

ANÁLISIS DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN NATURAL Y RADIACIÓN COMBINADAS EN CAVIDADES BIDIMENSIONALES

Daniel Rebollo

Instituto de Mecánica Aplicada, Universidad Nacional de San Juan, Libertador 1109 oeste, 5400, San Juan, Argentina, drebollo@unsj.edu.ar

Palabras Claves: convección natural laminar, radiación térmica, método de los volúmenes finitos, transferencia de calor combinada.

Resumen. En este trabajo se ha simulado numéricamente un proceso de transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinadas en una cavidad bidimensional rellena de aire a diferentes temperaturas que absorbe, emite y dispersa isotrópicamente la radiación térmica. Se han estudiado (i) una cavidad cuadrada, (ii) una cavidad con paredes inferior y superior horizontales, y paredes laterales inclinadas a 45° y (iii) una cavidad con paredes inferior y superior inclinadas 45° y las paredes laterales verticales. Además, se han considerado tres diferentes temperaturas de referencias, 300 K, 400 K y 500 K, tres números de Rayleigh, 10^4 , 10^5 , 10^6 y dos coeficientes de absorción 0.1 y 1.0. Todas las cavidades poseen la pared lateral derecha fría, a la temperatura de referencia, y la pared lateral izquierda caliente, la temperatura de referencia más 10 K. Las paredes superior e inferior son adiabáticas. De esta manera la diferencia de temperaturas entre las paredes laterales se mantiene constante a 10 K y solo se modifica la temperatura de referencia de la pared derecha, fría. Además, las paredes se consideran grises, opacas y difusas. Las propiedades físicas del aire se han considerado variables con la temperatura de referencia. Para realizar la simulación numérica se ha utilizado el método de los volúmenes finitos el cual ha sido extensamente usado en problemas de convección y solo recientemente se ha extendido su uso a problemas de radiación térmica. El procedimiento numérico ha sido implementado en un programa de computadora que fue utilizado para obtener los resultados presentados en este trabajo. Se ha analizado la influencia de la temperatura de referencia y del coeficiente de absorción en las isotermas, líneas de corriente, contornos de velocidad horizontal y vertical, perfiles de velocidad y temperatura en las secciones medias horizontal y vertical. También se han analizado las distribuciones de flujo de calor y los flujos de calor medio en las paredes laterales. El dominio espacial bidimensional ha sido discretizado utilizando volúmenes de control cuadriláteros y el dominio angular se ha discretizado en un número finitos de ángulos de control. Las soluciones obtenidas han sido comparadas con resultados publicados, el análisis muestra que las soluciones presentadas en este trabajo son correctas y pueden ser extendidas a situaciones más complejas con un amplio margen de seguridad.

1 INTRODUCCIÓN

En muchas aplicaciones prácticas de conversión de energía, la conducción y la convección de calor ocurren simultáneamente con una cantidad significativa de radiación térmica. Ejemplos concretos de estos sistemas son los motores de combustión interna, turbinas térmicas y hornos industriales. Por ejemplo, en hornos que queman combustibles fósiles, el dióxido de carbono y el vapor de agua, formados como productos de la combustión, absorben y emiten cantidades significativas de radiación térmica. La participación del medio también puede ser apreciable en las cámaras de combustión de los motores. Otros ejemplos de transferencia de calor por modos combinados se pueden encontrar en los hornos de fundición de vidrio, explosiones nucleares, propulsión de cohetes, fenómenos ambientales y procesos de enfriamiento en dispositivos electrónicos.

En las últimas tres décadas se han publicado numerosos estudios tanto numéricos como experimentales, entre ellos se pueden destacar el de Larson y Viskanta (1976) que estudiaron la convección libre laminar y radiación térmica combinada en una cavidad rectangular. Lauriat (1982) investigó las interacciones entre la radiación y convección natural en una cavidad vertical rellena con un fluido gris, usando una combinación de métodos, función corriente y vorticidad, resuelta en diferencias finitas para la convección – difusión y armónicas esféricas P_1 para la radiación. Chang, Yang y Lloyd (1983) estudiaron las interacciones entre la convección natural y la radiación en una cavidad rectangular con una partición en el piso y en el techo, rellena con un medio participante no gris y uno no participante. Utilizaron una combinación de métodos, flujo radial para la radiación y diferencias finitas para la convección – difusión. Chung y Kim (1984) analizaron la transferencia de calor por modos combinados en un canal divergente, calentado desde abajo, con paredes laterales térmicamente aisladas, relleno con un medio absorbente, emisor e isotrópicamente dispersante. Ellos utilizaron el método de los elementos finitos estándar de Galerkin. Fusegi y Farouk (1989) efectuaron un estudio numérico sobre la interacción entre la convección natural turbulenta y la radiación térmica en una cavidad cuadrada rellena con un gas no gris. Yucel, Archaya y Williams (1989) estudiaron la interacción convección natural – radiación térmica para una cavidad cuadrada inclinada con paredes negras. Yucel y Archaya (1991) extendieron un poco más su anterior trabajo para incluir cavidades cuadradas parcialmente divididas con paredes interiores negras. Fusegi, Ishii, Farouk y Kuwahara (1991) resolvieron el problema de la interacción en modo combinado, convección natural y radiación, en un cubo, relleno con un medio no gris. Tan y Howell (1991) investigaron el problema de la convección natural y radiación combinada en una cavidad cuadrada con paredes laterales calentadas diferencialmente y paredes horizontales térmicamente aisladas, rellena con un medio gris absorbente, emisor e isotrópicamente dispersante. Ellos utilizaron una combinación de métodos: la formulación integral exacta, resuelta por método de la integración del producto para la radiación, y la formulación función corriente – vorticidad, resuelta por diferencias finitas para la continuidad, el momento y la energía. Morales y Campo (1992) estudiaron los efectos de la radiación térmica en la convección natural de gases en ánuos isotérmicos horizontales. Ellos resolvieron la ecuación de la transferencia radiante usando el método de las armónicas esféricas de primer orden P_1 y las ecuaciones de conservación de la masa, cantidad de movimiento y energía, por medio del método de los volúmenes finitos. De Groh y Kassemi (1993) estudiaron experimentalmente y numéricamente, usando software comercial, el efecto de la radiación sobre en una cavidad cilíndrica calentada desde arriba, con y sin paredes laterales aisladas térmicamente, con un medio no participante. Rouse (1994) utilizó el método de los elementos finitos basados en volúmenes de control para la predicción de la transferencia de calor por conducción,

convección y radiación combinadas en un medio absorbente, emisor e isotrópicamente dispersante. Hasani (1998) estudió los efectos de la convección natural y radiación térmica combinadas en cavidades triangulares. Él combina la formulación función corriente – vorticidad para la convección – difusión, y el método de las ordenadas discretas, para la radiación, resueltas por el método de los volúmenes finitos. Finalmente, Lan (2000) utilizó el método espectral de colocación de Fourier – Chebyshev para resolver problemas de conducción, convección y radiación combinadas en cavidades bidimensionales.

En este trabajo se ha simulado numéricamente un proceso de transferencia de calor por conducción, convección y radiación en forma combinada. Para realizar la simulación numérica se ha utilizado el método de los volúmenes finitos como único método de cálculo, constituyendo este hecho un importante y novedoso aporte a la resolución de problemas combinados.

Se ha efectuado un análisis de los procesos de transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinados en cavidades bidimensionales y la implementación y validación del método de los volúmenes finitos para la simulación numérica de procesos de transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinada.

2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

El modelo matemático está constituido por las ecuaciones (4-6), la ecuación diferencial de la conservación de la masa (1), la ecuación diferencial de la conservación de la cantidad de movimiento lineal (2) y la ecuación diferencial de la conservación de la energía (3) (Anderson, Tannehill y Pletcher, 1984; Ferziger y Peric, 1999; Fletcher, 1991):

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho\mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{V}\mathbf{V}) - \rho\mathbf{g} + \nabla p + \mu\nabla^2\mathbf{V} = 0 \quad (2)$$

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T\mathbf{V}) \right] - \nabla \cdot (k\nabla T) - \nabla \cdot \mathbf{q}_r = 0 \quad (3)$$

En las ecuaciones (1, 2 y 3) \mathbf{V} es el vector de velocidad, t el tiempo, ρ la densidad, \mathbf{g} el vector de las fuerzas de masa, p la presión cinemática, μ la viscosidad dinámica, c_p el calor específico a presión constante, T la temperatura, k la conductibilidad térmica, \mathbf{q}_r el flujo de calor por radiación térmica, ∇ el operador gradiente, $\nabla \cdot$ el operador divergencia y ∇^2 el operador de Laplace.

La ecuación que describe la propagación de la radiación térmica en un dominio multidimensional con paredes grises-difusas, relleno con un medio participante gris, se puede escribir como (Brewster, 1992; Modest, 1993; Siegel y Howell, 1992):

$$\mathbf{s} \cdot \nabla i = -\beta i + S_r \quad (4)$$

En la ecuación (4) i es la intensidad de radiación, \mathbf{s} el vector de dirección, $\beta = \kappa + \sigma$ es el coeficiente de extinción, κ el coeficiente de absorción, σ el coeficiente de dispersión, S_r el término fuente de la radiación, el cual se calcula de la siguiente manera:

$$S_r = \kappa i_b + \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\omega=0}^{4\pi} i \Phi d\omega \quad (5)$$

En la ecuación (5) ω es el ángulo sólido, Φ la función de dispersión y i_b es la intensidad de

radiación del cuerpo negro.

La divergencia de la energía radiante se calcula como

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_r = \kappa \left(4\gamma T^4 - \int_{\omega=0}^{4\pi} id\omega \right) \quad (6)$$

En la ecuación (6) γ es la constante de Stefan – Boltzmann.

En este estudio se considera que el fluido es incompresible, el flujo es laminar, las propiedades físicas son constantes y solo se tiene en cuenta la variación de la densidad con la temperatura.

2.1 Método numérico

El método de los volúmenes finitos es usado para resolver el sistema de ecuaciones integro-diferenciales que componen el modelo matemático. Ha sido extensivamente utilizado para resolver problemas de difusión-convección (Jasak, 1996; Maliska, 1995; Patankar, 1980; Peric, 1985) y recientemente aplicado a problemas de radiación (Chai, Lee y Patankar, 1994; Chai, Parthasarathy, Lee y Patankar, 1995; Chui y Raithby, 1993; Raithby y Chui, 1990). En los últimos años el método de los volúmenes finitos se ha transformado en uno de los métodos más usados y con mayor futuro.

Las cavidades han sido discretizadas con 80x80 celdas interiores y se ha usado una malla irregular con una variación del ancho de la celda de tipo exponencial. El espacio angular se divide en 18x36 ángulos polares y azimutales respectivamente.

Las ecuaciones integro-diferenciales que integran el modelo matemático se resuelven en forma secuencial de manera segregada y el acoplamiento presión-velocidad se realiza a través del método *SIMPLE* (Ferziger y Peric, 1999; Maliska, 1995; Patankar, 1980) el cual se ha transformado en uno de los algoritmos de acople presión-velocidad más populares.

El acoplamiento entre la temperatura y la densidad se resuelve con la aproximación de *Boussinesq*, en la que la diferencia de densidad, la cual causa el movimiento de fluido, se aproxima como función de la temperatura solamente, es decir:

$$\rho_0 - \rho = \rho\beta(T - T_0) \quad (7)$$

En la ecuación (7) T_0 es la temperatura de referencia, ρ_0 la densidad correspondiente a esa temperatura y β el coeficiente de de expansión térmica

2.2 Condiciones de borde

En este trabajo solo se consideran paredes sólidas, isotérmicas y adiabáticas. Para la radiación, debe agregarse la condición de paredes grises, opacas y difusas.

