

ANÁLISIS DE LA RESPUESTA TRANSVERSAL CON CONSIDERACIÓN DEL EFECTO AEROELÁSTICO, EN ESTRUCTURAS TIPO TORRE SOMETIDAS A ACCIONES DE VIENTO

Eduardo Totter ^a, Daniel R. Ambrosini ^a

^a Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo. Centro Universitario - Parque Gral. San Martín - (5500) Mendoza. Fax 54 0261 4380120. etotter@fing.uncu.edu.ar dambrosini@uncu.edu.ar,
<http://leonardo.uncu.edu.ar:9673/fing/posgrados/estructural>

Palabras clave: Viento, aeroelasticidad, estructuras, vibración transversal.

Resumen. El viento en la atmósfera es un fluido con movimiento turbulento, por lo tanto, es aconsejable considerarlo como un proceso aleatorio Gaussiano y estacionario utilizando cantidades estadísticas. En trabajos anteriores, se han desarrollado esquemas de análisis estructural que incorporan la acción de viento por un procedimiento de simulación de Montecarlo. Se utiliza un método de integración numérica en el dominio de la frecuencia. Como modelo de estructura se adoptó una formulación general de vigas con ley constitutiva viscoelástica lineal general. Además, se utilizó el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT) para trabajar en el dominio de la frecuencia. El enfoque es adecuado en este caso para la determinación de la respuesta transversal por desprendimiento alternado de vórtices de torres y chimeneas sometidas a la acción del viento, habiendo sido empleado para obtener la respuesta de estructuras excitadas por la turbulencia atmosférica, para las cuales existen evidencias experimentales.

En este trabajo se extiende el modelo para la determinación de la matriz de campo (field matrix) en la formulación del espacio de estado, considerando las ecuaciones linealizadas para la consideración del efecto aeroelástico o interacción fluido-estructura.

1 INTRODUCCIÓN

Si una determinada estructura cuya sección transversal posee forma no aerodinámica se interpone en el flujo de una corriente de aire, la misma produce una modificación en la trayectoria de las líneas de flujo incidentes. El cambio en las condiciones del flujo original, produce sobre la superficie del cuerpo, un esquema determinado de distribución de cargas aerodinámicas, las cuales es preciso determinar a los efectos de predecir las respuestas de la estructura en estudio.

Cuando la masa de aire toma contacto con la estructura, debido a la forma de la sección transversal, las líneas de flujo se separan de su superficie a partir de determinados puntos, generando un complejo fenómeno por el cual comienza la formación de vórtices laterales a ambos lados de la misma, los cuales tienen una determinada frecuencia de formación y hacen que la estructura comience a vibrar en una dirección oblicua con respecto a la dirección del viento incidente. Esto constituye el llamado fenómeno de vibración transversal por desprendimiento alternado de vórtices de Vón Kármán.

El esquema de distribución de cargas aerodinámicas sobre la superficie de la estructura, va a depender de la posición relativa de la sección estudiada dentro del flujo turbulento de aire que incide sobre ella. La ubicación relativa de la sección estará dada por el esquema de deformaciones de la estructura, el cual depende de la distribución de cargas actuantes. Es decir que se produce una interacción entre cargas generadas por el viento y deformaciones de la estructura, llamada interacción fluido-estructura o efecto aeroelástico.

El efecto aeroelástico ha sido sujeto de numerosos estudios, especialmente luego del colapso del puente Tacoma Narrows Bridge en 1940. En este contexto, pueden mencionarse los estados del arte de puentes sometidos a acciones de viento presentados por Hudson et al. (1989) y Scanlan and Jones (1990), como así también las contribuciones de Cooper et al. (1997), Larsen (1998) y Chen et al. (2000).

Un procedimiento utilizado anteriormente (Ambrosini et al., 1998), que utiliza un método de integración numérica en el dominio de la frecuencia para el análisis dinámico de estructuras tipo torre sometidas a cargas aleatorias de viento, se extiende en este trabajo para el análisis de la respuesta transversal por desprendimiento alternado de vórtices con consideración del efecto aeroelástico. La acción del viento se incorpora por un procedimiento de simulación de un proceso aleatorio, estacionario, Gausiano y correlacionado en sentido vertical. La incorporación del efecto aeroelástico se realiza a partir de la introducción de las ecuaciones linealizadas del problema en la formulación del espacio de estado, como es propuesto por Brito y Riera (1995, 2000).

