

AJUSTE EXPERIMENTAL DE PERFILES DE SUELO A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE FASES ESPACIALES DE ONDAS SUPERFICIALES

Marcelo A. Ceballos^a y Carlos A. Prato^a

*^aDepartamento de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales,
Universidad Nacional de Córdoba, Vélez Sarsfield 1611, X5016GCA, Córdoba, Argentina,
<http://www.efn.unc.edu.ar/departamentos/estruct>*

Palabras clave: perfiles de suelo, curvas de dispersión, ajuste de parámetros mecánicos, análisis espectral de ondas superficiales.

Resumen. Las técnicas experimentales para la determinación de las características dinámicas de perfiles de suelo en el sitio de emplazamiento de grandes obras poseen amplia difusión en la actualidad. El análisis espectral de ondas superficiales (SASW, siglas en inglés) se destaca entre estas técnicas debido al limitado equipamiento requerido y a que no resulta necesario realizar perforaciones. Sin embargo, la técnica SASW presenta algunas limitaciones asociadas a las hipótesis que se adoptan para la construcción de la curva de dispersión. Esta técnica sólo permite una determinación exacta del perfil de ondas de corte en casos donde la rigidez del suelo aumenta o se mantiene constante con la profundidad, dado que pierde resolución cuando existen estratos blandos debajo de estratos más duros. La curva de dispersión experimental resulta en rigor dependiente de la separación entre los transductores utilizados para el registro de las ondas superficiales; la falta de unicidad de esta curva se relaciona con la variación de la velocidad de grupo del perfil que depende de la contribución de los modos de propagación involucrados y de la ubicación de los transductores. Este trabajo presenta una técnica de ajuste que utiliza múltiples puntos de medición sobre el terreno a través de los cuales se construye una superficie que posee dos variables independientes: la frecuencia excitatriz de la fuente y la velocidad de propagación de ondas superficiales. Las ordenadas de esta superficie designada “dispersión de fase espacial” adoptan valores que varían entre 0 y 1 independientemente del número de transductores. La superficie presenta valores mínimos en correspondencia con las velocidades de propagación dominantes que varían con la frecuencia excitatriz y se relacionan íntimamente con la curva de dispersión de la técnica SASW. La minimización de la diferencia entre la dispersión de fase analítica y experimental permite el ajuste de la velocidad de ondas de corte de los distintos estratos del perfil de suelo incluso en el caso de estratos blandos debajo de estratos duros. La variabilidad de la velocidad de grupo con la separación y el número de transductores se considera en forma explícita durante el proceso de ajuste no siendo necesario forzar, como en la técnica SASW, la construcción de una curva única de dispersión válida para todo el conjunto de datos experimentales.

1 INTRODUCCION

La técnica SASW (Stokoe et al., 1994) posee una amplia difusión debido a la rapidez de ejecución con la que permite la caracterización, con un grado de precisión adecuado, del perfil mecánico de un sitio sobre el cual se proyecta la construcción de una obra. Las prestaciones de la esta técnica y algunas variantes utilizando múltiples transductores se estudian en las tesis doctorales de Foti (2000), Roma (2001), Orozco (2004) y Yoon (2005) entre otras. La técnica SASW se basa en el ajuste de la velocidad de ondas de corte de estratos horizontales y paralelos, de espesor, densidad y coeficiente de Poisson conocidos, de forma tal de minimizar la diferencia entre la curva de dispersión experimental y su contraparte analítica. Las curvas de dispersión se obtienen asumiendo que el movimiento de la superficie del terreno posee una contribución ampliamente dominante del primer modo de propagación de ondas de Rayleigh. Esta hipótesis resulta adecuada en perfiles de suelo que presentan un aumento de la rigidez con la profundidad, ya que, de lo contrario, se torna relevante la contribución de los modos superiores de propagación haciendo cuestionables los resultados del ajuste. Una descripción del efecto de múltiples modos en la propagación sobre las ondas superficiales se realiza en el trabajo de Tokimatsu, Tamura y Kojima (1992). En el trabajo de Xia y colaboradores (2003) se demuestra que el proceso de inversión se estabiliza y la resolución del perfil de velocidades se mejora cuando se invierten simultáneamente los datos del modo fundamental y los modos superiores. La utilización del modelo modal completo del perfil de suelos para simular los resultados del ensayo no es nueva (Ganji y colaboradores, 1998), aunque los investigadores abandonaron esta línea debido al elevado costo computacional de este procedimiento. Esta es la idea detrás de la técnica propuesta en el presente trabajo que involucra el ajuste de la totalidad de los modos utilizando una variante de la “formulación de capas delgadas” (Kausel, 1981) con precisión mejorada y manteniendo un bajo costo computacional.

La etapa experimental de la técnica propuesta se basa en los trabajos de Park, Miller y Xia (1999), Zhang y colaboradores (2003), y Lin y Chang (2004) que estudian las ventajas de la utilización de múltiples transductores para el registro de ondas propagadas sobre la superficie del terreno. La etapa analítica que involucra el ajuste del modelo analítico de un perfil de suelo se basa en una función utilizada por los autores de este trabajo en el dominio de la frecuencia (Ceballos y colaboradores, 1998), esta vez aplicada en el dominio espacial con la designación de “dispersión de la fase espacial” de la respuesta en los puntos de medición sobre la superficie. Esta función involucra implícitamente los modos superiores de propagación proporcionando a la técnica propuesta la capacidad de ajuste de perfiles de suelo con la presencia de estratos blandos debajo de estratos duros. La dispersión de fase espacial toma valores teóricos entre 0 y 1, y se representa a través de una superficie que varía en función de dos parámetros: el período excitatriz y la velocidad de propagación. El período excitatriz se utiliza en lugar de la frecuencia excitatriz dado que la discretización con incrementos fijos de esta variable produce una adecuada distribución de la información espectral; de hecho, para el caso de un semiespacio homogéneo el período excitatriz escalado con su velocidad de propagación coincide con la longitud de onda utilizada habitualmente en la técnica SASW. La dispersión de fase espacial presenta valores mínimos para cada período excitatriz en correspondencia con las velocidades de propagación dominantes; de esta forma, la curva que pasa por el “valle” de esta superficie se relaciona con versiones de la curva de dispersión designadas por algunos autores (Foti, 2000, Roma, 2001, Zhang y colaboradores, 2003) como “efectivas” o “aparentes” dado que poseen contribuciones de varios patrones de ondas superficiales y de cuerpo. En general, estas curvas dependen de la separación y el número de puntos muestreados sobre la superficie del terreno que condicionan el peso relativo

de cada modo de propagación. Una ventaja práctica de la función propuesta es que su determinación experimental resulta directa y trivial, no requiriendo la intervención del analista como suele suceder durante el proceso de “desplegado” de la fase espectral para la obtención de curvas de dispersión. Esto resulta posible dado que los valores para cada frecuencia de la dispersión de fase espacial no dependen de los valores de frecuencias vecinas. Los valles espúreos que aparecen claramente en esta superficie debidos al *aliasing* espacial pueden distinguirse fácilmente del valle principal considerando los parámetros de discretización espacial que definen el número de onda de corte.