La condición de borde para pared isotérmica se puede escribir, para la radiación, como:

$$i_w = \varepsilon_w i_{bw} + \frac{\rho_w H_w}{\pi} \quad (8)$$

En la ecuación (8) el subíndice w representa la pared, ε es la emisividad, ρ la reflectividad, H es la irradiación hemisférica y i_{bw} es la intensidad de radiación de la pared negra, la cual depende de la cuarta potencia de la temperatura absoluta de la pared. Estos últimos se calculan como:

$$i_{bw} = \frac{\gamma T_w^4}{\pi} \quad H_w = \int_{\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}_w < 0} i_w |\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}_w| d\omega \quad (9a,b)$$

En la ecuación (9b) \mathbf{n} es la normal unitaria a la pared. El flujo neto de calor radiante q_r que atraviesa la pared se calcula como:

$$q_r = \pi i_w - \varepsilon_w H_w \quad (10)$$

El flujo de calor por conducción q_c se calcula como:

$$q_c = k(\nabla T)_w \quad (11)$$

El flujo de calor total, normal a la pared isotérmica, es la suma del flujo de calor por conducción y radiación, es decir:

$$q_t = q_c + q_r \quad q_t = k(\nabla T)_w + \gamma \varepsilon_w T_w^4 - \varepsilon_w H_w \quad (12a,b)$$

Para paredes adiabáticas, el flujo de calor total q_t es nulo, y como los flujos de calor por conducción y radiación dependen de potencias diferentes de la temperatura, se genera una ecuación de cuarto orden para la temperatura:

$$k(\nabla T)_w + \gamma \varepsilon_w T_w^4 - \varepsilon_w H_w = 0 \quad (13)$$

T_0	ρ	c_p	$\mu \times 10^5$	k	Pr	β
300	1.1774	1005.7	1.8462	0.02624	0.708	1 / 300
400	0.8826	1014.0	2.2860	0.03365	0.689	1 / 400
500	0.7048	1029.5	2.6710	0.04038	0.680	1 / 500

Tabla 1: Propiedades del aire a las diferentes temperaturas de referencia

Ra	L		
	$T_0 = 300$	$T_0 = 400$	$T_0 = 500$
10^4	0.02198076	0.03411395	0.04757031
10^5	0.04735612	0.07349629	0.10248714
10^6	0.10202567	0.15834297	0.22080184

Tabla 2: Longitudes de las caras para las diferentes temperaturas de referencia

3 GEOMETRÍA Y CONDICIONES TÉRMICAS

Se estudian tres cavidades bidimensionales, (i) cuadrada, (ii) con paredes laterales inclinadas a 45° y (iii) con paredes inferior y superior inclinadas a 45° las cuales se muestran en la figura 1. Las paredes tienen una longitud L , la cual varía en función del número de Rayleigh Ra y de la temperatura de referencia T_0 como se muestra en la tabla 2. La cavidad está rellena con aire, cuya densidad ρ , calor específico c_p , viscosidad μ y la conductividad térmica k , dadas en la tabla 1 para cada temperatura de referencia T_0 , se obtuvieron de Holman (1990). El número de Rayleigh Ra , el número de Prandtl Pr , y el coeficiente de expansión térmica β se calculan como:

$$Ra = \frac{\rho^2 g \beta L^3 \Delta T Pr}{\mu^2} \quad Pr = \frac{c_p \mu}{k} \quad \beta = \frac{1}{T_0} \quad (14a,b,c)$$

Las paredes oeste y este son isotérmicas, siendo la temperatura de la pared oeste igual a la temperatura de referencia T_0 mas 10 K. La temperatura de la pared este es igual a la temperatura de referencia T_0 , de esta forma, siempre el $\Delta T = 10K$. Este es el máximo permitido para el aire dentro de la aproximación de *Boussinesq* (Ferziger y Peric, 1999). Las

paredes sur y norte son adiabáticas. Se estudian tres valores del número de Rayleigh $Ra = 10^4$, 10^5 y 10^6 , tres valores de la temperatura de referencia $T_0 = 300, 400$ y 500 K y dos valores del coeficiente de absorción $\kappa = 0.1$ y 1.0 .

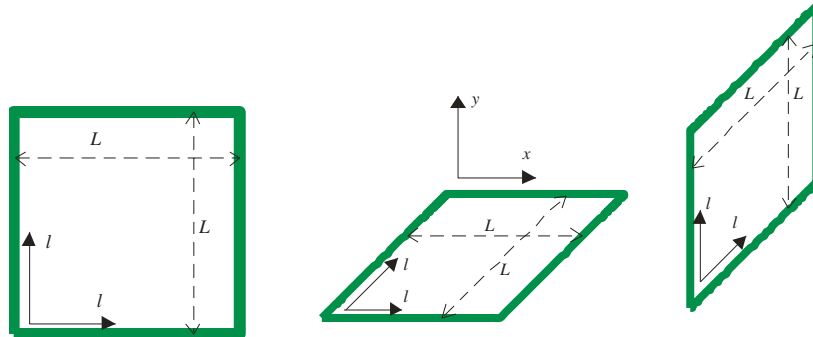


Figura 1: Geometría de las tres cavidades consideradas en este trabajo.

Para cada cavidad se ha tomado una coordenada local l en la dirección de las caras, la cual está adimensionalizada con la longitud de la cavidad L . Las velocidades han sido referidas a una velocidad de difusión:

$$|\mathbf{V}_d| = \frac{\mu}{Pr \rho L} \quad (15)$$

de manera que los resultados sean comparables a los existentes en la literatura. Los valores de la temperatura se dan referidos a la temperatura de referencia T_0 , es decir, $\Delta T = T - T_0$.

Para tener en cuenta la transferencia total de energía térmica en la cavidad estudiada en este trabajo, se define el flujo de calor medio q_m como:

$$q_m = \frac{1}{L} \int_0^L q(l) dl \quad (16)$$

donde l es la coordenada local a lo largo de la pared considerada.

Todas las magnitudes usadas están expresadas en el sistema internacional de medidas.

4 RESULTADOS Y DISCUSIONES

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para convección y radiación combinadas, en las distintas configuraciones geométricas y térmicas estudiadas, para el caso del aire con flujo laminar en estado estacionario. Los parámetros geométricos y térmicos utilizados, y las condiciones de borde impuestas, son las mismas que para el caso de convección pura y radiación pura.

Se presentan resultados correspondientes a la (i) cavidad cuadrada, (ii) cavidad con dos paredes laterales inclinadas y (iii) cavidad con paredes inferior y superior inclinadas. Los resultados se muestran, en forma de líneas isotermas, líneas de función corriente Φ , contornos de velocidad horizontal u y vertical v , perfiles de temperatura T y velocidad y distribución de flujo de calor q en la pared oeste y flujos de calor medio q_m en la pared oeste. Por razones de espacio, solo se muestran los contornos correspondientes a $Ra = 10^6$ y $\kappa = 1.0$. Por facilidad de comparación, en los perfiles se han incluidos los correspondientes a convección y radiación puras.

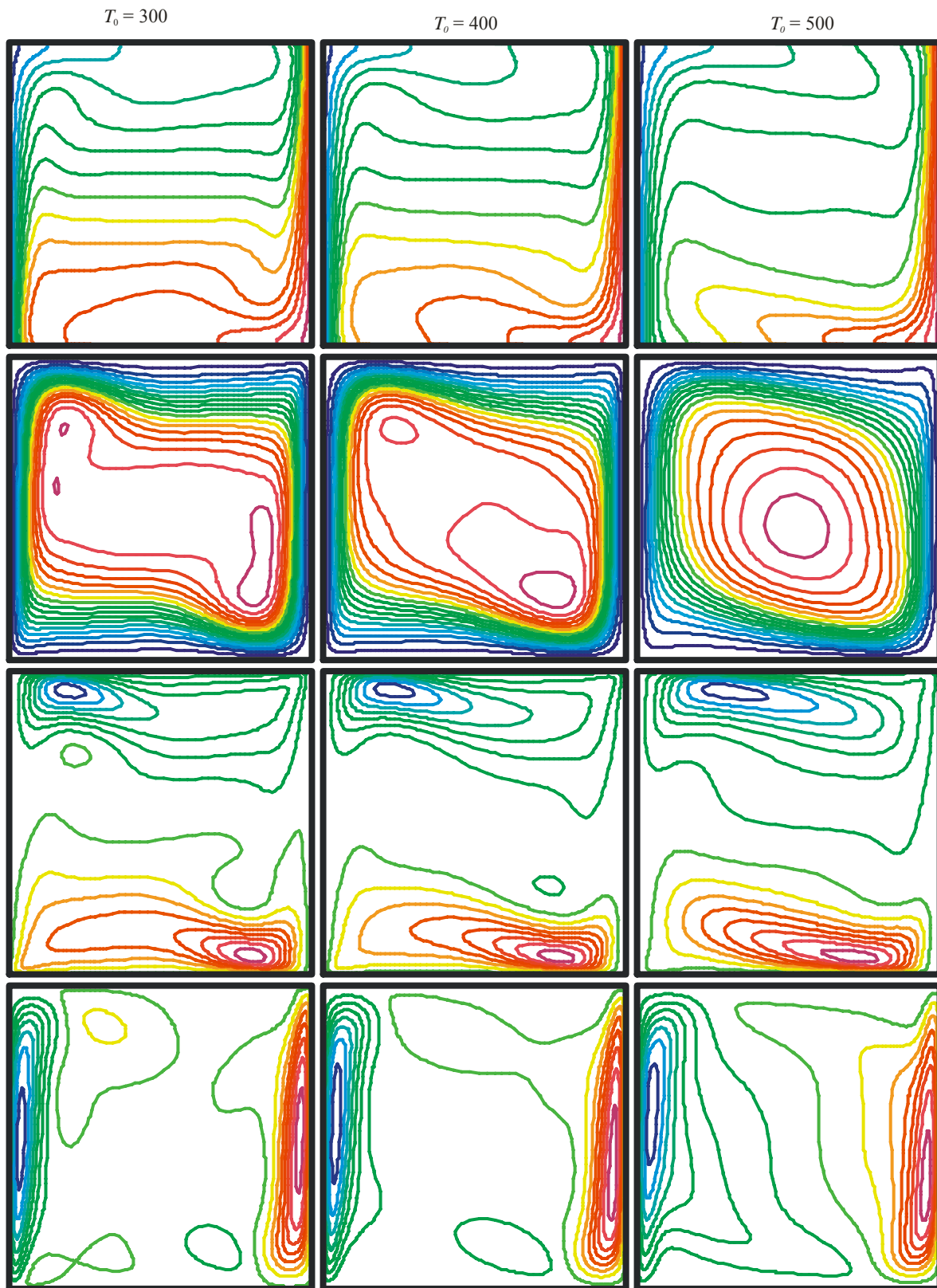


Figura 2: Isotermas, líneas de corriente y contornos de velocidad horizontal y vertical para $Ra = 10^6$ y $\kappa = 1.0$

4.1 Cavity cuadrada

En la figura 2 se muestran las isothermas, líneas de corriente y contornos de velocidad horizontal y vertical correspondientes a $Ra = 10^6$ para las tres temperaturas de referencia T_0 consideradas con $\kappa = 1.0$. Los valores de los contornos se presentan en la forma clásica *mínimo(incremento)máximo*. Para las isothermas, los valores correspondientes para las tres cavidades son 0.333(0.667)9.667, los valores para la función corriente Φ , velocidad horizontal u y velocidad vertical v se encuentran en la tabla 3. Estas curvas deben compararse con las mostradas por Rebollo (2007) correspondiente a convección pura.