2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO ESTRUCTURAL

El modelo de estructura está constituido por las ecuaciones derivadas de la modificación de la teoría de Vlasov, a las cuales se incorporaron las deformaciones angulares inducidas por los esfuerzos de corte. El modelo considera además la variación de las características de la sección transversal de la estructura a lo largo de su eje longitudinal y la influencia de las inercias rotacionales en los esfuerzos internos. La ley constitutiva es viscoelástica lineal general permitiendo la introducción de amortiguamiento a la estructura.

Las variables de estado que se adoptan son los desplazamientos según los ejes x e y (el eje longitudinal de la estructura es el eje z), ξ y η , los giros de flexión, ϕ_x y ϕ_y ; los esfuerzos de corte, Q_x y Q_y ; los momentos flectores, M_x y M_y ; el giro de torsión y su derivada espacial, θ y θ' , el momento torsor total M_t y el bimomento B_M . Estas variables configuran el siguiente vector \mathbf{v} denominado vector de estado :

$$\mathbf{v}(z, \omega) = \{ \eta, \varnothing_y, Q_y, M_x, \xi, \varnothing_x, Q_x, M_y, \theta, \theta', M_T, B_M \} \quad (1)$$

El sistema resultante expresado en forma matricial es el siguiente :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = \mathbf{A} \mathbf{v} + \mathbf{q} \quad (2)$$

Donde \mathbf{A} es la matriz del sistema y \mathbf{q} es el vector de cargas externas, el cual está dado por la siguiente expresión :

$$\mathbf{q}(z, \omega) = \{ 0, 0, -q_x, 0, 0, 0, -q_y, 0, 0, 0, -m_a, 0 \} \quad (3)$$

En las cuales q_x y q_y son las cargas aerodinámicas por unidad de longitud y m_a es el momento torsor aerodinámico por unidad de longitud de estructura.

3 MODELO DE VIBRACIÓN LATERAL

Las acciones laterales por desprendimiento alternado de vórtices son simuladas por un procedimiento que toma como base el modelo propuesto por Vickery y Basú (Vickery y Basú, 1983), el cual ha sido extensamente utilizado por diversos investigadores para la predicción de la respuesta de estructuras bajo la acción de estas cargas..

La frecuencia de desprendimiento de vórtices f_s , tiene valores determinados y puede ser definida a partir del número de Strouhal S , el ancho local de la estructura d y la velocidad media del viento:

$$f_s = \frac{\bar{v} S}{d} \quad (4)$$

El espectro $S_w(f)$ de la fuerza inducida por el desprendimiento alternado de vórtices por unidad de longitud de la estructura se expresa por medio de la siguiente expresión:

$$\frac{f S_w(f)}{\sigma_w^2} = \frac{f / f_s}{B \sqrt{\pi}} \exp \left\{ - \left[\frac{1 - f / f_s}{B} \right]^2 \right\} \quad (5)$$

en donde σ_w representa el valor r.m.s. de las fuerzas transversales por unidad de longitud y B es el parámetro de ancho de banda. El Número de Strouhal S depende de varios factores. Siendo λ la relación de aspecto, (altura/ancho de la estructura), S puede ser obtenido por (Vickery, 1998):

$$S(\lambda) = 0.14 + 0.05 \operatorname{Ln} \left(\frac{\lambda}{4} \right) \quad (6)$$

Válida para relaciones de aspecto $4 \leq \lambda \leq 25$. A su vez $S(\lambda) = 0.23$ para valores de $\lambda > 25$, siendo $\lambda = H / \bar{d}$ altura de la estructura/diámetro promedio del tercio superior de la estructura.