2 MODELO DEL PERFIL DE SUELO

El modelo analítico utilizado en el procedimiento propuesto para reproducir las mediciones experimentales a través del ajuste de parámetros mecánicos del perfil de suelo tiene una base común con el modelo utilizado por la técnica SASW. Una diferencia importante radica en el modelado del semiespacio sobre el que apoyan los distintos estratos del perfil de suelo.

2.1 Matrices de rigidez para suelos estratificados

Los trabajos de Kausel (1981), y Kausel y Roësset (1981) presentan las matrices “exactas” en el dominio del número de onda k de la respuesta en los extremos de estratos horizontales y paralelos apoyados sobre un semiespacio inferior homogéneo. La respuesta en el dominio espacial caracterizado por la coordenada radial ρ ó x se obtiene a través de la Transformada de Hankel de la respuesta en el dominio k (operación que resulta computacionalmente costosa).

La “formulación de capas delgadas” propuesta por los autores de estos trabajos permite que los coeficientes de estas matrices pasen de ser funciones trascendentales de k a polinomios cuadráticos de k :

$$\begin{aligned} K &= Ak^2 + Bk + G - \omega^2 M \\ &= Ak^2 + Bk + C \quad \text{donde: } C = G - \omega^2 M \end{aligned} \quad (1)$$

donde ω representa la frecuencia excitatriz en rad/seg. La matriz K se construye a través del ensamble de las matrices elementales de L estratos que vinculan las interfaces genéricas 1 y 2 satisfaciendo la siguiente ecuación de equilibrio:

$$\begin{bmatrix} K_{xx}^{11} & K_{xz}^{11} & K_{xx}^{12} & K_{xz}^{12} \\ K_{zx}^{11} & K_{zz}^{11} & K_{zx}^{12} & K_{zz}^{12} \\ \hline K_{xx}^{21} & K_{xz}^{21} & K_{xx}^{22} & K_{xz}^{22} \\ K_{zx}^{21} & K_{zz}^{21} & K_{zx}^{22} & K_{zz}^{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_x^1 \\ U_z^1 \\ U_x^2 \\ U_z^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_x^1 \\ P_z^1 \\ P_x^2 \\ P_z^2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

donde x representa la coordenada radial y z representa la coordenada vertical. La respuesta sobre un plano vertical en el dominio k se obtiene como:

$$K \cdot U = P \quad \Rightarrow \quad U = K^{-1} \cdot P = F \cdot P \quad (3)$$

La resolución del problema de autovalores del sistema ensamblado:

$$(Ak_l^2 + Bk_l + C)\Phi_l = 0 \quad (4)$$

permite expresar la respuesta espacial a través de la superposición de los distintos modos de propagación en forma cerrada evitando la aplicación explícita de la Transformada de Hankel. El desplazamiento vertical en la superficie U_z en los dominios de número de onda k y espacial

ρ se expresa entonces como:

$$U_z(k) = \sum_{l=1}^{2L} \frac{\Phi_{z,l}^2}{(k^2 - k_l^2)} \quad \Leftrightarrow \quad U_z(\rho) = \frac{1}{4i} \cdot \sum_{l=1}^{2L} \Phi_{z,l}^2 \cdot H_0^{(2)}(k_l \rho) \quad (5)$$

donde L es el número de estratos, k_l representa los autovalores y $\Phi_{z,l}$ representa la componente vertical en la superficie de los autovectores.

Las matrices “discretas” de la formulación de capas delgadas presentan buena precisión para espesores pequeños en relación a la longitud de onda de análisis λ , y pueden discretizarse en substratos hasta alcanzar la exactitud deseada. La discretización adecuada de las capas de suelo depende de la velocidad de ondas de corte del estrato V_S debiendo cumplir con la siguiente condición:

$$\begin{aligned} \Delta h &\leq \lambda/10 \\ &\leq V_S / (10 \cdot f) \end{aligned} \quad (6)$$

donde f representa la frecuencia excitatriz en Hz. El valor 1/10 adoptado empíricamente en (6) representa un valor conservador respecto a los valores 1/5 ~ 1/8 normalmente utilizados para la discretización de elementos finitos de modelos de sistemas con interacción suelo-estructura. Este valor se utiliza para obtener una mayor precisión que la aceptada para la respuesta dinámica de este tipo de sistemas sin un incremento apreciable del costo computacional.

El impacto dado en la superficie del terreno durante la fase experimental se asume como una carga puntual vertical. La solución analítica de la respuesta producida por esta carga (problema de Pekeris) que se encuentra en el trabajo de Kausel (2006) permite chequear las soluciones numéricas obtenidas con matrices aproximadas utilizadas para los estratos y el semiespacio homogéneo. La carga puntual vertical se describe en los dominios k y ρ como:

$$P_z(k) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P_z(\rho) = \delta(\rho) / \rho \quad (7)$$

Por lo tanto, la respuesta vertical sobre la superficie en el dominio k resulta igual a la primer componente vertical de la diagonal principal de la matriz de flexibilidad dada en (3).

2.2 Matrices aproximadas para el semiespacio homogéneo

El semiespacio se modela en la formulación de capas delgadas utilizando 8~10 estratos con espesor creciente en profundidad hasta alcanzar un espesor total igual a 1.5 veces la longitud de onda del modo fundamental de propagación donde ocurren los desplazamientos dominantes. Este artificio reproduce con precisión el modo fundamental por lo que resulta adecuado para la construcción de la curva de dispersión analítica de la técnica SASW. Sin embargo, el artificio produce además la aparición de otros modos espúreos que distorsionan la respuesta en el dominio espacial, en forma más severa para mayores distancias desde el punto de aplicación de la carga impulsiva. La Figura 1 muestra coeficientes adimensionales de la flexibilidad en función del número de onda adimensional para desplazamientos horizontal (izquierda) y vertical (derecha). Los coeficientes aproximados poseen parte imaginaria nula.

La obtención de la dispersión de fase espacial requiere una buena aproximación de la respuesta en el dominio espacial a través de matrices del subespacio con la misma estructura de las matrices para capas delgadas. Este requisito permite seguir evitando la aplicación explícita de la Transformada de Hankel computacionalmente costosa.

La aproximación de flexibilidades dinámicas a través de cocientes de polinomios se utiliza exhaustivamente en el área del análisis modal experimental. Las mismas técnicas pueden

utilizarse para reproducir soluciones analíticas complejas (Wolf, 1994). El trabajo de Ceballos y Prato (2002), y la tesis doctoral de Ceballos (2004) presentan varios casos donde las respuestas de sistemas con interacción suelo-estructura se aproximan a través de técnicas de análisis modal experimental.