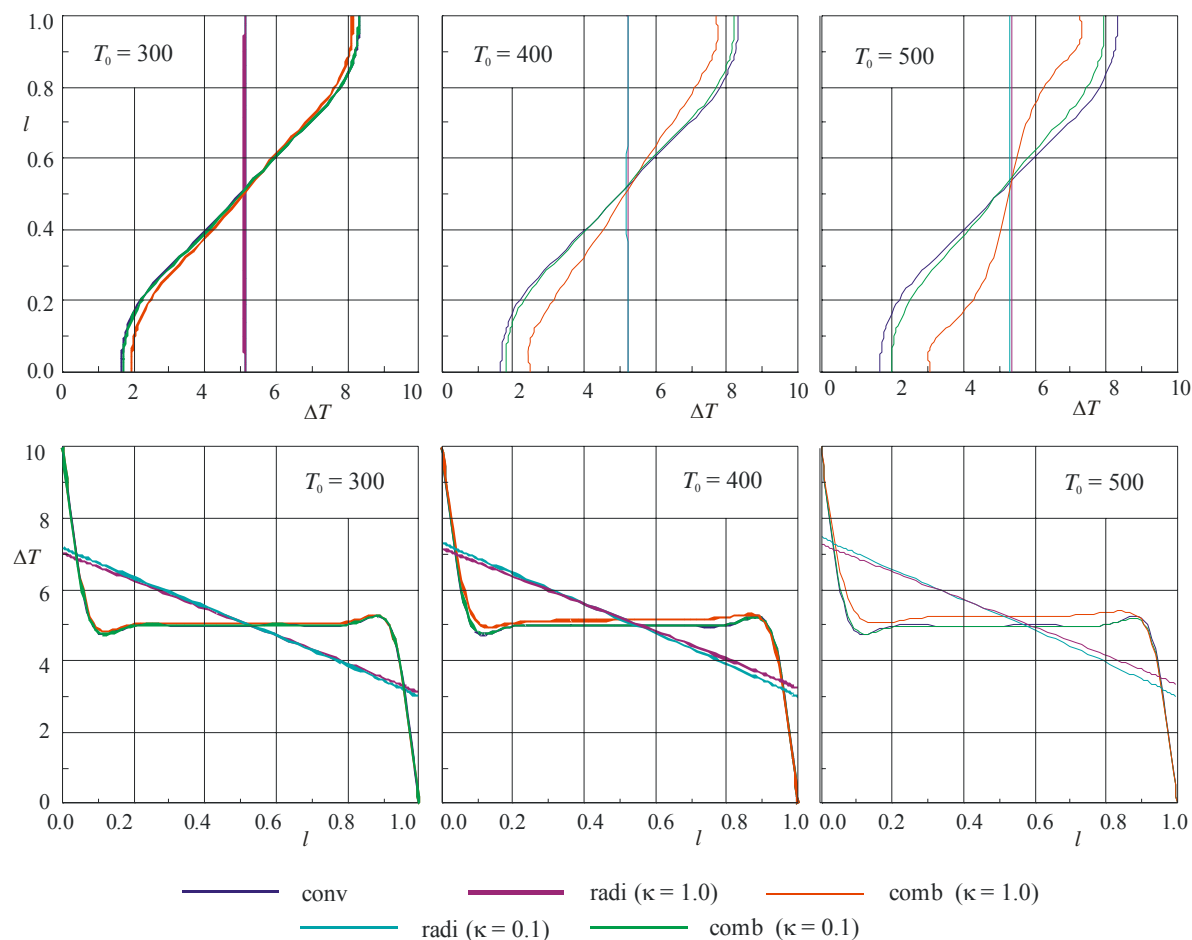


Figura 3: Distribuciones de temperatura T en la sección media vertical y horizontal de la cavity cuadrada para $Ra = 10^6$

	$T_0 = 300$	$T_0 = 400$	$T_0 = 500$
Φ	-0,4396(0,0275)0.0	-0,7080(0,0443)0.0	-1,4884(0,0930)0.0
u	-137,30(19,33)133,36	-177,55(24,70)168,27	-236,02(32,68)221,45
v	-210,00(29,86) 207,99	-221,72(31,21) 215,19	-255,22(35,64) 243,78

Tabla 3: Valores de los contornos de la función corriente Φ , velocidad horizontal u y velocidad vertical v en la cavity cuadrada para $Ra = 10^6$ y $\kappa = 1.0$

Se advierte que, con el aumento de la temperatura, las isothermas se distribuyen en forma menos uniforme a lo largo de las paredes laterales, separándose mas en la pared oeste, dando gradientes menores a los de convección pura. Sobre la pared este no se observa grandes

diferencias respecto al caso de convección pura. También se nota, respecto del caso de convección pura, una mayor separación entre las curvas a lo largo de la sección media vertical.

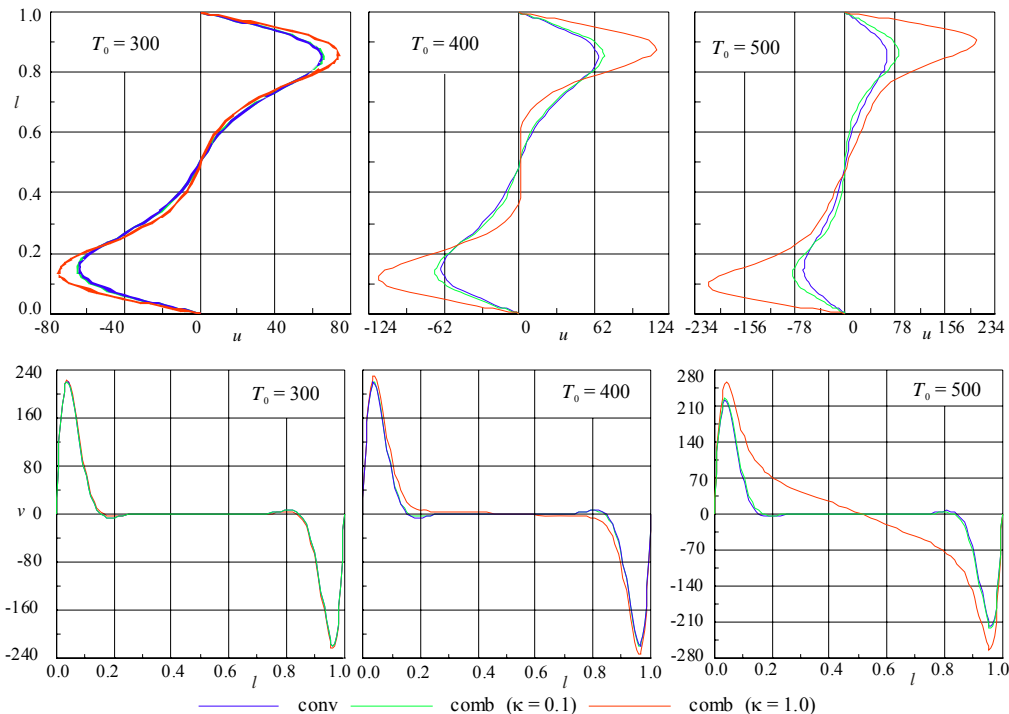


Figura 4: Distribuciones de velocidad, horizontal u y vertical v , en la sección media vertical y horizontal de la cavidad cuadrada para $Ra = 10^6$

Es posible advertir como el incremento de la temperatura tiende a reducir el patrón de líneas de corriente correspondiente al caso de convección pura, con tres vórtices centrales, a uno circular de un solo vórtice, separando las líneas de corriente de las paredes y aumentando la separación entre líneas de corriente, con el consiguiente aumento de las velocidades en la región central de la cavidad. Se observa como, para $T_0 = 500$, el vórtice central se encuentra desplazado hacia el vértice inferior derecho, tendiendo hacia un patrón similar al mostrado en convección pura para $Ra = 10^4$. De la comparación de los valores tomados por los contornos se advierte que son mayores a los correspondientes a convección pura, incrementándose esta diferencia con T_0 .

Se puede ver que para mayores temperaturas los contornos de velocidad tienden a separarse, ocupando la zona de máximos una mayor porción de la cavidad con el consiguiente aumento de las velocidades en la región central. Los valores de los contornos se incrementan con la temperatura, siendo superiores a los correspondientes a convección pura.

La figura 3 muestra el perfil de temperatura en la sección media vertical y en la sección media horizontal, para $Ra = 10^6$ y las tres T_0 , para el caso de convección pura, radiación pura y convección y radiación combinadas con coeficientes de absorción $\kappa = 0.1$ y 1.0 .

Puede advertirse como, en la sección media vertical, la influencia de la radiación se hace más importante con el aumento de la temperatura, aproximándose, la curva correspondiente al modo combinado con mayor coeficiente de absorción, al perfil de radiación pura. A medida que aumenta T_0 , para el modo combinado, la temperatura del punto medio de la pared norte va disminuyendo, aproximando al correspondiente a radiación. En el perfil horizontal de temperatura no se observa una influencia de la radiación tan marcada como en el perfil

vertical. Se observa que κ no ejerce una gran influencia en el perfil de radiación. Para el caso combinado, el incremento de κ produce una transformación del perfil de convección pura hacia el de radiación pura, siendo más evidente al aumentar la temperatura.

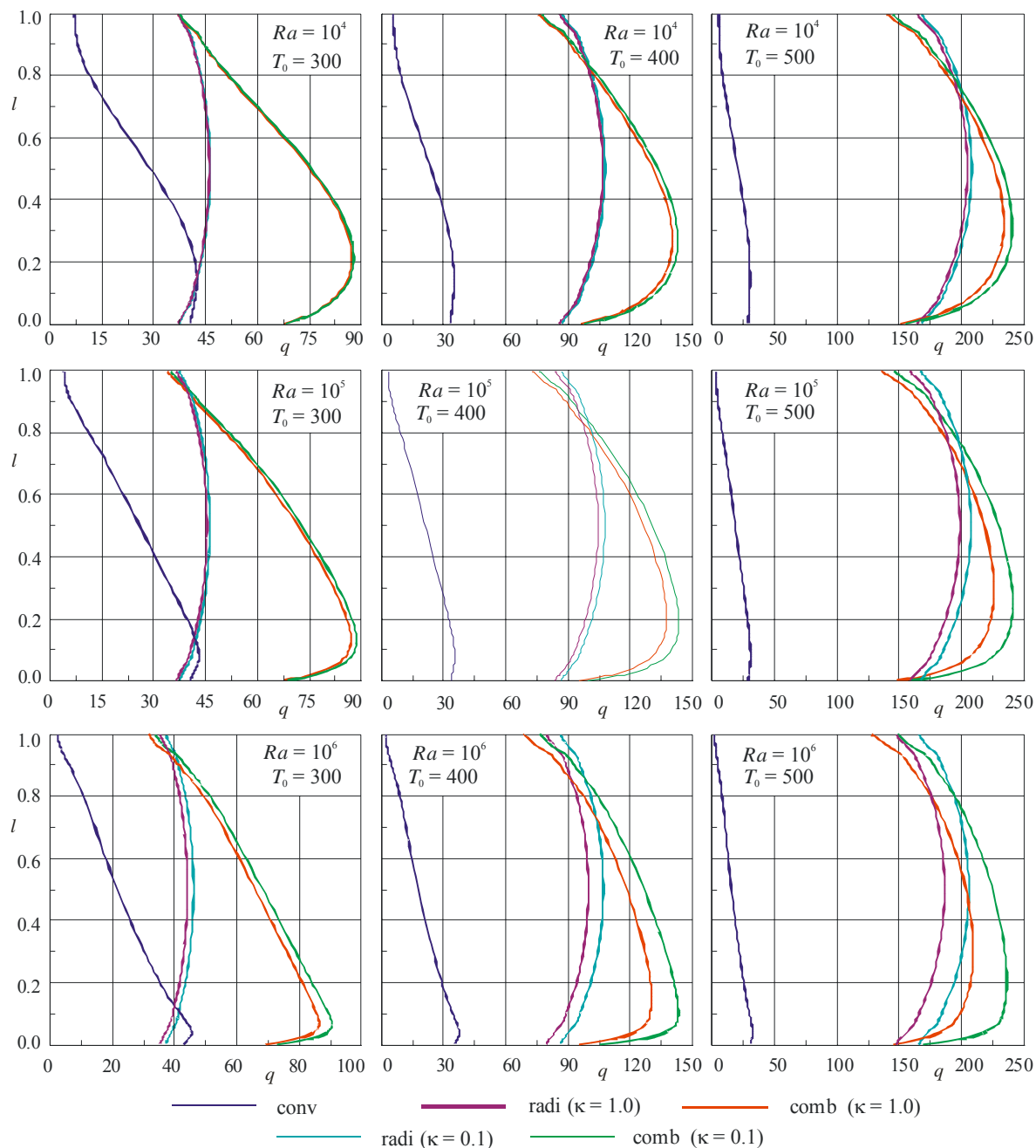


Figura 5: Distribuciones del flujo de calor q en la pared oeste de la cavidad cuadrada

La figura 4 muestra los perfiles de velocidad horizontal y vertical en la sección media vertical y horizontal respectivamente.

