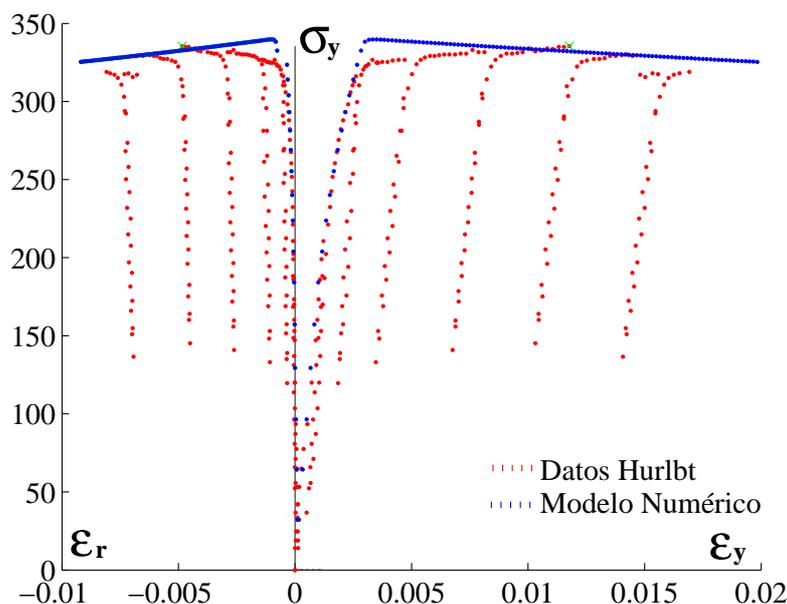


Figura 4: Ensayo de compresión triaxial Hurlbut (1985) y predicción de modelo LDP. $\sigma_0 = 0.15f_c = 34,4 \frac{kg}{cm^2}$.

- Hillerborg A., Modéer M. y Petersson P. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Research*, 6:773–782, 1976.
- Hurlbut B. Experimental and computational investigation of strain-softening in concrete. *Master's thesis, University of Colorado*, 1985.
- Leon A. Ueber die Scherfestigkeit des Betons. *Beton und Eisen*, 28:461–474, 1935.
- Leon A. Ueber das Mass der Anstrengung bei Beton. *Ingenieur Archiv*, 4:421–431, 1935.
- Lu X. Uniaxial and triaxial behavior of high strength concrete with and without steel fibers. *PhD thesis, New Jersey Institute of Technology*, 2005.
- Meschke G. y Dumstorff P. Energy-based modeling of cohesive and cohesionless cracks via X-FEM. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196 (21-24):2338–2357, 2007.
- Muehlhaus H. y Vardoulakis I. The thickness of shear bands in granular materials. *Geotechnique*, 37:271–283, 1987.
- Nieto M. Teoría Elastoplástica Micropolar de Cosserat para Materiales Cohesivo Friccionales. *Master's thesis, University of Tucuman*, 1998.
- Pan Y., Wang X. y Li Z. Analysis of the strain softening size effect for rock specimens based on shear strain gradient plasticity theory. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences.*, **39-6**, 801–805, 2002.
- Peerlings R., de Borst R., Brekelmans W. y Geers M. Gradient-enhanced damage modelling of concrete fracture. *Mech. Cohes.-Frict. Mater.*, 3:323–342, 1998.
- Peerlings R., Massart T. y Geers M. A thermodynamically motivated implicit gradient damage framework and its application to brick masonry cracking. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 193:3403–3417, 2004.
- Petersson P. Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials, Report TVBM-1006. *Technical report, Lund Institute of Technology, Sweden*,