La aplicación de un procedimiento de optimización ha permitido la obtención de matrices discretas que reproducen con buena precisión las curvas de flexibilidad dinámica del semiespacio tal como puede apreciarse en la Figura 2. Dicha optimización parte del modelado del semiespacio a través de 5 estratos de espesor creciente en profundidad. Los parámetros modales extraídos de la matriz global del semiespacio se ajustan luego a través de pequeños pasos de iteración hasta alcanzar la convergencia. La adimensionalización de los resultados permite utilizar las matrices ajustadas para diferentes valores de la velocidad de ondas de corte, aunque debe repetirse el proceso de optimización para diferentes valores del coeficiente de Poisson y, eventualmente, para diferentes valores de amortiguamiento histerético. Estas matrices pueden incorporarse luego en una base de datos durante el ajuste de las velocidades de ondas de corte de los estratos del perfil de suelo.

Las componentes de las formas modales no pueden tomar valores arbitrarios dado que se rompería la estructura especial que poseen las matrices de los estratos (Kausel, 1981). Por lo tanto, el proceso de optimización debe incorporar restricciones a las formas modales para mantener dicha estructura que permite pasar del dominio k al dominio ρ en forma analítica. Este tipo de restricciones también deben satisfacerse por las formas modales complejas de sistemas mecánicos con amortiguamiento no-clásico cuyas ecuaciones de movimiento se expresan a través de la formulación en espacio de estado. Los trabajos de Garvey, Penny y Friswell (1998), y Garvey, Friswell y Penny (1999) presentan estudios detallados de este tipo de sistemas que requieren el cumplimiento de la denominada “restricción fundamental”.

Las matrices del semiespacio que producen las curvas de la Figura 2 se presentan a continuación (a los efectos de ilustrar la forma particular que adquieren):

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12}^T & I \end{bmatrix} \quad A_{11} = \begin{bmatrix} 4.604 + 0.261i & 0 \\ 0 & 0.453 + 0.027i \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0.230 - 0.012i & 0 & 1.839 + 0.086i & 0 & -0.825 + 0.036i & 0 & 0.242 + 0.089i & 0 \\ 0 & 0.456 - 0.319i & 0 & 0.013 - 0.310i & 0 & 0.448 + 0.507i & 0 & 0.282 - 0.082i \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{12}^T & B_{22} \end{bmatrix} \quad B_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0.483 - 0.328i \\ 0.483 - 0.328i & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$B_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0.394 - 0.718i & 0 & -0.646 - 0.457i & 0 & 0.056 - 0.458i & 0 & -0.437 - 0.102i \\ -0.226 + 1.353i & 0 & 0.791 - 0.218i & 0 & 0.090 + 0.159i & 0 & 0.242 - 0.012i & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$B_{22} = \begin{bmatrix} 0 & -0.816 - 0.134i & 0 & -0.511 - 0.080i & 0 & 0.216 - 0.209i & 0 & -0.116 - 0.174i \\ -0.816 - 0.134i & 0 & 0.177 + 0.043i & 0 & -0.239 + 0.054i & 0 & 0.075 - 0.276i & 0 \\ 0 & 0.177 + 0.043i & 0 & -0.269 - 0.012i & 0 & 0.070 - 0.294i & 0 & -0.208 - 0.044i \\ -0.511 - 0.080i & 0 & -0.269 - 0.012i & 0 & -0.025 + 0.112i & 0 & 0.231 - 0.165i & 0 \\ 0 & -0.239 + 0.054i & 0 & -0.025 + 0.112i & 0 & 0.234 + 0.030i & 0 & -0.072 - 0.042i \\ 0.216 - 0.209i & 0 & 0.070 - 0.294i & 0 & 0.234 + 0.030i & 0 & 0.133 + 0.075i & 0 \\ 0 & 0.075 - 0.276i & 0 & 0.231 - 0.165i & 0 & 0.133 + 0.075i & 0 & -0.276 + 0.023i \\ -0.116 - 0.174i & 0 & -0.208 - 0.044i & 0 & -0.072 - 0.042i & 0 & -0.276 + 0.023i & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

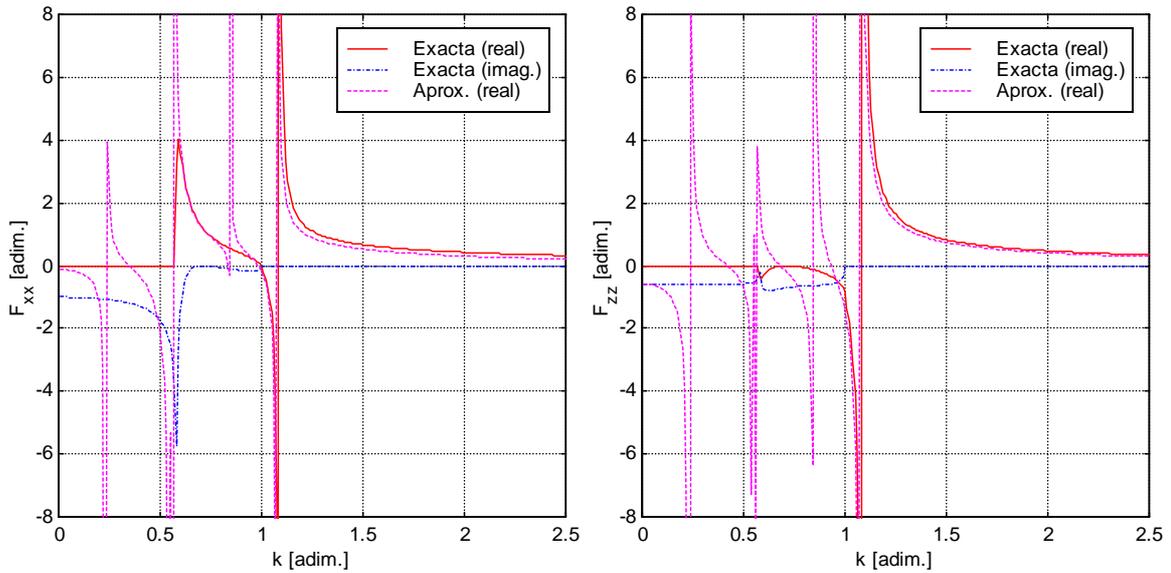


Figura 1. Flexibilidad aproximada de un semiespacio homogéneo ($\nu = 0.25$).