Se advierte nuevamente como la radiación tiene una mayor influencia sobre la convección al aumentar la temperatura y el coeficiente de absorción. En el modo combinado se observan importantes incrementos en el máximo de velocidad horizontal respecto a la convección pura, para la componente vertical, el incremento del máximo es mucho menor. Estas diferencias se hacen más notables con el aumento de la temperatura.

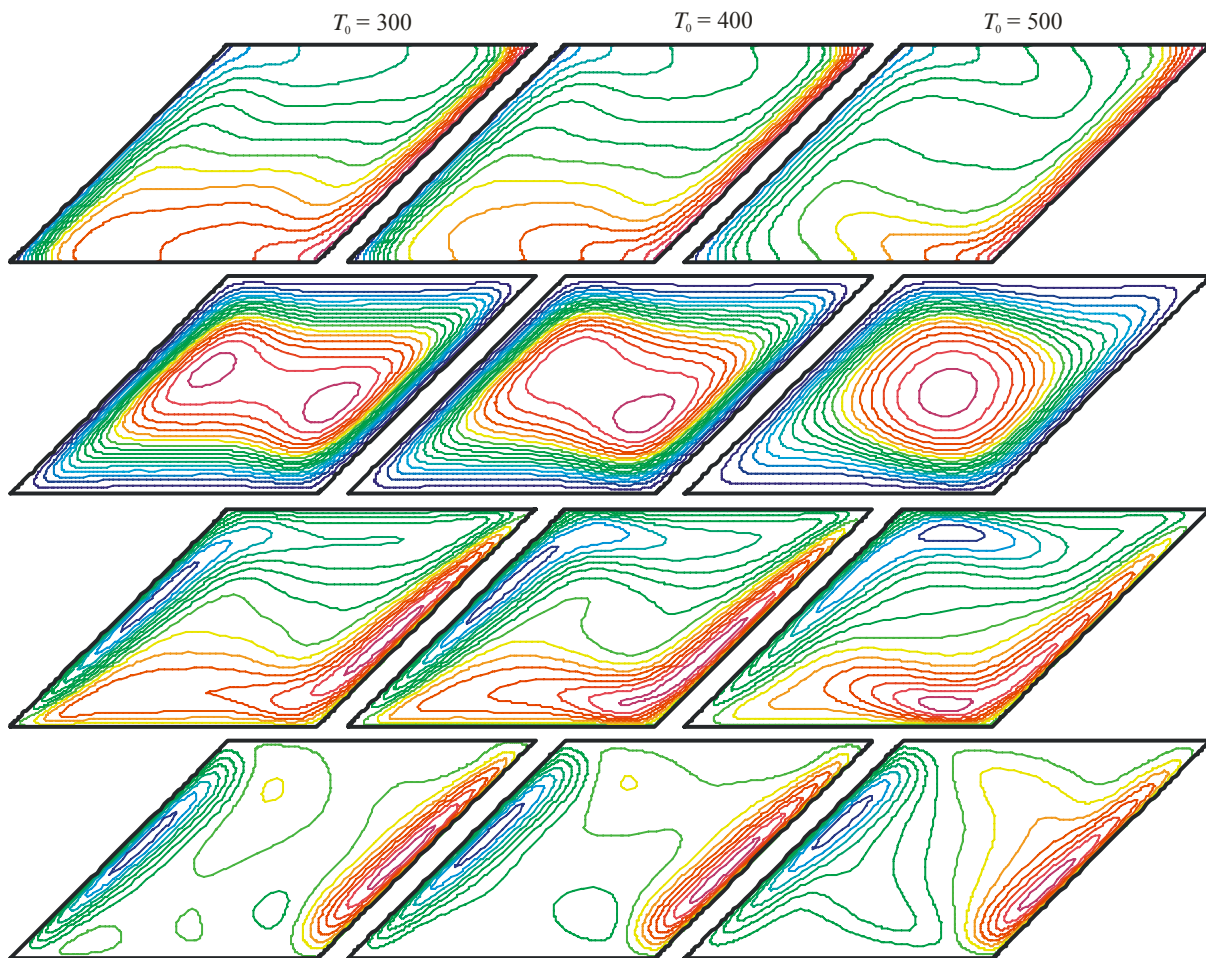


Figura 6: Isotermas, líneas de corriente y contornos de velocidad horizontal y vertical para $Ra = 10^6$ y $\kappa = 1.0$

	$T_0 = 300$	$T_0 = 400$	$T_0 = 500$
Φ	-0,3766(0,0235)0.0	-0,5710(0,0357)0.0	-1,1611(0,0726)0.0
u	-120,52(17,16)119,69	-130,93(18,53)128,50	-185,23(26,04)179,35
v	-117,63(16,74)116,70	-127,57(18,05)125,16	-155,29(21,93)151,69

Tabla 4: Valores de los contornos de la función corriente Φ , velocidad horizontal u y velocidad vertical v en la cavidad con paredes laterales inclinadas para $Ra = 10^6$ y $\kappa = 1.0$

La figura 5 presenta la distribución del flujo de calor en la pared oeste en función de Ra , T_0 y κ .

Para cada Ra , el incremento de la temperatura produce un importante incremento en la radiación térmica, teniendo una gran influencia en el modo combinado. También se advierte como la simetría horizontal en la distribución del flujo de calor por radiación se refleja en el modo combinado a medida que aumenta la temperatura. Se aprecia además, que con el aumento de la temperatura, la distribución de q , para el caso de radiación y modo combinado, se separa notablemente de la correspondiente distribución por convección, dejando en evidencia su poca importancia en el modo combinado.

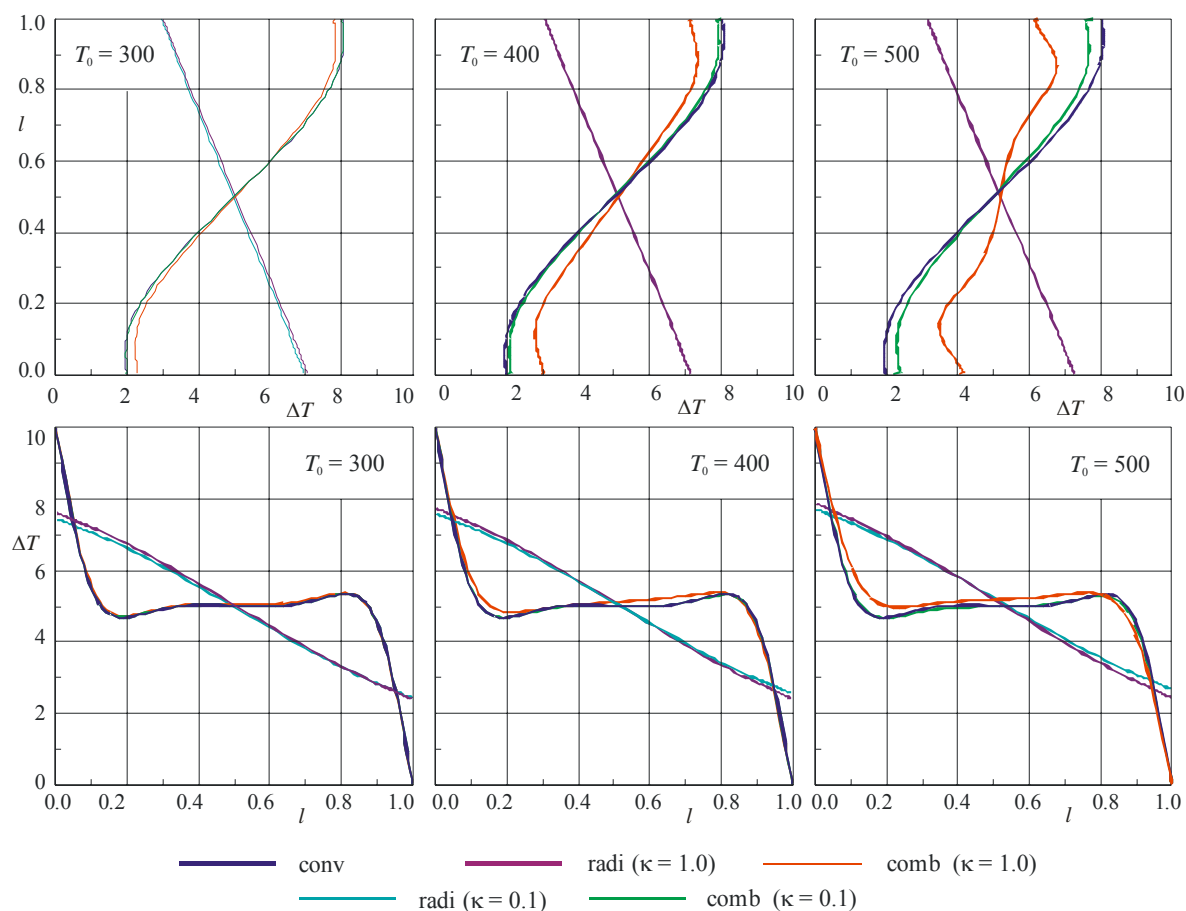


Figura 7: Distribuciones de temperatura T en la sección media inclinada y horizontal de la cavidad con paredes laterales inclinadas para $Ra = 10^6$

Para $T_0 = 300$, en las cercanías de la pared sur, donde se ubican los máximos de q por convección, se puede observar que el flujo de calor por convección supera al de radiación, y la distribución de q en el modo combinado sigue la forma de la distribución de convección.

Se observa que en las cercanías de la pared norte, el flujo de calor por radiación supera al del modo combinado en una porción mayor de la pared a medida que aumenta T_0 .

Finalmente, se aprecia que κ tiene mayor influencia en la radiación y el modo combinado a medida que aumenta el Ra y T_0 debido al incremento de las dimensiones de la cavidad.

Los flujos de calor medio en la pared oeste de la cavidad cuadrada, para convección, radiación y modo combinado, se presentan en la figura 14.