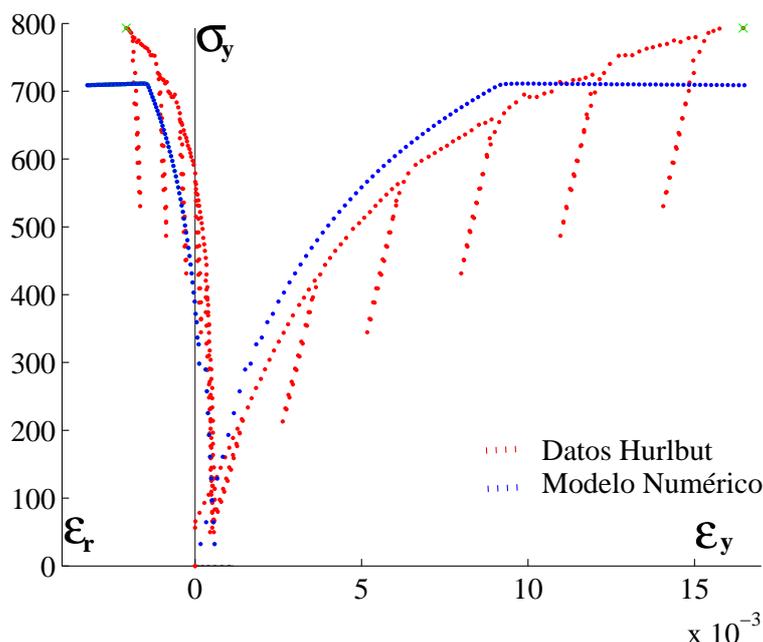


Figura 5: Ensayo de compresión triaxial Hurlbut (1985) y predicción de modelo LDP. $\sigma_0 = 0.60 f_c = 137.9 \frac{kg}{cm^2}$.

1981.

Sfer D., Etse G., Gettu R., Carol I. y Willam K. Dilatational response of concrete materials: facts and fiction. *ACI Structural Journal*, 1:367–395, 2001.

Sfer D., Gettu R., Carol I. y Etse G. Experimental study of the triaxial behavior of concrete. *Journal of Engineering Mechanics-ASCE*, 128 (2):156–163, 2002.

Shah S. Size effect method for determining fracture energy and process zone size of concrete. *Materials and Structures*, 23-6:457–460, 1990.

Simone A., Wells G. y Sluys L. From continuous to discontinuous failure in a gradient-enhanced continuum damage model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **192-41**, 4581–4607, 2003.

Svedberg T. On the Modelling and Numerics of Gradient-Regularized Plasticity Coupled to Damage. *PhD thesis, Chalmers University of Technology, Sweden*, 1999.

Svedberg T. y Runesson K. A thermodynamically consistent theory of gradient-regularized plasticity coupled to damage. *Int. J. of Plasticity*, **13 (6-7)**, 669–696, 1997.

Van Geel X. Concrete Behaviour in multiaxial compression. *PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven*, 1998.

van Mier J. *Fracture processes of concrete*. CRC Press, 1997.

Vardoulakis I. y Aifantis E. A gradient flow theory of plasticity for granular materials. *Acta Mechanica*, 87:197–217, 1991.

Vile G. The strength of concrete under short-term static biaxial stress. *Int. Conference on The Structure of Concrete. Cement & Concrete Association*, page 275. London, 1968.

Vrech S. Simulación computacional de procesos de falla localizada basada en teoría de gradientes. *PhD thesis, University of Tucuman, Argentina*, 2007.

Vrech S. y Etse G. FE approach for thermodynamically consistent gradient-dependent plasticity. *Latin American Applied Research*, 37:127–132, 2007.

Vrech S. y Etse G. Gradient and fracture energy based plasticity formulation for concrete.