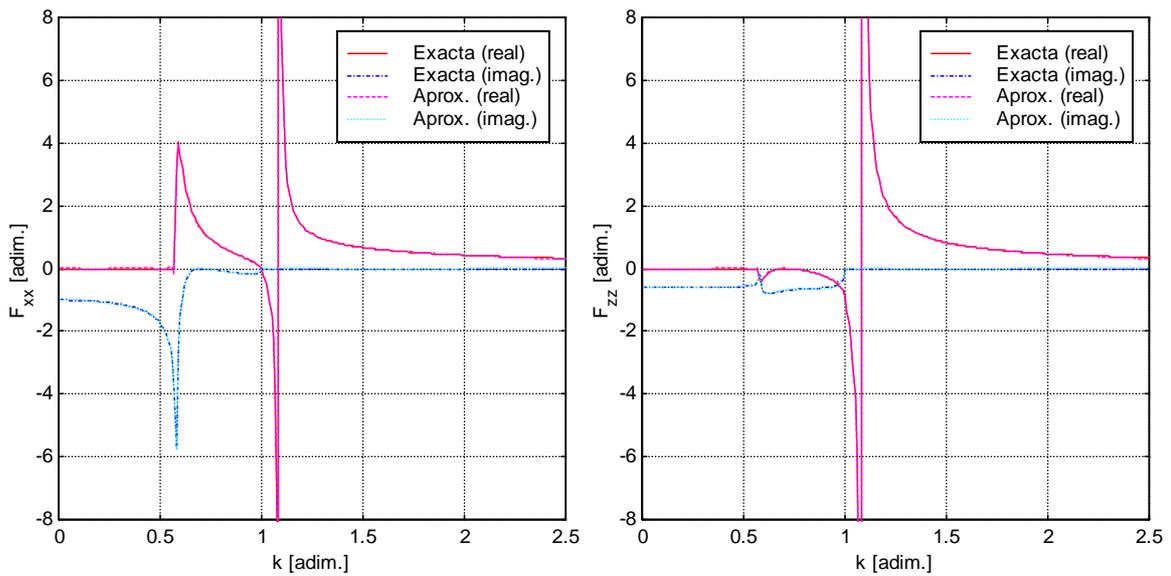


Figura 2. Flexibilidad mejorada de un semiespacio homogéneo ($\nu = 0.25$).

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12}^T & C_{22} \end{bmatrix} \quad C_{11} = \begin{bmatrix} -0.631+1.099i & 0 \\ 0 & 0.546-0.359i \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$C_{12} = \begin{bmatrix} 0.213+0.245i & 0 & -0.198+0.330i & 0 & 0.124-0.251i & 0 & -0.177-0.092i & 0 \\ 0 & 0.531-0.832i & 0 & -0.452-0.278i & 0 & -0.253-0.376i & 0 & -0.578-0.068i \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$C_{22} = \text{diag} \left[\begin{bmatrix} 1.574+0.931i & 0.388-0.544i & 0.137+0.162i & -0.402+0.290i & \dots \\ -0.325+0.113i & -1.037+0.264i & -0.481-0.005i & -0.927-0.022i & \dots \end{bmatrix} \right] \quad (15)$$

Los grados de libertad 3 a 10 en la forma presentada se han transformado en grados de libertad “generalizados” (no físicos) que sólo cumplen la función de “extender” el modelo modal a los efectos de mejorar la capacidad de aproximación de las curvas de flexibilidad.

3 DISPERSIÓN DE FASE ESPACIAL

El ajuste de las velocidades de ondas de corte de los distintos estratos se realiza en base a la minimización de la diferencia de algunos valores de las versiones analítica y experimental de la dispersión de fase espacial. La forma de esta función depende de la configuración y el número de transductores utilizados. La Figura 3 muestra la disposición sugerida para M sensores uniaxiales colocados en posición vertical sobre la superficie del terreno. El parámetro s representa la separación de los transductores entre sí al igual que la distancia entre el punto de impacto y el primer (o último) transductor. Dicho parámetro s se duplica luego de la realización de 5 a 10 impactos en cada extremo de la línea de transductores.

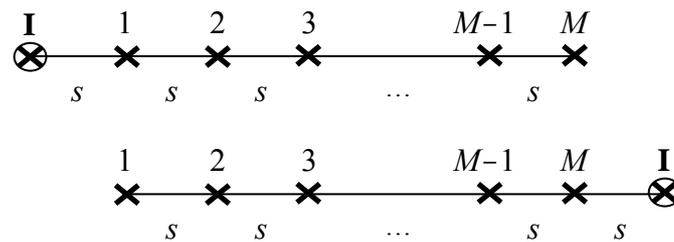


Figura 3. Disposición de transductores sobre la superficie del terreno.

Las principales ventajas de tomar registros del movimiento del terreno sólo en la dirección vertical se indican a continuación:

- Las amplitudes verticales resultan mayores que las horizontales presentando una mejor relación señal/ruido.
- Se dispone de una mayor cantidad de puntos de medición distribuidos sobre el terreno para el mismo número de canales.
- La relación entre las componentes horizontales y verticales del movimiento del terreno suele ser sensible frente al amortiguamiento material, lo que podría dificultar el ajuste del perfil de suelo.

3.1 Definición analítica

La versión analítica de la dispersión de fase espacial se construye con la fase espacial relativa entre transductores como se explica a continuación:

- La fase de la respuesta espacial para cada período (ó frecuencia) excitatriz i de cada transductor m se “sincroniza” para cada velocidad de propagación j en función de la distancia ρ_m a un punto de referencia dividiendo la respuesta espectral U_{im} por la función de Hankel $H_0^{(2)}$:

$$\bar{U}_{ijm} = \frac{U_{im}}{H_0^{(2)}(\omega_i/V_j \cdot \rho_m)} \quad (16)$$

- La fase espacial relativa para cada período excitatriz i y cada velocidad de propagación j de cada transductor m es igual al ángulo de cada una de estas amplitudes complejas:

$$\varphi_{ijm} = \text{angle}(\bar{U}_{ijm}) \quad (17)$$

- La dispersión de fase espacial de la frecuencia i y la velocidad j se evalúa relacionando la fase espacial relativa de transductores genéricos m y n de la siguiente forma:

$$\Gamma_{ij} = \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=m+1}^M \frac{(\sin \varphi_{ijm} - \sin \varphi_{ijn})^2 + (\cos \varphi_{ijm} - \cos \varphi_{ijn})^2}{M^2} \quad n > m \quad (18)$$

ó en función de las amplitudes espectrales transformadas a amplitudes espaciales:

$$\Gamma_{ij} = \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=m+1}^M \frac{1}{M^2} \left[\frac{\bar{U}_{ijm}}{|\bar{U}_{ijm}|} - \frac{\bar{U}_{ijn}}{|\bar{U}_{ijn}|} \right] \left[\frac{\bar{U}_{ijm}^*}{|\bar{U}_{ijm}|} - \frac{\bar{U}_{ijn}^*}{|\bar{U}_{ijn}|} \right] \quad (19)$$

$$\Gamma_{ij} = \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=m+1}^M \frac{1}{M^2} \left[2 - \frac{\bar{U}_{ijm} \bar{U}_{ijn}^* + \bar{U}_{ijn} \bar{U}_{ijm}^*}{\sqrt{|\bar{U}_{ijm}| |\bar{U}_{ijn}| |\bar{U}_{ijn}^*| |\bar{U}_{ijm}^*|}} \right] \quad (20)$$

Desde el punto de vista experimental, la expresión más conveniente involucra densidades espectrales cruzadas que permiten el promedio de los registros de las distintas pruebas y la reducción de la influencia de ruidos experimentales:

$$\Gamma_{ij} = \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=m+1}^M \frac{1}{M^2} \left[2 - \frac{S_{ijmn} + S_{ijnm}}{\sqrt{S_{ijmn} S_{ijnm}}} \right] \quad (21)$$