Se advierte que el flujo de calor medio combinado presenta el mismo comportamiento, respecto a T_0 y Ra , que el mostrado por la radiación, siendo sus valores un poco mayor. Se puede comprobar que los incrementos del flujo de calor, con la temperatura, en el modo combinado, son un poco menor que los correspondientes a radiación, llegando a tomar valores del 73.5 % y del 199.4 %, para $Ra = 10^4$, del 74.7 % y del 199.4 % para $Ra = 10^5$ y del 74.5 % y 195.2 % para $Ra = 10^6$, todos referidos a $\kappa = 1.0$.

4.2 Cavidad con paredes laterales inclinadas

La figura 6 muestra las isothermas, líneas de corriente y contornos de velocidad horizontal y vertical en la cavidad con paredes laterales inclinadas para $Ra = 10^6$, las tres temperaturas de referencia T_0 y el coeficiente de absorción $\kappa = 1.0$. Los valores de los contornos se encuentran

en la tabla 4. Estas líneas deben ser comparadas con las mostradas en Rebollo (2007) para el caso de convección pura.

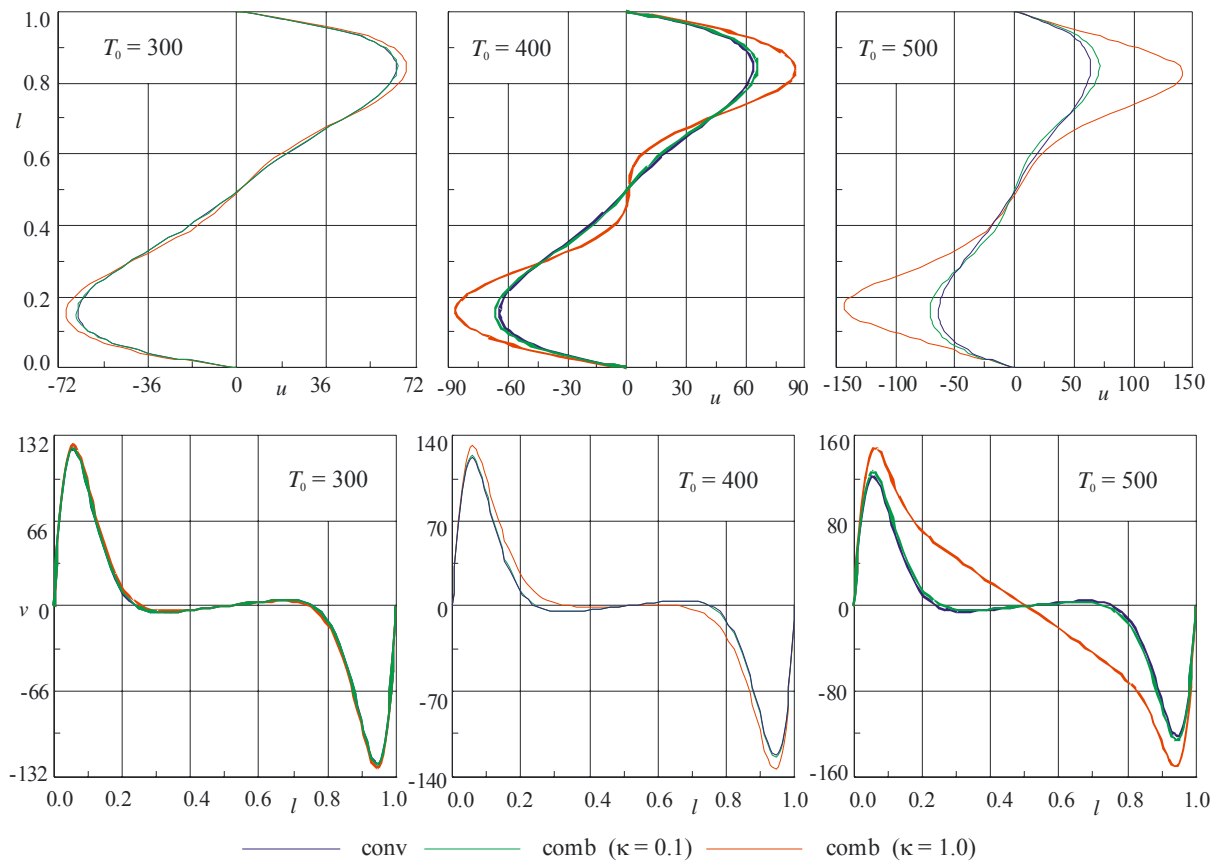


Figura 8: Distribuciones de velocidad horizontal u y vertical v , en la sección media inclinada y horizontal de la cavidad con paredes laterales inclinadas para $Ra = 10^6$

Se advierte que con el aumento de la temperatura las isotermas de la zona media tienden a inclinarse en la dirección de la diagonal menor. Las isotermas se separan de la pared caliente, principalmente en el extremo sur. Por el contrario, en el extremo norte la isoterma más próxima a la pared caliente se aproxima a ella. Esto genera gradientes de temperatura menores y una distribución menos uniforme. En la pared fría, se mantienen paralelas y más próximas dando en consecuencia gradientes mas uniformes.

En el caso de las líneas de corriente igual que en el caso de la cavidad cuadrada, se puede observar que, por efecto de la radiación, el patrón de dos vórtices centrales desaparece transformándose en un solo vórtice central tendiendo al patrón correspondiente a convección pura con $Ra = 10^4$, pero desplazado hacia el vértice inferior izquierdo. Esto demuestra que la radiación tiende a atenuar el incremento de la convección al aumentar el Ra . Las líneas de corriente se separan de las paredes de la cavidad y se distribuyen mas uniformemente, ocupando una mayor porción de la región central. Los valores que toman los contornos de las líneas de corriente para el modo combinado superan a los correspondientes a convección, incrementándose esta diferencia con T_0 .

Con respecto a los contornos de las componentes de velocidad, se puede observar como los máximos positivos de velocidad horizontal se desplazan desde la región junto a la pared oeste hacia el vértice superior izquierdo, y los máximos negativos, desde la región próxima a la pared este hacia el vértice inferior derecho. Aumenta el ancho de los máximos y la separación

entre las líneas relleno la cavidad con el consiguiente incrementando las velocidades en la región media de la cavidad.

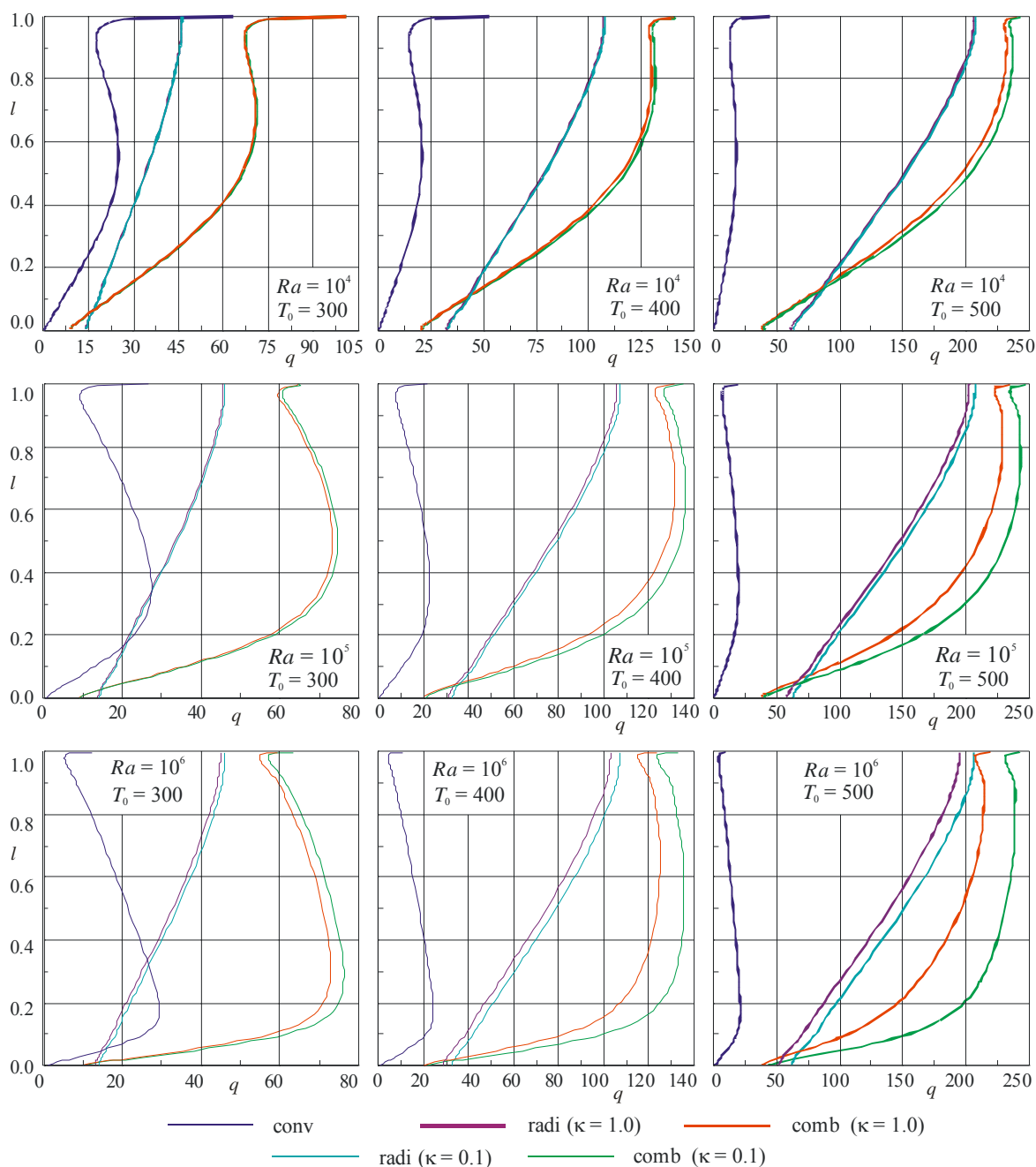


Figura 9: Distribuciones del flujo de calor q en la pared oeste de la cavidad con paredes laterales inclinadas

Para la componente de velocidad vertical, se advierte que los máximos prácticamente no cambian de posición, observándose un ensanchamiento de las zonas de los máximos, un aumento de la separación entre las líneas y un relleno de la cavidad, incrementando las velocidades en la región central de la cavidad. Comparando los valores de los contornos, se aprecia que la componente horizontal toma valores mayores que la vertical, siendo estos mayores que los correspondientes a convección.