El valor r.m.s. de la fuerza de levantamiento por unidad de longitud puede ser definido por:

$$\sigma_w = C_{LV} \frac{1}{2} \rho_a \bar{v}^2 d \quad (7)$$

en donde C_{LV} es el coeficiente de fuerzas transversales el cual, de acuerdo a ensayos, es

fuertemente dependiente de la intensidad de turbulencia. Este coeficiente puede ser determinado a través de la siguiente expresión:

$$C_{LV} = [0.15 + 0.55I'] - [0.09 + 0.55I']e^{-(20I')^3} \quad (8)$$

En esta expresión I' es un factor que toma en cuenta la altura del punto considerado y el terreno circundante a través de un parámetro de rugosidad. El valor de C_{LV} se debe modificar para contemplar la influencia de la relación de aspecto, de la siguiente manera :

$$C_{LV}(\lambda) = C_{LV}C_E \quad (9)$$

Con $C_E=0.4$ para $\lambda \leq 4$, $C_E= 1.0$ para $\lambda \geq 25$ y $C_E= 0.4 + 0.33 \ln(\lambda/4)$ si $4 \leq \lambda \leq 25$

El parámetro de ancho de banda B depende fundamentalmente de la turbulencia, en función de ensayos se sugiere la siguiente relación:

$$B = 0.10 + 2I \quad (10)$$

4 VECTOR DE CARGAS EXTERNAS

En la ecuación (3) planteada anteriormente, se observan los términos q_x , q_y , m_A , los cuales constituyen los términos del vector de cargas externas actuante sobre la estructura por efecto de la acción del viento. La determinación de estas cargas externas se ve dificultada debido a que las mismas dependen de la posición de la estructura, es decir de su estado de deformaciones, el cual a su vez depende de las cargas externas actuantes lo cual constituye el llamado efecto aeroelástico.

En la simulación de la carga de viento se adopta el procedimiento recomendado por Prenninger (Prenninger, 1988) para la generación de registros artificiales de velocidades de viento a los efectos de poder obtener por simulación los elementos necesarios para la posterior determinación de las componentes del vector de cargas externas y realizar la FFT de todas las variables de las respuestas estructurales buscadas.

Se trabaja para esto con las expresiones desarrolladas y propuestas por Brito (Brito y Riera 1995, 2000), las cuales serán introducidas en el esquema desarrollado previamente. Matricialmente las expresiones de los términos del vector de cargas externas están dadas de la siguiente manera :

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ m_A \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \rho b V_0^2 \begin{Bmatrix} C_D \\ C_L \\ C_T \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \rho b V_0^2 \mathbf{B} \begin{Bmatrix} \xi(t) \\ \eta(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \rho b V_0^2 \mathbf{C} \begin{Bmatrix} \dot{\xi}(t) \\ \dot{\eta}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Donde ρ es la densidad del aire, b es una dimensión característica de la estructura, V_0 es la velocidad del flujo de aire, C_D y C_L son los coeficientes de arrastre (drag) y de levantamiento (lift) según las direcciones x e y . El coeficiente de torsión es C_T . La expresión de la ecuación (11), tiene en cuenta además en su segundo término los desplazamientos de la estructura según los ejes x e y , $\xi(t)$ y $\eta(t)$, y los desplazamientos rotacionales $\theta(t)$. En el tercer término de la ecuación (11), podemos observar el vector de velocidades según las direcciones de los

desplazamientos anteriores.

B y **C** constituyen las matrices aerodinámicas que gobiernan el problema y sus términos son los siguientes :

$$b_{11} = 2 C_x (\Phi_x \Phi_{x,x} + \Phi_y \Phi_{y,x}) - \Phi_x C_{x\alpha} (1 + \alpha_o^2) (\Phi_{y,x} - \alpha_o \Phi_{x,x}) \quad (12)$$

$$b_{12} = 2 C_x (\Phi_x \Phi_{x,y} + \Phi_y \Phi_{y,y}) - \Phi_x C_{x\alpha} (1 + \alpha_o^2) (\Phi_{y,y} - \alpha_o \Phi_{x,y}) \quad (13)$$

$$b_{13} = C_x \alpha (\Phi_x^2 + \Phi_y^2) \quad (14)$$

$$b_{21} = 2 C_y (\Phi_x \Phi_{x,x} + \Phi_y \Phi_{y,x}) - \Phi_x C_{y\alpha} (1 + \alpha_o^2) (\Phi_{y,x} - \alpha_o \Phi_{x,x}) \quad (15)$$

$$b_{22} = 2 C_y (\Phi_x \Phi_{x,y} + \Phi_y \Phi_{y,y}) - \Phi_x C_{y\alpha} (1 + \alpha_o^2) (\Phi_{y,y} - \alpha_o \Phi_{x,y}) \quad (16)$$