La sincronización de la fase espacial en la ecuación (16) podría realizarse a través de la una exponencial compleja, asumiendo un modelo 2D de propagación de ondas, como:

$$\bar{U}_{ijm} = \frac{U_{im}}{\exp(i \omega_i / V_j \cdot \rho_m)} \quad (22)$$

Sin embargo, la función de Hankel representa mejor la propagación en 3D, en especial, en cercanías de la fuente excitatriz. De hecho, la solución analítica del desplazamiento vertical sobre un semiespacio homogéneo presentada en el trabajo de Lamb (1904) resulta:

$$U_z(k) = \frac{\Phi_R^2}{(k^2 - k_R^2)} \quad \Leftrightarrow \quad U_z(\rho) = \frac{1}{4i} \cdot \Phi_R^2 \cdot H_0^{(2)}(k_R \rho) \quad (23)$$

con

$$\Phi_R^2 = \frac{1}{G} \frac{k_S^2 (k_R^2 - k_P^2) \sqrt{(k_R^2 - k_S^2)}}{8k_R^4 - 6k_R^2 (k_P^2 + k_S^2) + 4k_P^2 k_S^2 + (4k_S^2 - 8k_R^2) \sqrt{(k_R^2 - k_P^2) (k_R^2 - k_S^2)}} \quad (24)$$

$$G = \delta V_S^2 \quad ; \quad k_P = \omega / V_P \quad ; \quad k_S = \omega / V_S \quad ; \quad k_R = \omega / V_R \quad (25)$$

donde δ es la densidad del semiespacio, y V_P , V_S y V_R son las velocidades de propagación de las ondas P, S y de Rayleigh, respectivamente.

Una forma de representación conveniente de la dispersión de fase espacial es a través de curvas de nivel en función del periodo excitatriz y la velocidad de propagación. A los efectos de ilustrar la forma que adquiere esta función se presentan 3 perfiles descritos en la [Tabla 1](#). El caso A se trata de un estrato de 4 m de espesor con $V_S = 200$ m/s apoyado sobre un semiespacio homogéneo con $V_S = 400$ m/s. El caso B considera un estrato de 4 m de espesor con $V_S = 400$ m/s apoyado sobre un semiespacio homogéneo con $V_S = 200$ m/s. El caso C representa un estrato de 4 m de espesor con $V_S = 200$ m/s apoyado sobre otro estrato de 4 m

de espesor con $V_S = 400$ m/s, que a su vez se apoya sobre un semiespacio homogéneo con $V_S = 200$ m/s. En todos los casos se adopta una densidad de $\delta = 2.0$ tn/m³ y un coeficiente de Poisson de $\nu = 1/3$.

Estrato	Espesor [m]	Velocidad de ondas de corte [m/s]		
		Caso A	Caso B	Caso C
1	4	200	400	200
2	4	–	–	400
Semiesp.	∞	400	200	200

Tabla 1. Casos de estudio de la dispersión de fase espacial.

La Figura 4 a la Figura 6 presentan la dispersión de fase espacial que se obtiene utilizando 8 transductores con distintas separaciones para los casos descritos en la Tabla 1. En estas figuras puede observarse claramente la dependencia de la velocidad de propagación dominante (línea continua gruesa negra) con la separación de los transductores. La zona que se encuentra sobre la línea de trazos (roja) representa longitudes de onda mayores a la distancia entre el impacto y el último transductor. La zona que se encuentra por debajo de la línea de trazos y puntos (azul) representa longitudes de onda con un muestreo deficiente que pueden resultar afectadas por el fenómeno de *aliasing* (observar las bandas de dispersión de fase espacial mínima no vinculadas a velocidades de propagación dominantes). La zona de valores recomendados para el ajuste se encuentra comprendida entre ambas líneas descriptas, aunque pueden extenderse ligeramente hacia arriba-derecha, en función de la confianza brindada por la coherencia espectral, y/o hacia abajo-izquierda, identificando explícitamente las bandas de *aliasing*. La posición de estas líneas delimitantes depende del número y la separación de los transductores de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$\left. \begin{aligned} V_{MAX} &= Ms/T && \text{línea de trazos roja (longitud de onda completa)} \\ V_{MIN} &= 2s/T && \text{línea de trazos y puntos azul (aliasing)} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

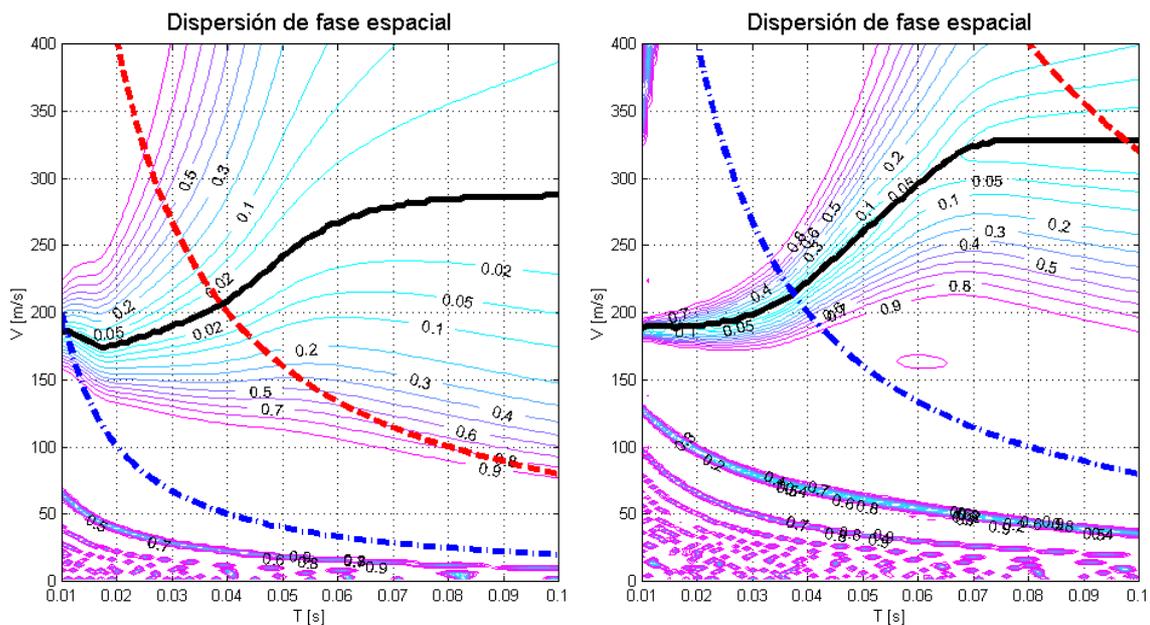


Figura 4. Dispersión de fase espacial para el caso A: 8 transductores separados 1 m (izq.) y 4 m (der.).