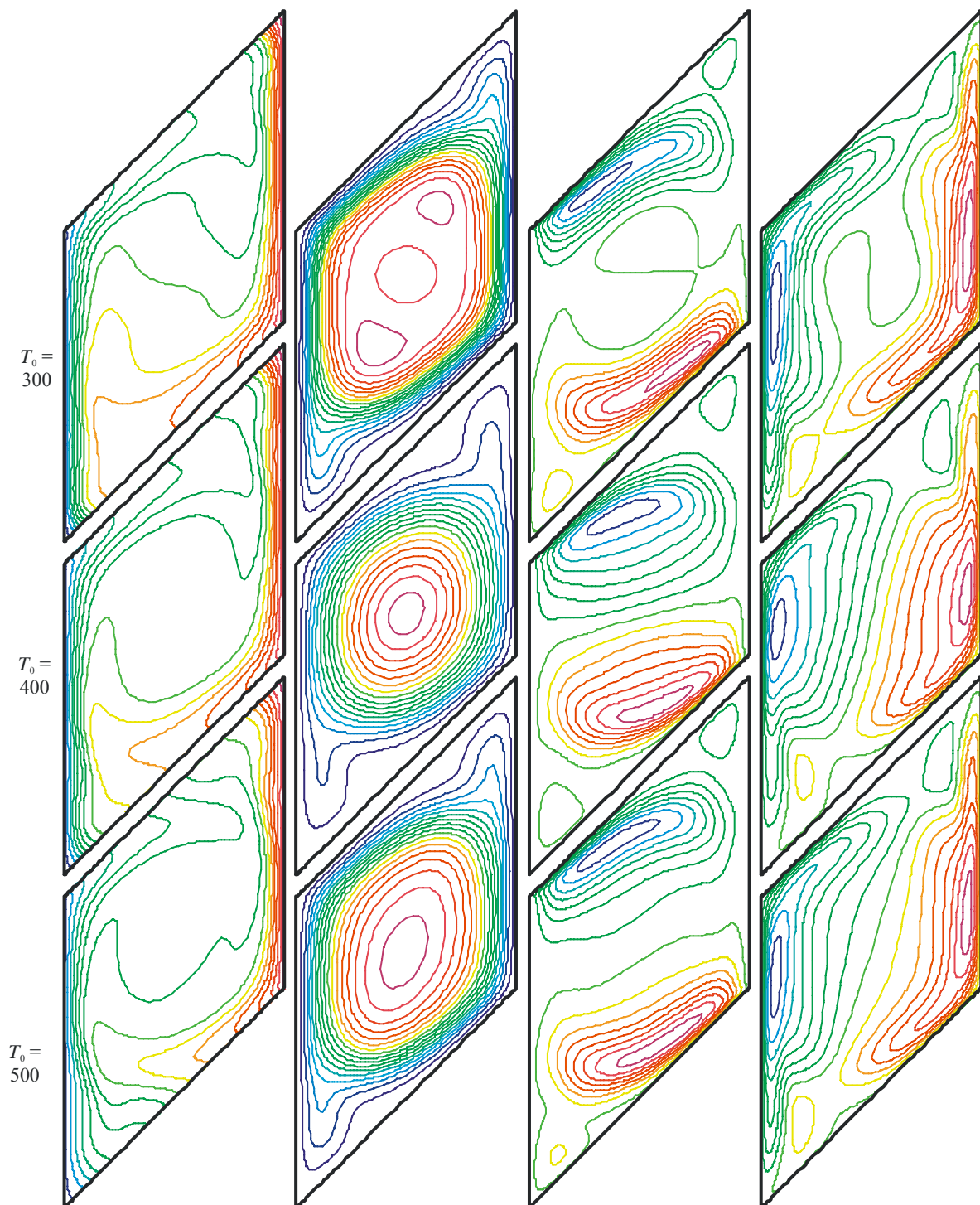


Figura 10: Isotermas, líneas de corriente y contornos de velocidad horizontal y vertical para $Ra = 10^6$ y $\kappa = 1.0$

La figura 7 muestra los perfiles de temperatura en la sección media inclinada y horizontal respectivamente, para convección, radiación y modo combinado con los coeficientes de absorción y temperaturas de referencia consideradas y $Ra = 10^6$.

Allí puede verse como, a medida que aumenta T_0 , el perfil en la sección media inclinada, del modo combinado, abandona el de convección tratando de adoptar el correspondiente a radiación, siendo más evidente a medida que aumenta κ . En la sección media horizontal la influencia de la temperatura y del coeficiente de absorción es menor. Se advierte que la

radiación tiene un efecto de enfriamiento en la sección media superior de la cavidad y de calentamiento en la sección media inferior, si se lo compara con la convección. Comparando con la cavidad cuadrada, se advierte que el perfil de radiación sufre una inclinación en el sentido de la diagonal menor, siendo la temperatura en el punto medio de la pared norte menor que la correspondiente a la pared sur, ejerciendo una mayor influencia en el perfil combinado.

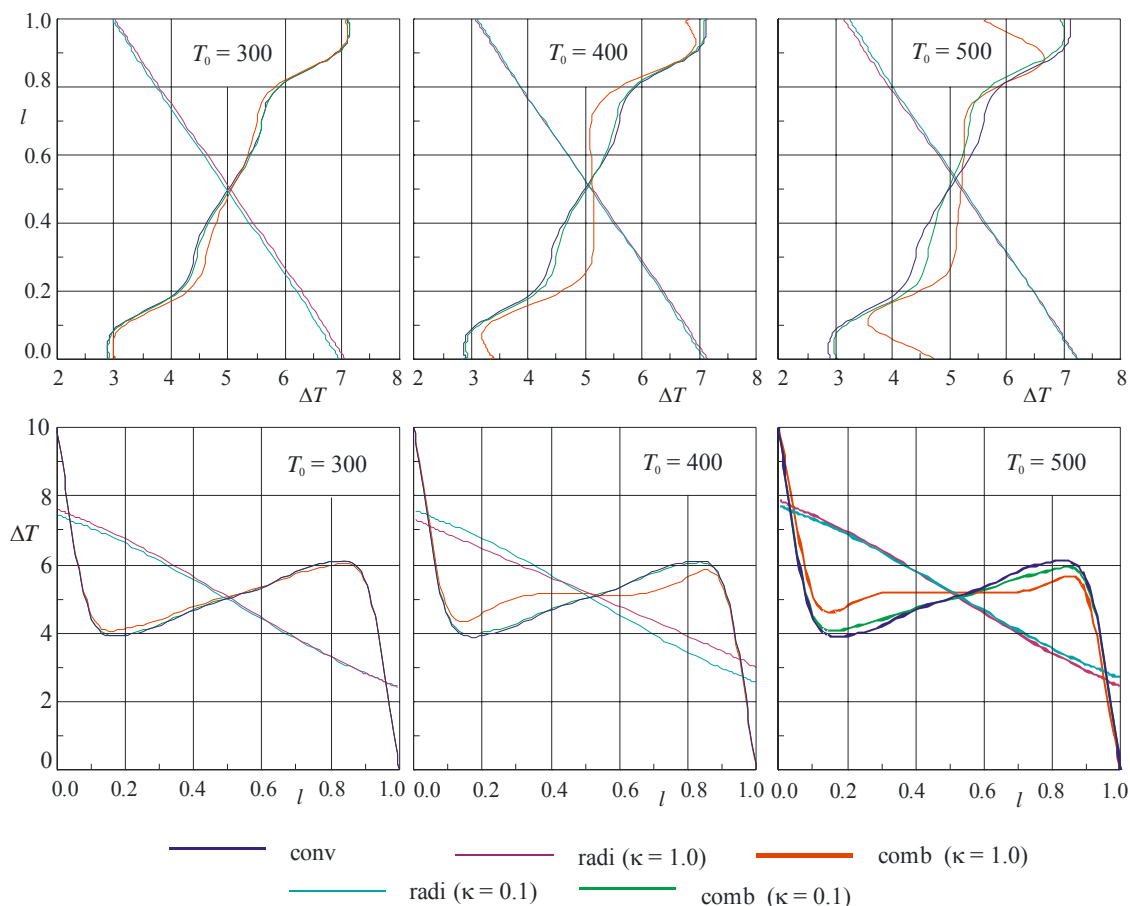


Figura 11: Distribuciones de temperatura T en la sección media vertical e inclinada de la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas para $Ra = 10^6$

	$T_0 = 300$	$T_0 = 400$	$T_0 = 500$
Φ	-0,7526(0,0470)0.0	-1,4288(0,0893)0.0	-2,5275(0,1580)0.0
u	-202,58(28,76)199,99	-228,82(32,28)223,12	-269,13(37,96)262,31
v	-275,75(39,28)274,15	-297,83(42,39)295,68	-340,74(48,47)337,90

Tabla 5: Valores de los contornos de la función corriente Φ , velocidad horizontal u y velocidad vertical v en la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas para $Ra = 10^6$ y $\kappa = 1.0$

La figura 8 muestra los perfiles de velocidad horizontal y vertical en la sección media inclinada y horizontal, para convección y modo combinado.

Allí puede advertirse como el incremento de la temperatura y del coeficiente de absorción producen importantes incrementos en los máximos de velocidad horizontal, separándose notablemente del perfil correspondiente a convección, y desplazando los máximos hacia el centro de la cavidad. Para la componente vertical, el incremento en los máximos con T_0 no es tan importante, pero se observa un mayor incremento de velocidad en la zona media de la

cavidad.

La figura 9 muestra la distribución del flujo de calor q en la pared oeste para convección, radiación y modo combinado.

Se observa que para cada Ra , al incrementarse T_0 , el flujo de calor por radiación crece notablemente con respecto al de convección, siendo mayor el incremento en la mitad superior de la cavidad. Para $T_0 = 300$ y $Ra = 10^4$, el máximo de flujo de calor por convección supera al de radiación en la proximidad de la pared norte, para $Ra = 10^5$ y 10^6 , lo hace en la mitad inferior de la pared. En las proximidades de la pared sur, el flujo de calor por radiación supera al correspondiente al modo combinado, incrementándose esta diferencia con T_0 y reduciéndose con el Ra . Se advierte además que en el modo combinado, a bajas temperaturas, la distribución es semejante a la de la convección, y al aumentar la temperatura, esta distribución se va modificando acercándose a la de la radiación. El coeficiente de absorción tiene una mayor influencia con el incremento del Ra y T_0 , debido al mayor tamaño de la cavidad, siendo más evidente en el modo combinado que en radiación.

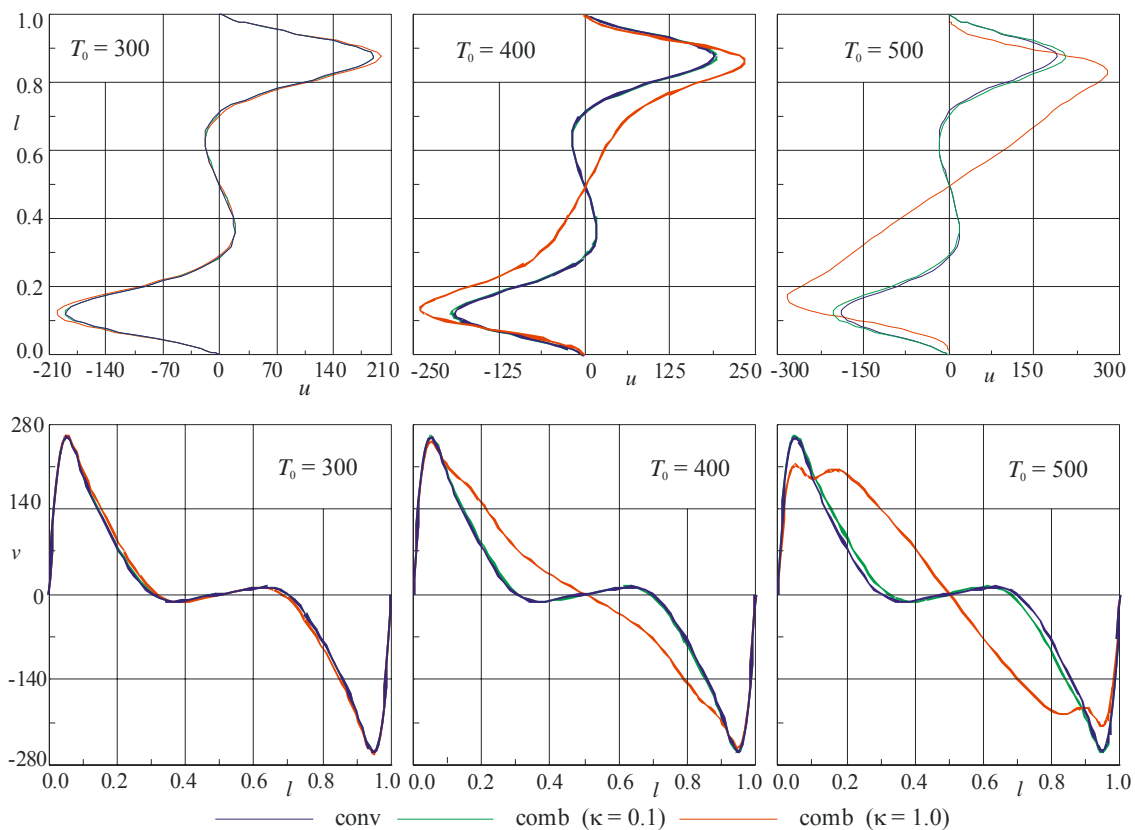


Figura 12: Distribuciones de velocidad horizontal u y vertical v , en la sección media vertical e inclinada de la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas para $Ra = 10^6$

Los flujos de calor medio en la pared oeste de la cavidad con paredes laterales inclinadas, para convección, radiación y modo combinado, se presentan en la figura 14.