$$b_{23} = C_y \alpha (\Phi_x^2 + \Phi_y^2) \quad (17)$$

$$b_{31} = b [2 C_M (\Phi_x \Phi_{x,x} + \Phi_y \Phi_{y,x}) - \Phi_x C_{M\alpha} (1 + \alpha_o^2) (\Phi_{y,x} - \alpha_o \Phi_{x,x})] \quad (18)$$

$$b_{32} = b [2 C_M (\Phi_x \Phi_{x,y} + \Phi_y \Phi_{y,y}) - \Phi_x C_{M\alpha} (1 + \alpha_o^2) (\Phi_{y,y} - \alpha_o \Phi_{x,y})] \quad (19)$$

$$b_{33} = b C_{M\alpha} (\Phi_x^2 + \Phi_y^2) \quad (20)$$

$$c_{11} = [-2 C_x \Phi_x - C_{x\alpha} (\Phi_y + \Phi_x \alpha_o^3)] / V_o \quad (21)$$

$$c_{12} = [-2 C_x \Phi_y - C_{x\alpha} \Phi_x (1 + \alpha_o^2)] / V_o \quad (22)$$

$$c_{13} = C_x \dot{\theta} (\Phi_x^2 + \Phi_y^2) \quad (23)$$

$$c_{21} = [-2 C_y \Phi_x - C_{y\alpha} (\Phi_y + \Phi_x \alpha_o^3)] / V_o \quad (24)$$

$$c_{22} = [-2 C_y \Phi_y + C_{y\alpha} \Phi_x (1 + \alpha_o^2)] / V_o \quad (25)$$

$$c_{23} = C_y \dot{\theta} (\Phi_x^2 + \Phi_y^2) \quad (26)$$

$$c_{31} = b [-2 C_M \Phi_x - C_{M\alpha} (\Phi_y + \Phi_x \alpha_o^3)] / V_o \quad (27)$$

$$c_{32} = b [-2 C_M \Phi_y + C_{M\alpha} \Phi_x (1 + \alpha_o^2)] / V_o \quad (28)$$

$$c_{33} = b C_{M\dot{\theta}} (\Phi_x^2 + \Phi_y^2) \quad (29)$$

En las mismas Φ_x y Φ_y son funciones adimensionales que definen el flujo bidimensional, $\Phi_{x,x}$, $\Phi_{x,y}$, $\Phi_{x,\alpha}$, $\Phi_{y,x}$, $\Phi_{y,y}$, $\Phi_{y,\alpha}$ representan las derivadas de las funciones de flujo con respecto a las direcciones indicadas, C_x , C_y , C_M , $C_{x\dot{\theta}}$, $C_{y\dot{\theta}}$, $C_{M\dot{\theta}}$ son los coeficientes aerodinámicos adimensionales y sus derivadas respecto a las variables indicadas y $\alpha_o = \Phi_y / \Phi_x$ es un ángulo de referencia en la expansión en series de Taylor de los coeficientes aerodinámicos.

En trabajo anterior (Totter y Ambrosini, 2007), se describió el procedimiento por el cual a los efectos de trabajar en el dominio de la frecuencia se aplica la transformada de Fourier (FFT) a la ecuaciones (2) y (11), obteniendo un sistema de 24 ecuaciones diferenciales de primer orden, que matricialmente poseen la siguiente expresión:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = \mathbf{A}^* \mathbf{v} + \mathbf{q}^* \quad (30)$$

Esta expresión constituye el sistema original dado por la ecuación (2), modificado por el efecto aeroelástico. La matriz del sistema \mathbf{A}^* puede dividirse en cuatro submatrices:

$$A^* = \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* \\ A_{21}^* & A_{22}^* \end{bmatrix} \quad (31)$$

Las submatrices A_{11}^* , A_{12}^* , A_{21}^* y A_{22}^* se presentan en Apéndice.

5 RESPUESTA ESTRUCTURAL

El procedimiento descrito anteriormente fue implementado en el programa computacional WINDY, en la versión que considera el efecto aeroelástico para el análisis de la estructura estudiada. En este trabajo, se presentan dos ejemplos de análisis dinámico de la respuesta lateral por desprendimiento alternado de vórtices con consideración del efecto aeroelástico, realizado sobre las estructuras que se describirán a continuación:

Ejemplo de aplicación : Chimenea de Hormigón Armado A (D'Asdia y Noé, 1998).