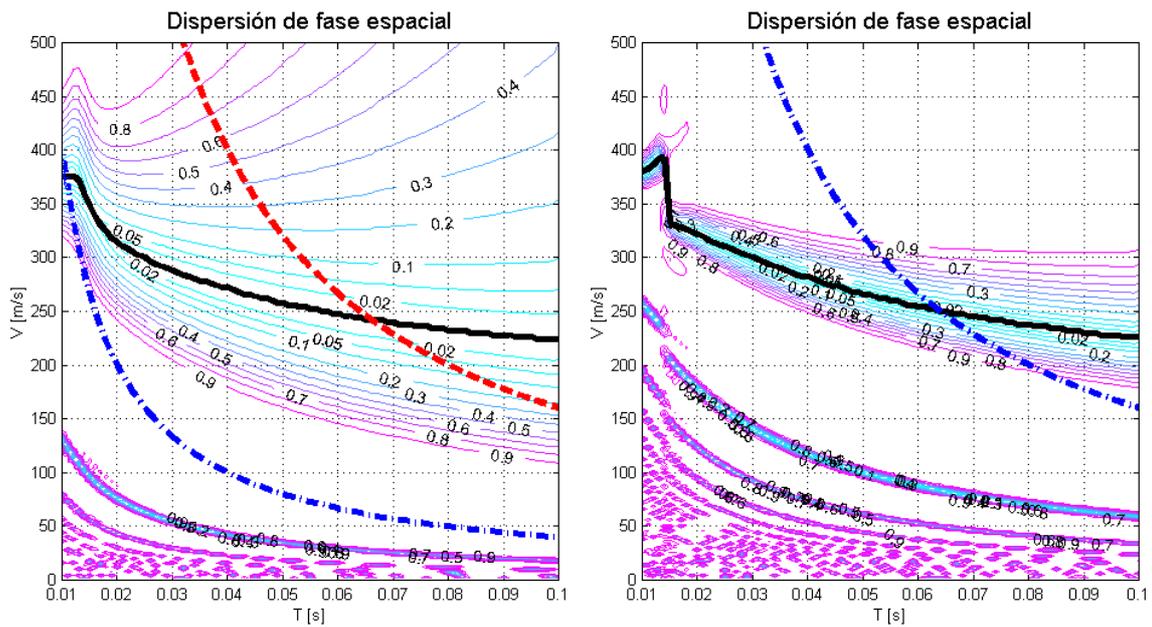


Figura 5. Dispersión de fase espacial para el caso B: 8 transductores separados 2 m (izq.) y 8 m (der.).

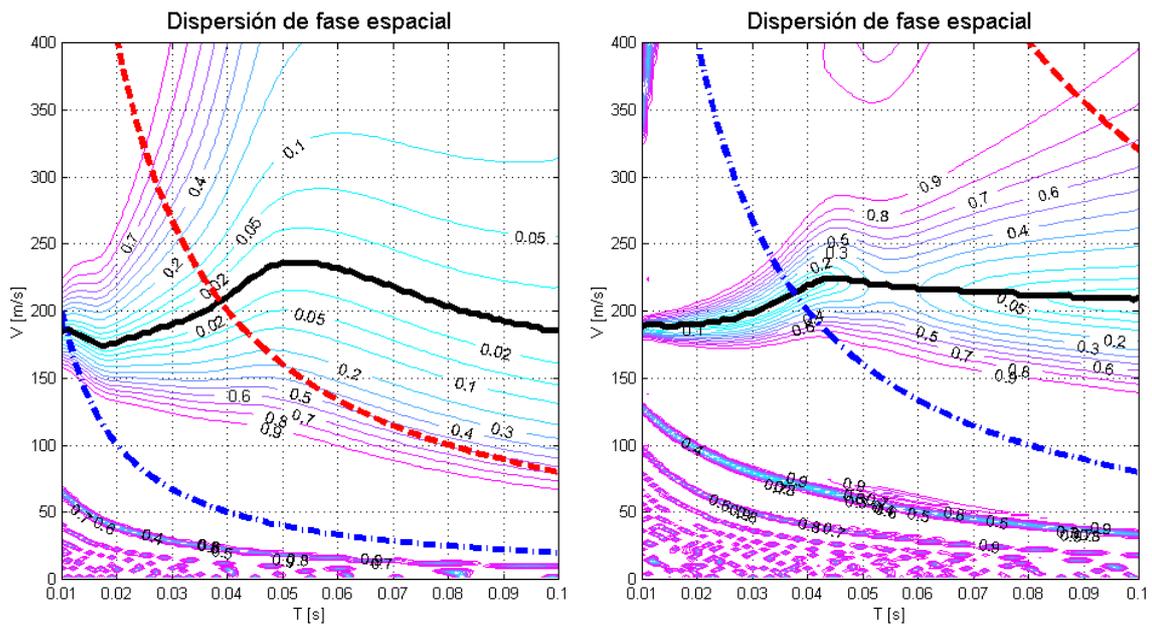


Figura 6. Dispersión de fase espacial para el caso C: 8 transductores separados 1 m (izq.) y 4 m (der.).

3.2 Determinación experimental

La versión experimental de la dispersión de fase espacial se obtiene de la siguiente forma:

1. La respuesta espectral se calcula con la Transformada de Fourier para cada período (ó frecuencia) excitatriz i , cada transductor m y cada prueba p como:

$$U_{imp} = \sum_{q=1}^Q u_{mp}(t_q) \cdot \exp(-I\omega_i t_q) \tag{27}$$

2. La fase de la respuesta espacial se sincroniza para cada velocidad de propagación j en

función de la distancia ρ_m a un punto de referencia a través de la función de Hankel $H_0^{(2)}$:

$$\bar{U}_{ijmp} = \frac{U_{imp}}{H_0^{(2)}(\omega_i/V_j \cdot \rho_m)} \quad (28)$$

3. La densidad espectral cruzada para transductores genéricos m y n resulta:

$$S_{ijmn} = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \bar{U}_{ijmp} \bar{U}_{ijnp}^* \quad (29)$$

4. La dispersión de fase espacial de la frecuencia i y la velocidad j se obtiene a través de la expresión (21).

La coherencia espectral del conjunto de datos experimentales se calcula para cada período excitatriz i como el promedio aritmético de la coherencia de todos los transductores entre sí.

4 PROCEDIMIENTO DE AJUSTE DEL MODELO

El ajuste de las velocidades de propagación de las ondas de corte se realiza a través de la minimización de la diferencia entre las versiones analítica y experimental de la dispersión de fase espacial. La experiencia recogida indica que no resulta necesario el ajuste de la superficie completa de dispersión de fase espacial siendo suficiente el ajuste de la curva que pasa por el valle de la superficie asociada a las velocidades de propagación dominantes para cada período excitatriz. Un buen condicionamiento del sistema de ecuaciones a resolver se obtiene eligiendo como parámetros de ajuste la fracción de cambio de las velocidades de los estratos $\{p\}$ de acuerdo a las técnicas habituales que se utilizan dentro del análisis modal experimental (Maia y Silva, 1997):

$$\{V_U\} = \{V_I\} \cdot (1 + \{p\}) \quad (30)$$

donde $\{V_U\}$ y $\{V_I\}$ representan el vector ajustado y el vector inicial, respectivamente, de velocidades de ondas de corte en cada paso de iteración. El vector de valores iniciales de las velocidades de los estratos puede definirse con la ayuda de las curvas experimentales. La dispersión de fase experimental se expresa en función de la dispersión inicial para cada iteración como:

$$\Gamma_{ij}^X = \Gamma_{ij}^I + \sum_{l=1}^{N_p} \frac{\partial \Gamma_{ij}^I}{\partial p_l} p_l \quad (31)$$