Se advierte que, como ya se destacó en el análisis correspondiente a la cavidad cuadrada, el flujo de calor medio combinado presenta el mismo comportamiento, respecto a T_0 , que el mostrado por la radiación, se incrementa respecto al valor correspondiente a $Ra = 10^4$, siendo un poco errático. Se puede comprobar que los incrementos del flujo de calor, con la temperatura, en el modo combinado, son un poco menor que los correspondientes a radiación, llegando a tomar valores del 80.8 % y del 214.5 %, para $Ra = 10^4$, del 79.9 % y del 201.4 %

para $Ra = 10^5$ y del 74.8 % y 177.1 % para $Ra = 10^6$, todos referidos a $\kappa = 1.0$. Respecto al Ra , los flujos de calor medio se incrementan en un 11.6 % y 16.1 %, para $T_0 = 300$, en un 11.1 % y 12.3 % para $T_0 = 400$, y en un 7.0 % y 2.3 % para $T_0 = 500$, respecto de los valores correspondientes a $Ra = 10^4$. Se advierte que los valores del flujo de calor medio son menores que los correspondientes a la cavidad cuadrada.

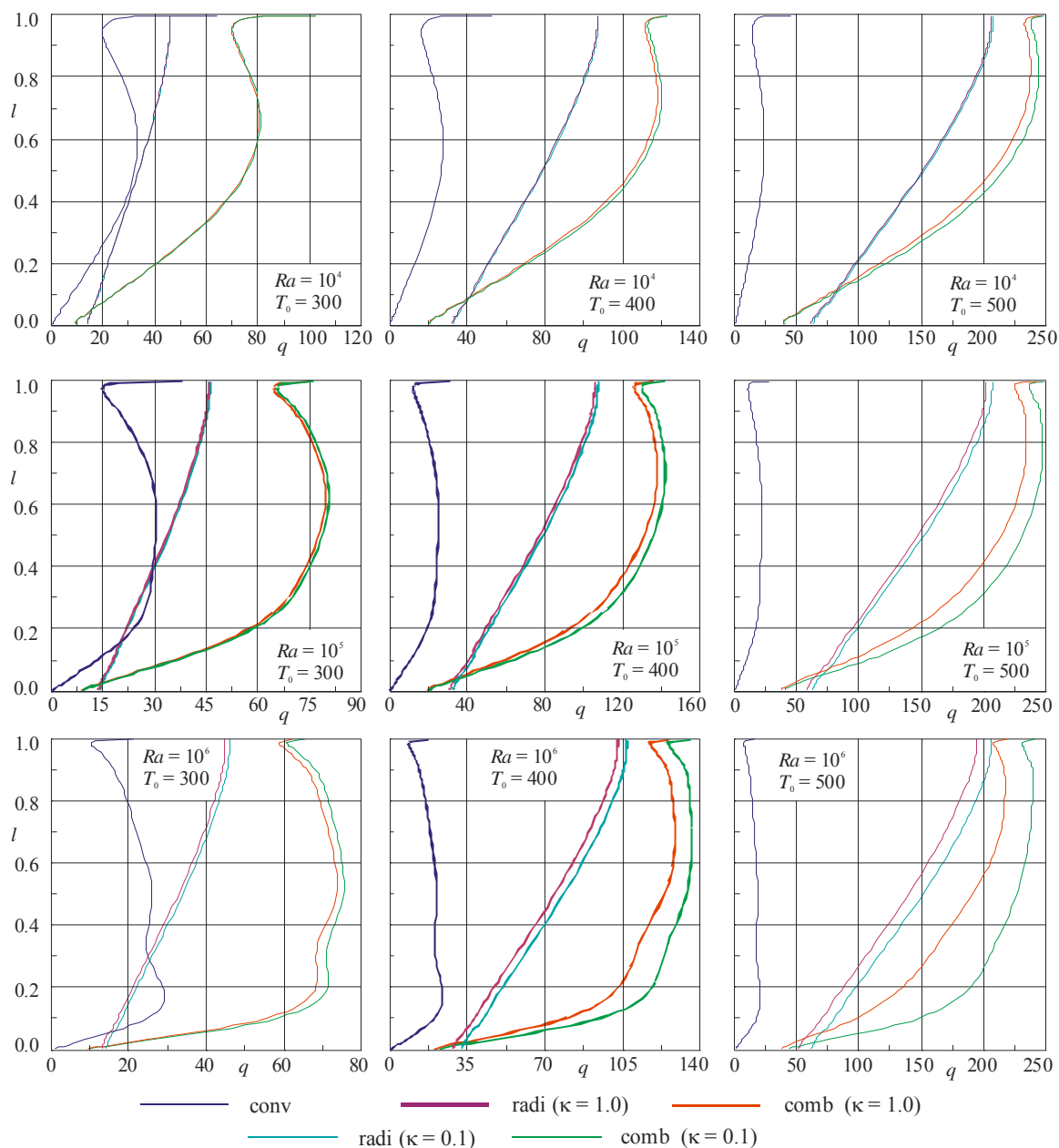


Figura 13: Distribuciones del flujo de calor q en la pared oeste de la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas

4.3 Cavidad con paredes inferior y superior inclinadas

La figura 10 muestra las isotermas, líneas de corriente y contornos de velocidad horizontal y vertical para las tres temperaturas de referencia, coeficiente de absorción $\kappa = 1.0$ y $Ra = 10^6$. Los valores de los correspondientes contornos se encuentran en la tabla 5. Estas líneas deben

compararse con las mostradas en Rebollo (2007) para el caso de convección pura.

Se puede apreciar como, al aumentar las temperaturas de referencia, las isotermas se van separando de las paredes laterales, siendo más evidente en la pared oeste que en la pared este. Las isotermas van rellenoando la cavidad con el consiguiente incremento de la temperatura en la región media superior de la cavidad y en la región del vértice inferior izquierdo. Se advierte como las isotermas se van orientando en la dirección vertical junto a la zona inferior de la pared este, dando un gradiente de temperatura mas uniforme sobre esta pared. Por el contrario, en la pared oeste, en las proximidades de las paredes adiabáticas, las isotermas se van separando, desplazándose hacia la región central de la cavidad, dando como resultado una distribución del gradiente de temperatura menos uniforme.

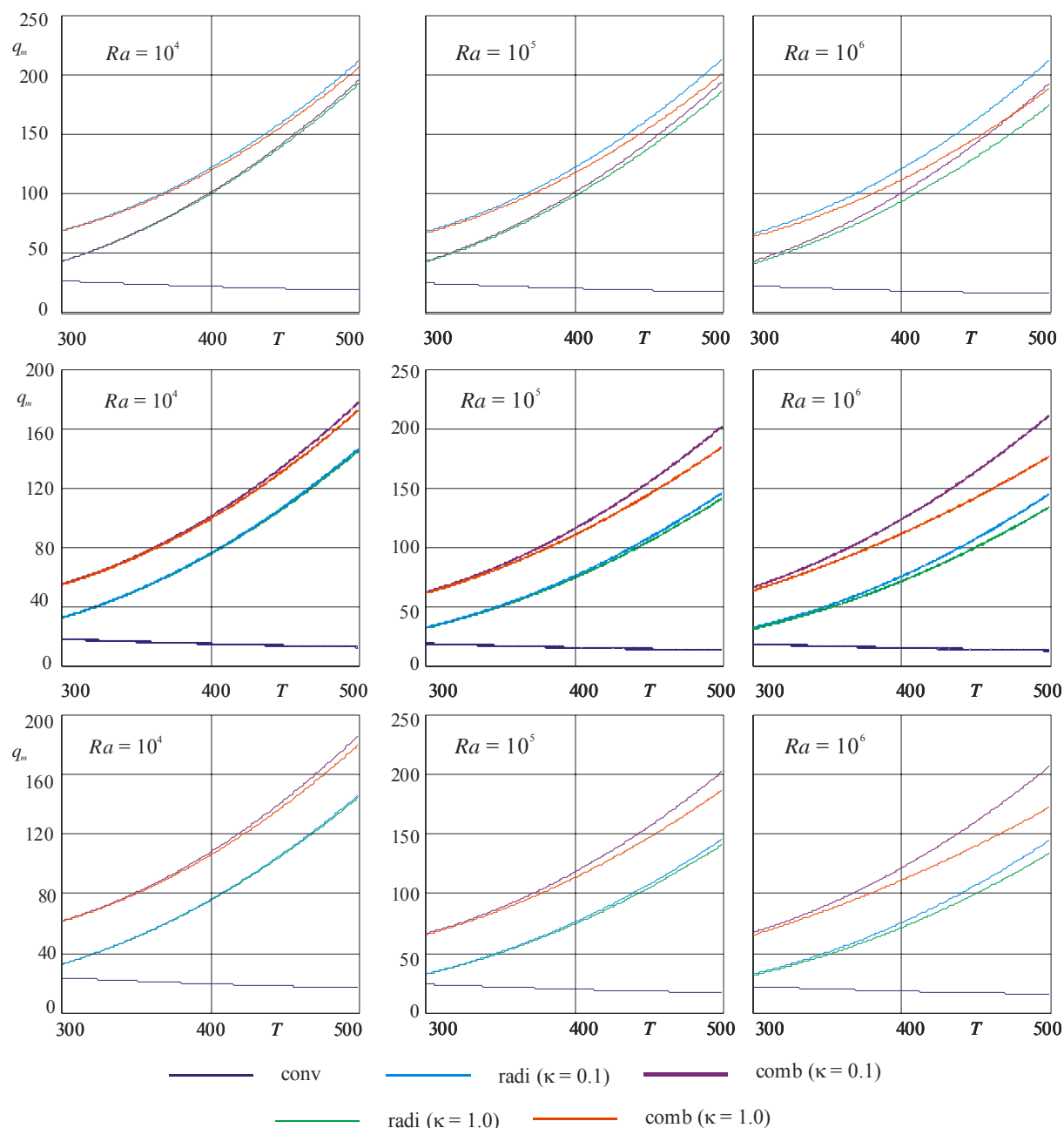


Figura 14: Flujo de calor medio q_m en la pared oeste de las cavidades (i) cuadrada (arriba), (ii) paredes laterales inclinadas (medio) y (iii) paredes inferior y superior inclinadas (abajo)

Puede advertirse como el patrón de líneas de corriente con tres vórtices centrales, correspondiente a la convección, se transforma en un solo vórtice al incrementarse T_0 . Las líneas de corriente se separan, alejándose de las paredes y relleno el centro de la cavidad. Se observa que en los vértices inferior izquierdo y superior derecho la circulación es bastante reducida generando zonas de recirculación. Los valores que toman los contornos del modo combinado son superiores a los correspondientes a convección, incrementándose esta diferencia con T_0 .