Se determina por simulación, realizada según el modelo propuesto y descrito anteriormente, la respuesta lateral en términos de la aceleración máxima en el extremo superior de la estructura, de una chimenea cilíndrica de hormigón armado de 100m de altura ubicada en la ciudad de Trieste en Italia. La sección transversal de la misma es circular con un diámetro exterior constante de 6.30m. La frecuencia fundamental de la estructura medida in-situ es 0.37 Hz, la cual coincide con la calculada para el modelo numérico que se realizó de la estructura. Se adoptó un coeficiente que define el perfil de variación vertical de la velocidad media $\alpha = 0.15$ y se fijó la intensidad de turbulencia $I=0.10$, basada en las características del terreno circundante.

Con respecto a los coeficientes aerodinámicos utilizados en la simulación del efecto aeroelástico se adoptaron los siguientes valores : $C_D = 1.20$, $C_L = 0.42$ y $C_T = 0.00$.

La chimenea se estudió para dos velocidades de viento diferentes y se realizó la simulación del proceso aleatorio, estacionario, Gausiano y correlacionado en sentido vertical por medio de la utilización de cinco semillas en la generación del registro de viento simulado. Este proceso se repitió para cada velocidad de viento considerada, correspondiendo el proceso para una duración del registro de 655 s.

A modo de ejemplo, se presenta en Figura 1 una gráfica de la respuesta temporal de aceleraciones, correspondientes al extremo superior de la estructura en estudio. La misma corresponde a una de las salidas del proceso de simulación (semilla A), y fueron obtenidas por medio de integración numérica de las respuestas en desplazamientos de la estructura en su extremo superior.

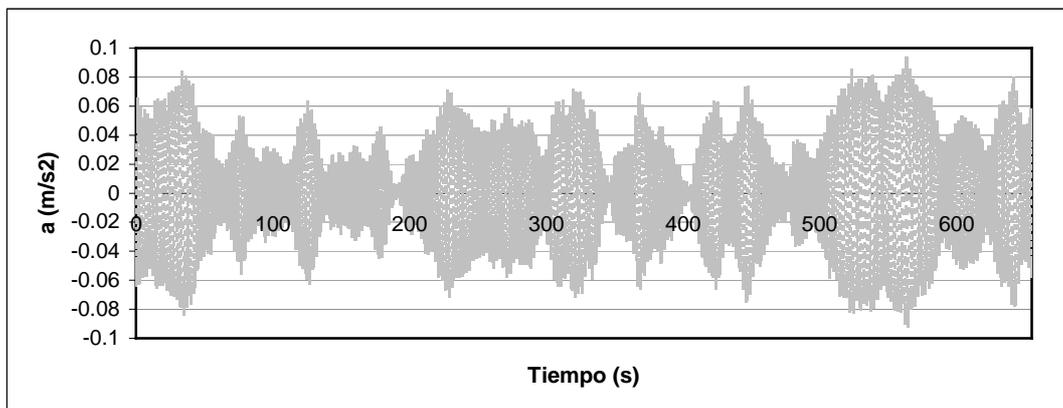


Figura 1 : Respuesta lateral típica de la chimenea. Aceleraciones en el extremo superior

Las máximas aceleraciones obtenidas luego del análisis de la estructura se pueden observar en el Cuadro 1, en el cual figuran además los valores reales medidos en la campaña experimental realizada sobre la chimenea en el trabajo mencionado.

V_{10} (m/s)	V_{top} (m/s)	acel.Máx WINDY (m/s ²)	acel.Máx experimental (m/s ²)
10.50	13.80	0.132	0.165
7.25	9.50	0.086	0.100

Cuadro 1 : Aceleraciones máximas obtenidas y experimentales.

Donde V_{10} es la velocidad media del viento a 10m de altura sobre el nivel del terreno y V_{TOP} es la velocidad media del viento en el extremo superior de la estructura en estudio.