Esta última expresión sólo resulta válida para pequeñas variaciones de los parámetros de ajuste por lo que se limita la tasa máxima de variación de las velocidades para cada iteración. El sistema a resolver utilizando el criterio de mínimos cuadrados es el siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{cccc} \frac{\partial \Gamma_{ij}^I}{\partial p_1} & \frac{\partial \Gamma_{ij}^I}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial \Gamma_{ij}^I}{\partial p_{N_p}} \end{array} \right\} \{p\} = \Gamma_{ij}^X - \Gamma_{ij}^I \quad (32)$$

La matriz de sensibilidad que multiplica al vector de parámetros de ajuste $\{p\}$ actualizada en cada iteración se obtiene evaluando las derivadas de la dispersión de fase espacial a través de la regla de la cadena. El trabajo de Friswell y Adhikari (2000) presenta las derivadas parciales de los autovalores y los autovectores complejos de un sistema amortiguado respecto a sus parámetros físicos, que resultan directamente aplicables al sistema analizado en este

trabajo reemplazando la variable frecuencia ω por la variable número de onda k .

La necesidad de realización de iteraciones durante el proceso de ajuste se debe a la linealización de las componentes de la matriz de sensibilidad. Por la misma razón, resulta recomendable entonces imponer valores máximos a los parámetros de ajuste en cada paso de iteración a los efectos de mantener la validez de las expresiones linealizadas.

Los coeficientes de Poisson y las relaciones de amortiguamiento histerético del suelo no se utilizan como parámetros de ajuste debido a la insensibilidad de la dispersión de fase frente a estos parámetros en relación a las velocidades de ondas de corte. Sin embargo, la repetición del proceso de ajuste con distintos juegos de estos parámetros puede brindar una estimación de sus valores óptimos.

La dispersión de fase espacial, al igual que la curva de dispersión de la técnica SASW, resulta poco sensible ante cambios de velocidades de estratos profundos cuyos valores ya se encuentran próximos a los reales. Por lo tanto, la presencia de ruidos experimentales puede aumentar considerablemente dicha insensibilidad.

5 ESTUDIO EXPERIMENTAL

Las primeras curvas experimentales de dispersión de fase espacial se obtuvieron en una campaña realizada en el descampado que se encuentra entre la Facultad de Matemática, Astronomía y Física (FaMAF) y la Av. Vélez Sarsfield, en la Ciudad Universitaria dentro de la Ciudad de Córdoba.

5.1 Ejecución del ensayo

Los transductores utilizados son 6 acelerómetros marca Hottinger modelo B12/200 con un rango de frecuencias de trabajo entre 0 a 100 Hz. El amplificador/condicionador utilizado de marca Hottinger modelo Spider posee 8 canales de entrada configurados con filtros pasabajos de tipo Butterworth en 75 Hz. Este equipo se maneja a través de un software específico instalado en la computadora portátil que se utiliza para el almacenamiento de los registros. Las señales experimentales poseen una duración total de 2.5 seg con una frecuencia de muestreo de 600 Hz que produce un total de 1500 puntos por registro. Los sensores fueron colocados sobre el terreno utilizando 4 configuraciones con separaciones entre sí de 0.5m, 1m, 2m y 4m. La coherencia espectral para establecer los rangos confiables de períodos excitatrices se obtuvo a través de la realización de 5 pruebas para cada configuración. La carga impulsiva aplicada sobre la superficie del terreno se genera por medio de una masa de acero de 50 kg en caída libre de una altura de 1.7 m desde el trípode que puede observarse en la [Figura 7](#). La distribución de los transductores para la separación de 2 m se muestra junto con la impronta de la carga impulsiva en la [Figura 8](#).

5.2 Análisis de los resultados

El tipo de suelo presente en el sitio de ejecución del ensayo es loess que según otros estudios de campo posee una densidad aproximada de $\delta = 1.4 \text{ tn/m}^3$ y un coeficiente de Poisson estimado de $\nu = 1/3$ ([Ceballos, 2004](#); [Clariá y Rinaldi, 2004](#)). De acuerdo al análisis preliminar de las curvas de dispersión de fase experimental se decide discretizar el modelo del perfil de suelo en 8 estratos de 1 m de espesor cada uno apoyados sobre un semiespacio homogéneo. Los estratos del modelo son a su vez divididos en substratos con las mismas propiedades para satisfacer la expresión (6) en función de la frecuencia de análisis. El valor de arranque de la velocidad de ondas de corte de los estratos y el semiespacio es $V_S = 200 \text{ m/s}$.



Figura 7. Aplicación de la carga impulsiva sobre la superficie del terreno.

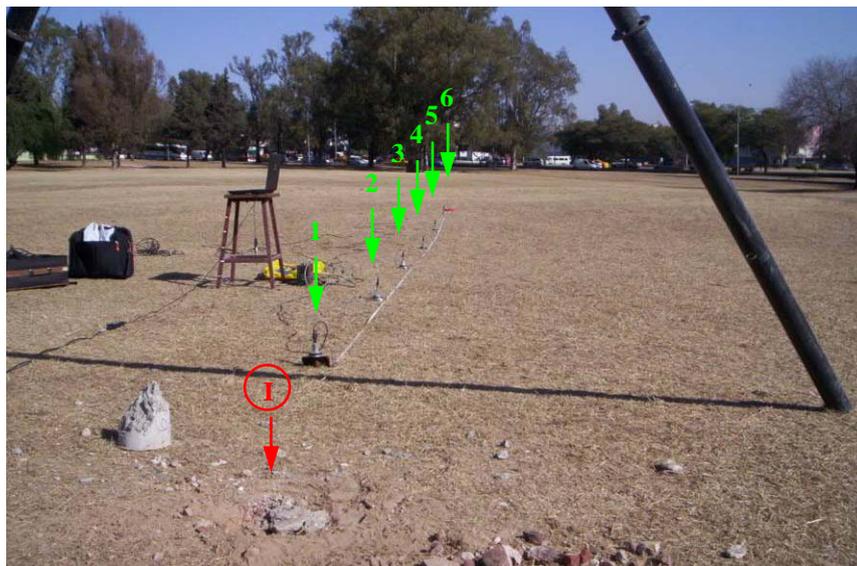


Figura 8. Distribución de transductores sobre la superficie del terreno.

La Figura 9 a la Figura 12 presentan una comparación de las curvas de dispersión de fase espacial para los transductores con una separación entre sí de 0.5 m, 1 m, 2 m y 4 m. Las curvas de línea continua gruesa (negra) indican la porción del “valle” de las superficie de dispersión de fase con coherencia espectral aceptable para el ajuste. El valle correspondiente a la separación de sensores de 0.5 m se descarta para el ajuste debido a que las longitudes de onda involucrados son largas en relación a la distancia cubierta por los sensores (aunque la figura se mantiene para su comparación con el modelo ajustado): observar que la curva se encuentra fuera de la región de confianza delimitada por las líneas definidas en la expresión (26). La tasa máxima de variación para las velocidades de ondas de corte de los estratos estipulada para cada iteración es 0.01.