Respecto de los contornos de velocidad, se observa que con el aumento de la temperatura, los máximos de velocidad horizontal se separan de las paredes adiabáticas desplazándose levemente hacia el centro de la cavidad, los contornos se separan y ocupan zonas mayores, dando un espaciamiento muy parejo, lo que se refleja en una variación lineal del perfil de velocidad horizontal en la sección media vertical, incrementando la velocidad en la región media de la cavidad. Se advierte, que en los vértices inferior izquierdo y superior derecho, las velocidades son mínimas. Con respecto a la velocidad vertical, se puede advertirse como los contornos se separan, ocupando zonas mayores y desplazándose hacia la región central de la cavidad. Se observa también un espaciamiento bastante uniforme, lo que se refleja nuevamente en una variación lineal del perfil de velocidad de la sección media inclinada. De la observación de los valores de los contornos se advierte que la componente horizontal toma valores menores que la componente vertical, siendo estos mayores que los correspondientes a convección.

Los perfiles de temperatura en la sección media vertical e inclinada de la cavidad se muestran en la figura 11. Se advierte que en el perfil vertical correspondiente al modo combinado se produce una reducción de temperatura en la mitad superior, siendo esto más evidente con el aumento de T_0 . En la mitad inferior ocurre lo contrario. En el perfil inclinado del modo combinado se observa un incremento de temperatura en la mitad izquierda y una reducción en la mitad derecha.

Los perfiles de velocidad horizontal y vertical, en la sección media vertical e inclinada, respectivamente, se muestran en la figura 12. Se puede observar, que con el aumento de la temperatura y del coeficiente de absorción, el perfil tiende a ser lineal en la región media de la sección. También se nota un incremento en el máximo de velocidad horizontal, desplazándose este máximo hacia el centro de la cavidad. Por el contrario, la velocidad vertical disminuye su valor máximo, presentando un segundo máximo.

La distribución del flujo de calor en la pared oeste para los Ra , temperaturas de referencia y coeficientes de absorción considerados en este estudio se muestran en la figura 13 para el caso de convección, radiación y modo combinado.

Allí puede verse como, para cada Ra , a medida que aumenta la temperatura, el flujo de calor por radiación, y como consecuencia el correspondiente al modo combinado, se apartan notablemente del correspondiente a convección. A medida que aumenta la temperatura, la distribución del flujo de calor en el modo combinado va cambiando, para $T_0 = 300$ tiene una distribución semejante al de convección, y para $T_0 = 500$, es semejante al de radiación.

Nuevamente, como ocurre con la cavidad de paredes laterales inclinadas, el flujo de calor en el método combinado es menor que el de radiación en la zona próxima a la pared sur. Se advierte que para las temperaturas menores, el flujo de calor por convección iguala, para $Ra = 10^4$, y supera, para $Ra = 10^5$ y 10^6 , al flujo de calor por radiación en la región de los máximos de convección. En las proximidades de la pared norte, el flujo de calor por radiación va tomando valores más próximos al del modo combinado, a medida que se incrementa T_0 y el Ra . También puede observarse como el coeficiente de absorción tiene mayor influencia al aumentar el Ra y la temperatura, siendo más notable en el modo combinado.

Los flujos de calor medio para el modo combinado en la pared oeste de la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas, para cada Ra considerado, se presentan en la figura 14.

Se advierte que, como ya se destacó en el caso de las cavidades analizadas anteriormente, el flujo de calor medio combinado presenta el mismo comportamiento, respecto a T_0 , que el mostrado por la radiación, siendo sus valores un poco mayor. Los incrementos del flujo de calor combinado, con la temperatura, llegan a tomar valores del 73.1 % y del 194.7 %, para $Ra = 10^4$, del 73.0 % y del 186.6 % para $Ra = 10^5$ y del 70.7 % y 165.1 % para $Ra = 10^6$, todos referidos a $\kappa = 1.0$. Las variaciones del flujo de calor medio para $Ra = 10^5$ y 10^6 respecto a los valores correspondientes a $Ra = 10^4$ son del 6.8 % y 6.3 % para $T_0 = 300$, del 6.8 % y 4.9 % para $T_0 = 400$ y del 3.9 % y -4.3 % para $T_0 = 500$. Se advierte que los valores del flujo de calor medio son menores que los correspondientes a la cavidad cuadrada, excepto para $Ra = 10^6$ y $T_0 = 300$, son y mayores que los correspondientes a la cavidad con paredes laterales inclinadas excepto para $Ra = 10^6$ y $T_0 = 400$ y 500.

5 CONCLUSIONES

Del análisis anterior se puede concluir que la presencia de la radiación térmica tiene un efecto importante en la modificación de los campos de temperatura y velocidad del fluido. El aumento de la temperatura de referencia tiene un efecto negativo en la convección y positivo en la radiación, siendo este último mucho mayor.

Para la cavidad cuadrada, la eficiencia térmica combinada es similar a la suma de las eficiencias térmicas convectiva y radiativa, por lo que se puede considerar que existe un débil acople entre convección y radiación. En las cavidades con paredes inclinadas, este acople es mucho mayor. La máxima eficiencia térmica convectiva se obtiene con $Ra = 10^4$ en todo el rango de temperaturas ensayado, disminuyendo con la temperatura y con el Ra . Lo mismo sucede para el caso de radiación y modo combinado, con coeficiente de absorción $\kappa = 1.0$, en todo el rango de temperaturas considerado. La eficiencia térmica radiativa y combinada, crece fuertemente con la temperatura, y disminuyen con el Ra .

En el caso de la cavidad con paredes laterales inclinadas, su eficiencia térmica convectiva también se reduce con la temperatura, pero con el Ra crece y luego disminuye, por lo que debe existir un valor crítico del Ra para el cual se obtiene la mayor eficiencia térmica convectiva. Los valores máximos de la eficiencia térmica convectiva se logran con un $Ra = 10^5$. La eficiencia térmica radiativa, como en el caso de la cavidad cuadrada, crece fuertemente con la temperatura y disminuye débilmente con el Ra . En el modo combinado, existe un cruce en $T_0 = 419$, por lo que la máxima eficiencia térmica combinada se obtiene con $Ra = 10^6$ para $T_0 < 419$, y con $Ra = 10^5$, para $T_0 > 419$.

Para la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas, el efecto de la temperatura en la eficiencia térmica convectiva es el mismo que en las anteriores, pero el Ra tiene un efecto más importante que en la cavidad con paredes laterales inclinadas. En el modo combinado, la máxima eficiencia térmica se obtiene con $Ra = 10^5$ en todo el rango de temperaturas. Para $T_0 < 360$, los valores correspondientes a $Ra = 10^5$ y 10^6 están muy próximos y no es posible diferenciarlos con facilidad.

Las mayores tasas de transferencia de calor, en el modo combinado, corresponden a la radiación, en todo el rango de temperatura ensayado, poniendo en evidencia el error cometido al despreciar la radiación en problemas de transferencia de calor a bajas temperaturas, tales como enfriamiento de componentes electrónicos. El método de los volúmenes finitos es eficiente. Los resultados son coincidentes con los publicados en la literatura.

REFERENCIAS

- Anderson D. A., Tannehill J. C., Pletcher R. H., *Computational fluid mechanics and heat transfer*, Hemisphere Publishing, 1984.
- Brewster M. Q., *Thermal radiative transfer and properties*, John Wiley & Sons, 1992.
- Chai J. C., Lee H. S., Patankar S. V., Finite Volume Method for Radiation Heat Transfer, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 8:419-425, 1994.
- Chai J. C., Parthasarathy G., Lee H. S., Patankar S. V., Finite Volume Radiative Heat Transfer Procedure for Irregular Geometries, *Journal of Thermophysics and Heat Mass Transfer*, 9:410-415, 1995.
- Chang L. C., Yang K. T., Lloyd J. R., Radiation-natural convection interactions in two-dimensional complex enclosures, *Journal of Heat Transfer*, 105:89-95, 1983.
- Chui E. H., Raithby G. D., Computation of radiant heat transfer on a non-orthogonal mesh using the finite-volume method, *Numerical Heat Transfer*, B, 23:269-288, 1993.
- Chung T. J., Kim J. Y., Two-dimensional, combined-mode heat transfer by conduction, convection, and radiation in emitting, absorption, and scattering media—solution by finite elements, *Journal of Heat Transfer*, 106:448-452, 1984.
- De Groh H. C., Kassemi M., Effect of radiation on convection in a top heated enclosure, *Journal of Thermophysics Heat Transfer*, 7:561-568, 1993.
- Ferziger J. H., Peric M., *Computational Methods for fluids dynamics*, Springer-Verlag, 1999.
- Fletcher C. A. J., *Computational techniques for fluid dynamics*, vol. I y II, Springer – Verlag, Berlin Heidelberg, 1991.
- Fusegi T., Farouk B., Laminar and turbulent natural convection-radiation interactions in a square enclosure filled with a nongray gas, *Numerical Heat Transfer*, A, 15:303-322, 1989.
- Fusegi T., Ishii K., Farouk B., Kuwahara K., Natural convection – radiation interactions in a cube filled with a nongray gas, *Numerical Heat Transfer*, A, 19:207-217, 1991.
- Hasani S. M. F., *Combined natural convection and radiation in a triangular enclosure*, PhD Thesis, University of Akron, 1998.
- Holman J. P., *Heat transfer*, McGraw-Hill, 1990.
- Jasak H., *Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows*, PhD Thesis, 1996.
- Lan C. H., *Radiative combined mode heat transfer in a multi dimensional participating medium using spectral methods*, PhD Thesis, University of Texas at Austin, 2000.
- Larson D. W., Viskanta R., Transient combined laminar free convection and radiation in a rectangular enclosure, *Journal of Fluid Mechanics*, 78:65-85, 1976.
- Lauriat G., Combined radiation-convection in gray fluids enclosed in vertical cavities, *Journal of Heat Transfer*, 104:609-615, 1982.
- Maliska R. C., *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., Rio de Janeiro, 1995.
- Modest M. F., *Radiative heat transfer*, Mc Graw-Hill, 1993.
- Morales J. C., Campo A., Radiative effects on natural convection of gases confined in horizontal, isothermal annuli, *ASME Developments in Radiative Heat Transfer*, 203:231-238, 1992.
- Patankar S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Mc Graw - Hill, New York, 1980.
- Peric M., *A Finite Volume Method for the Prediction of Three – Dimensional Fluid Flow in Complex Ducts*, Ph.D. Thesis, Imperial College, University of London, London, 1985.
- Raithby G. D., Chui E. H., A Finite-Volume Method for Predicting Radiant Heat Transfer in Enclosures with Participating Media, *Journal of Heat Transfer*, 112:415-423, 1990.
- Rebollo Daniel, Soluciones Benchmark para el Problema de la Transferencia de Calor por

- Convección Natural en Cavidades Bidimensionales a Diferentes Temperaturas, XVI Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, Córdoba, Argentina, 2007.
- Rousse D. R., *Numerical predictions of multidimensional conduction, convection, and radiation heat transfer in participating media*, PhD Thesis, McGill University, Montreal, Canada, 1994.
- Siegel R., Howell J. R., *Thermal Radiation Heat Transfer*, Taylor & Francis, 1992.
- Tan Z., Howell J. R., Combined radiation and natural convection in a two-dimensional participating square medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 34:785-793, 1991.
- Yucel A., Acharya S., Natural convection of a radiating fluid in a partially divided square enclosure, *Numerical Heat Transfer, A*, 19:471-485, 1991.
- Yucel A., Acharya S., Williams M. L., Natural convection and radiation in a square enclosure. *Numerical Heat Transfer, A*, 15:261-278, 1989.