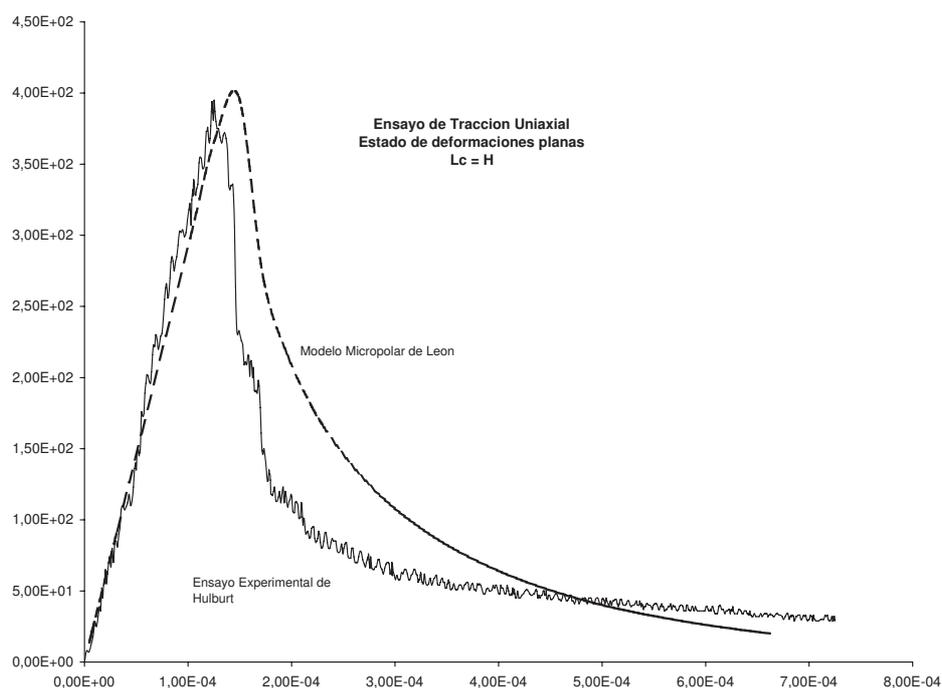


Figura 6: Ensayo de tracción uniaxial Hurlbut (1985) y predicción de modelo extendido de Leon-Cosserat.

Comp. Meth. in Applied Mechanics and Engineering, artículo enviado, 2008.

Willam K., Bicanic N. y Sture S. Constitutive and computational aspects of strain-softening and localization in solids. *Int. Conf. Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures*, Eds. Damianić et al., Pineridge Press, Swansea, 33–70, 1984.

Willam K. y Etse G. *Failure assessment of the extended Leon model for plain concrete. SCI-C Conf.*, Zell and See, Austria, Pineridge Press, Swansea, UK, 851–870, 1990.

Willam K., Hurlbut B. y Sture S. Experimental and constitutive aspects of concrete failure. *In US-Japan Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures*, ASCE-Special Publication, 226–254, 1985.

Willam K. y Wranke E. Constitutive models for the triaxial behavior of concrete. *Concrete Structures Submitted to Triaxial Stresses. International Association of Bridge and Structural Engineers*, 1974.

Wischers G. y Lusche M. Einfluss der inneren Spannungsverteilung das Tragverhalten von druckbeanspruchten Normal-und Leichtbeton. *Beton-technische Berichte*, 18:137, 1972.

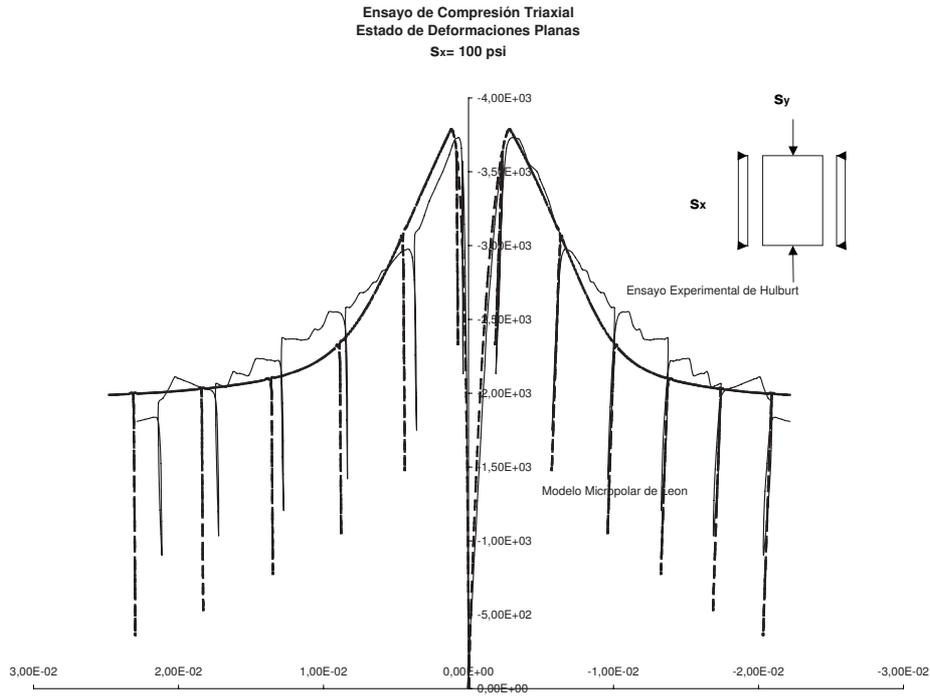


Figura 7: Ensayo de compresión triaxial Hurlbut (1985) y predicción de modelo extendido de Leon-Cosserat. $\sigma_0 = 0.03f_c = 6.9 \frac{kg}{cm^2}$.