6 CONCLUSIONES

Se ha descrito en este trabajo un esquema de análisis dinámico de estructuras tipo torre, sometidas a acciones aleatorias de viento, con consideración del efecto aeroelástico en la vibración transversal por desprendimiento alternado de vórtices. El esquema permite la consideración de distintos tipos de modelos constitutivos viscoelásticos lineales y permite variar la distribución espacial de las fuerzas disipativas.

La consideración del efecto aeroelástico en el modelo se realiza a través de la introducción en el problema de los coeficientes aerodinámicos adecuados a la sección transversal estudiada y su variación en función del ángulo de incidencia del viento. El flujo de aire bidimensional es considerado por medio de las funciones de flujo que lo definen y sus respectivas derivadas en las dos direcciones del flujo y en la dirección rotacional.

El ejemplo numérico presentado, permite observar la adecuada descripción de la respuesta dinámica transversal de la estructura estudiada, en términos de sus aceleraciones máximas en el extremo superior de la misma. La propuesta presenta flexibilidad y generalidad y permite el análisis de vibraciones transversales debidas a desprendimientos de vórtices, considerando el efecto aeroelástico en términos de cualquiera de las variables de respuesta descriptas.

APÉNDICE

Submatriz A_{11}^*

0	1	$1/k_y F_t G \mu_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$-1/EJ_x \mu_1$	0	0	0	0	0	0	0	0
$-\rho F_t \omega^2 - k_1 b_{22}$	0	0	0	$-k_1 b_{21}$	0	0	0	$\rho F_t \omega^2 a_x - k_1 b_{23}$	0	0	0
0	$\rho J_x \omega^2$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	$1/k_x F_t G \mu_1$	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	$1/EJ_y \mu_1$	0	0	0	0
$-k_1 b_{12}$	0	0	0	$-\rho F_t \omega^2 - k_1 b_{11}$	0	0	0	$-\rho F_t \omega^2 a_y + k_1 b_{13}$	0	0	0
0	0	0	0	0	$-\rho J_y \omega^2$	-1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-1/EJ_\phi \mu_1$
$\rho F_t \omega^2 a_x - k_1 b_{32}$	0	0	0	$-\rho F_t \omega^2 a_y - k_1 b_{31}$	0	0	0	$-\rho F_t \omega^2 r^2 - k_1 b_{33}$	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\rho J_\phi \omega^2 - GJ_d$	1	0

Submatriz A_{12}^*

0	0	$\mu/k_y F_t G \mu_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$-\mu/EJ_x \mu_1$	0	0	0	0	0	0	0	0
$k_{1\omega c22}$	0	0	0	$k_{1\omega c21}$	0	0	0	$k_{1\omega c23}$	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	$\mu/k_x F_t G \mu_1$	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	$\mu/EJ_y \mu_1$	0	0	0	0
$k_{1\omega c12}$	0	0	0	$k_{1\omega c11}$	0	0	0	$k_{1\omega c13}$	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\mu/EJ_\phi \mu_1$
$k_{1\omega c32}$	0	0	0	$k_{1\omega c31}$	0	0	0	$k_{1\omega c33}$	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	μGJ_d	0	0

Submatriz A_{21}^*

0	0	$-\mu/k_y F_t G \mu_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$\mu/EJ_x \mu_1$	0	0	0	0	0	0	0	0
$k_1 \omega_{c22}$	0	0	0	$k_1 \omega_{c21}$	0	0	0	$k_1 \omega_{c23}$	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	$-\mu/k_x F_t G \mu_1$	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	$-\mu/EJ_y \mu_1$	0	0	0	0
$k_1 \omega_{c12}$	0	0	0	$k_1 \omega_{c11}$	0	0	0	$k_1 \omega_{c13}$	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mu/EJ_\theta \mu_1$
$k_1 \omega_{c32}$	0	0	0	$k_1 \omega_{c31}$	0	0	0	$k_1 \omega_{c33}$	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\mu G J_d$	0	0