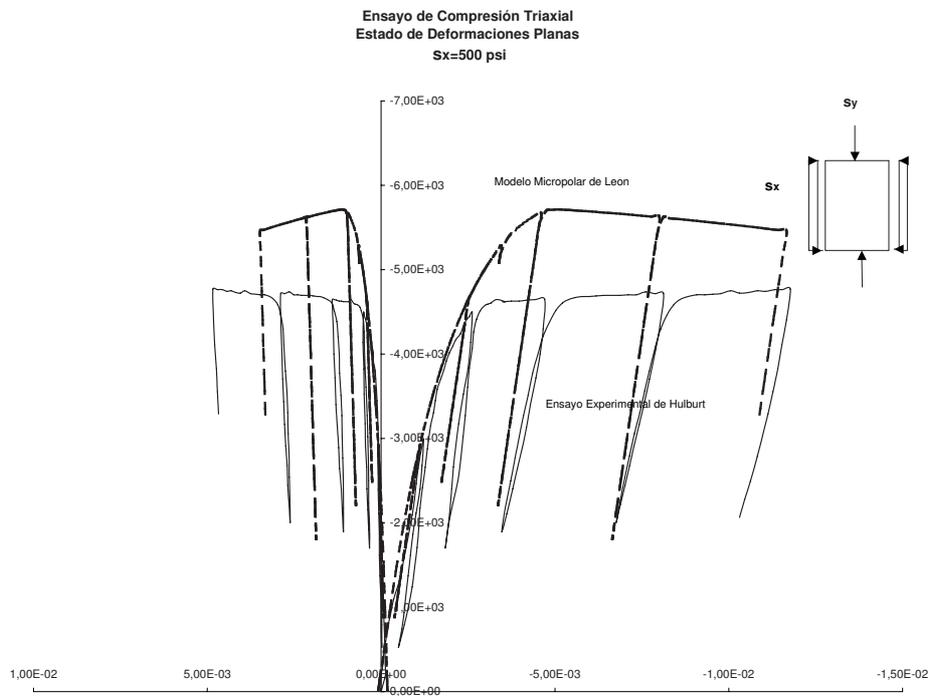


Figura 8: Ensayo de compresión triaxial Hurlbut (1985) y predicción de modelo extendido de Leon-Cosserat. $\sigma_0 = 0.15f_c = 34,4 \frac{kg}{cm^2}$.

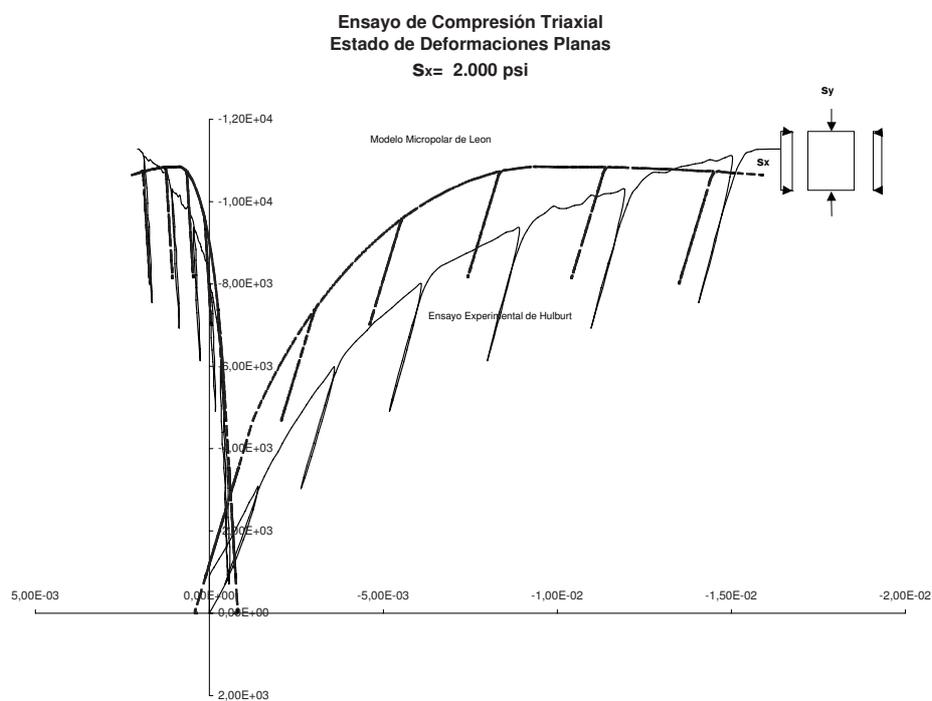


Figura 9: Ensayo de compresión triaxial Hurlbut (1985) y predicción de modelo extendido de Leon-Cosserat. $\sigma_0 = 0.60f_c = 137.9 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$.