Submatriz A_{22}^*

0	1	$1/k_y F_t G \mu_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$-1/EJ_x \mu_1$	0	0	0	0	0	0	0	0
$-\rho F_t \omega^2 - k_1 b_{22}$	0	0	0	$-k_1 b_{21}$	0	0	0	$\rho F_t \omega^2 a_x - k_1 b_{23}$	0	0	0
0	$\rho J_x \omega^2$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	$1/k_x F_t G \mu_1$	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	$1/EJ_y \mu_1$	0	0	0	0
$-k_1 b_{12}$	0	0	0	$-\rho F_t \omega^2 - k_1 b_{11}$	0	0	0	$-\rho F_t \omega^2 a_y - k_1 b_{13}$	0	0	0
0	0	0	0	0	$-\rho J_y \omega^2$	-1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-1/EJ_\phi \mu_1$
$\rho F_t \omega^2 a_x - k_1 b_{32}$	0	0	0	$-\rho F_t \omega^2 a_y - k_1 b_{31}$	0	0	0	$-\rho F_t \omega^2 r^2 - k_1 b_{33}$	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\rho J_\phi \omega^2 - GJ_d$	1	0

REFERENCIAS

- Ambrosini, R.D., J.D. Riera and R.F. Danesi, Dynamic Analysis of Thin-Walled and Variable Open Section Beams with Shear Flexibility. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38(17) pp. 2867-2885, 1995.
- Ambrosini, R.D., J.D. Riera and R.F. Danesi, Analysis of Structures Subjected to Random Wind Loading. *Jubileum Conference on Wind Effects on Buildings and Structures, WEBS 98, Gramado, Brasil*, Vol II, pag. 101-108, 1998.
- Brito, J. L. V. and J. D. Riera, Aerodynamic instability of cylindrical bluff bodies in non-homogeneous flow. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **57**, 81-96 (1995)
- Brito, J. L. V. and J. D. Riera, A novel experimental approach for the determination of aerodynamic coefficients for aeroelastic instability studies. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 84, 289-305 (2000).
- Chen X., M. Matsumoto and A. Kareem, Time Domain Flutter and Buffeting Response Analyses of Bridges. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, **126**, 7-16 (2000).
- Cooper, K. R., M. Nakayama, Y. Sasaki, A. A. Fediw, S. Resende-Ide and S. J. Zan, Unsteady aerodynamic force measurements on a super-tall building with a tapered cross section. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **72**, 199-212 (1997).
- D'Asdia, P. and Noé, S., Vortex induced vibrations of reinforced concrete chimneys: in situ experimentations and numerical previsions. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 74-76 (1998) 765-776.
- Davenport, A.G., The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds. *J. Roy Meteorol. Soc.*, 87, pp.199-211, 1961.
- Davenport, A.G., The dependence of wind loads upon meteorological parameters. *Proc. Int. Seminar Wind Effects on Buildings and Structures, Univ. of Toronto Press, Toronto*, pp.19-82, 1992.
- Hudson, D., T. Reinhold, P. Vickery and R. H. Scanlan, Retrofitting aerodynamic performance of bridges. Analysis and testing. *Proc. Structures Congress 89, San Francisco, USA, ASCE*, 91-100 (1989).
- Prenninger, P.H., Generation of wind records considering the statistical properties of wind spectra. *Z. Angew. Math. Mech.*, 68(1), pp. 334-336, 1988.
- Pestel, E., and F. Leckie, *Matrix Methods in Elastomechanics*, McGraw-Hill, NY, 1963.
- Riera, J.D., and R.D. Ambrosini, Analysis of structures subjected to random loading using the transfer matrix or numerical integration methods. *Engineering Structures*, 14(3), pp. 176-179, 1992.
- Totter, E., Ambrosini, D., Consideración del efecto aeroelástico en estructuras tipo torre sometidas a acciones de viento. *Mecánica Computacional Vol. XXVI*. 2007
- Vickery, B.J., and Basu, R.I., Across-Wind Vibrations of Structures of Circular Cross-Section, Parts I and II. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 12, pp. 49-97. 1983.
- Vickery, B.J., Wind loads and design criteria for chimneys. In A. Davenport & J. Riera (eds.) *Jubileum Conference of Wind Effects on Buildings and Structures, Gramado RS, Brazil*, Vol. I, pag. 273-296. 1998.
- Scanlan, R. H. and N. P. Jones, A minimum design methodology for evaluating bridge flutter and buffeting response. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **36**, 1341-1353 (1990).
- Larsen, A., Advances in aeroelastic analyses of suspension and cable-stayed bridges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **74-76**, 73-90 (1998).