La distribución general de las curvas de nivel que representan la dispersión de fase espacial de las versiones experimental y analítica presentan una marcada similitud, incluso en la zona de *aliasing* delimitada por la línea de trazos y puntos inferior (azul). En general, los

valores de dispersión de fase experimentales resultan algo mayores a los analíticos, observándose que en algunos casos superan ligeramente la unidad (aspecto a estudiar en futuros trabajos). Debajo de las curvas experimentales se muestra la coherencia espectral que se calcula como el promedio de los valores obtenidos de a pares para todos los transductores entre sí. Esta coherencia espectral presenta una caída para períodos menores a 0.015 seg por efecto del filtro pasabajos utilizado, mientras que las separaciones de 2 m y 4 m muestran una marcada caída general por el efecto combinado de una menor relación señal/ruido, debida a la atenuación geométrica de las ondas superficiales, y a la colocación de prolongadores para alcanzar los transductores más distantes.

La [Figura 13](#) presenta una comparación de las coordenadas del valle de las superficies de dispersión de fase espacial para el modelo ajustado y el ensayo. Resulta importante recordar que el ajuste se realiza para la variable “dispersión de fase espacial” cuyas amplitudes se representan a través de curvas de nivel. A los efectos de evitar el ajuste de la superficie completa, lo que demandaría innecesariamente un elevado costo computacional, sólo se eligen las coordenadas independientes (período excitatriz y velocidad de propagación) que corresponden a su valle principal donde se presenta la máxima sensibilidad respecto a la variación de las velocidades de ondas de corte de los estratos.

Los valores finales de ajuste de las velocidades de ondas de corte que se muestran en la [Tabla 2](#) resultan algo superiores a los valores obtenidos en otros trabajos de campo en estratos superficiales de zonas cercanas ([Ceballos, 2004](#); [Rinaldi y colaboradores, 2001](#)) que rondan 170~180 m/s. Un aspecto importante a remarcar es que los valores obtenidos utilizando distintas técnicas experimentales presentan importantes dispersiones entre sí. El perfil de suelo ajustado presenta velocidades bastante uniformes que podrían haberse obtenido con la técnica SASW original. Sin embargo, la determinación de la dispersión de fase experimental no requiere intervenciones del operador que suelen resultar subjetivas. Además, esta experiencia ha puesto de manifiesto la influencia de los ruidos experimentales en la forma de las curvas de dispersión de fase y ha permitido descubrir que la misma toma en algunos casos valores superiores a la unidad.

Estrato	Estr. 1	Estr. 2	Estr. 3	Estr. 4	Estr. 5	Estr. 6	Estr. 7	Estr. 8	Semiesp.
V_S [m/s]	218	244	208	243	248	207	202	247	237

Tabla 2. Velocidades de ondas de corte ajustadas.

6 CONCLUSIONES

Una nueva técnica para el ajuste de perfiles mecánicos de suelos a través del análisis espectral de ondas superficiales ha sido presentada. Esta técnica no presenta la limitación de la versión clásica (SASW) que sólo resulta aplicable para perfiles de suelo con rigidez creciente en profundidad, dado que se basa en la solución completa de la respuesta en la superficie del terreno. La variabilidad de las velocidades de propagación con el número y la separación de los transductores no representa una dificultad durante el proceso de ajuste dado que esta característica se reproduce adecuadamente con el modelo utilizado para el perfil de suelo.

Una nueva versión de la matriz de rigidez del semiespacio inferior homogéneo obtenida a través de técnicas de análisis modal experimental permite la utilización de la formulación de capas delgadas para obtener la respuesta en el dominio espacial en forma cerrada a través de los parámetros modales del sistema. De esta forma, se evita la aplicación de la Transformada de Hankel en forma explícita reduciéndose notoriamente el tiempo de ajuste.

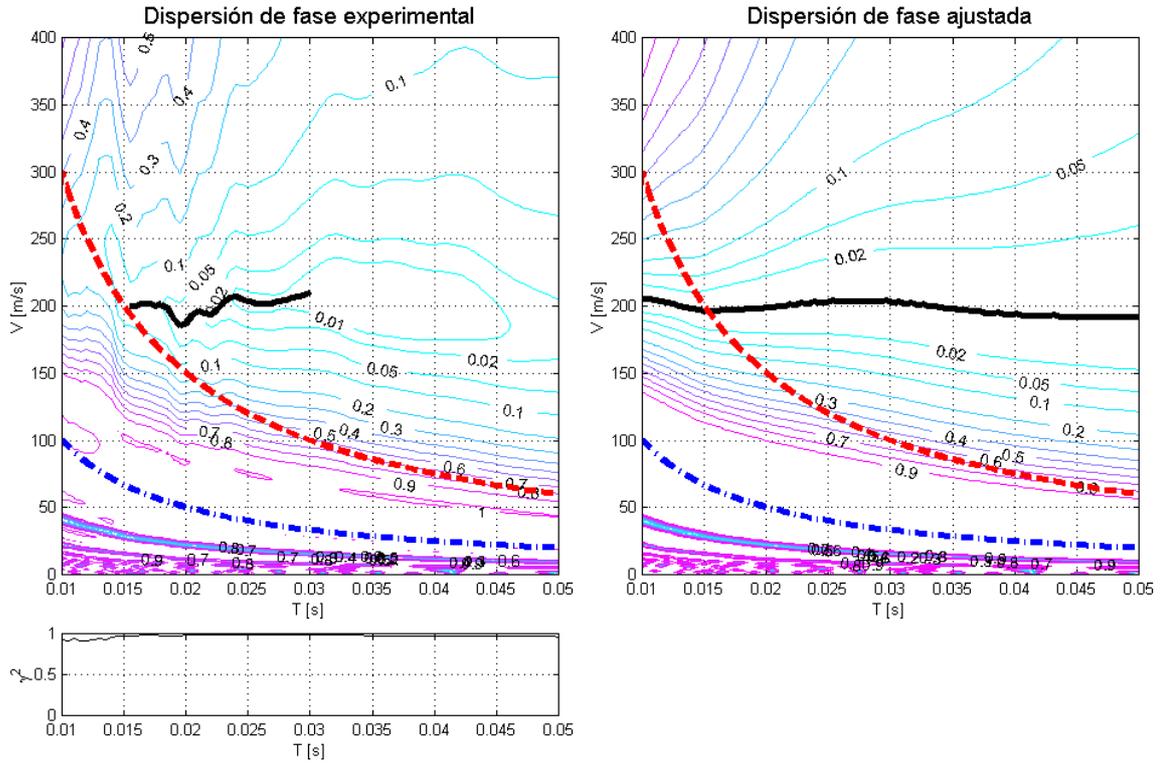


Figura 9. Dispersión de fase espacial para transductores con separación de 0.5 m.

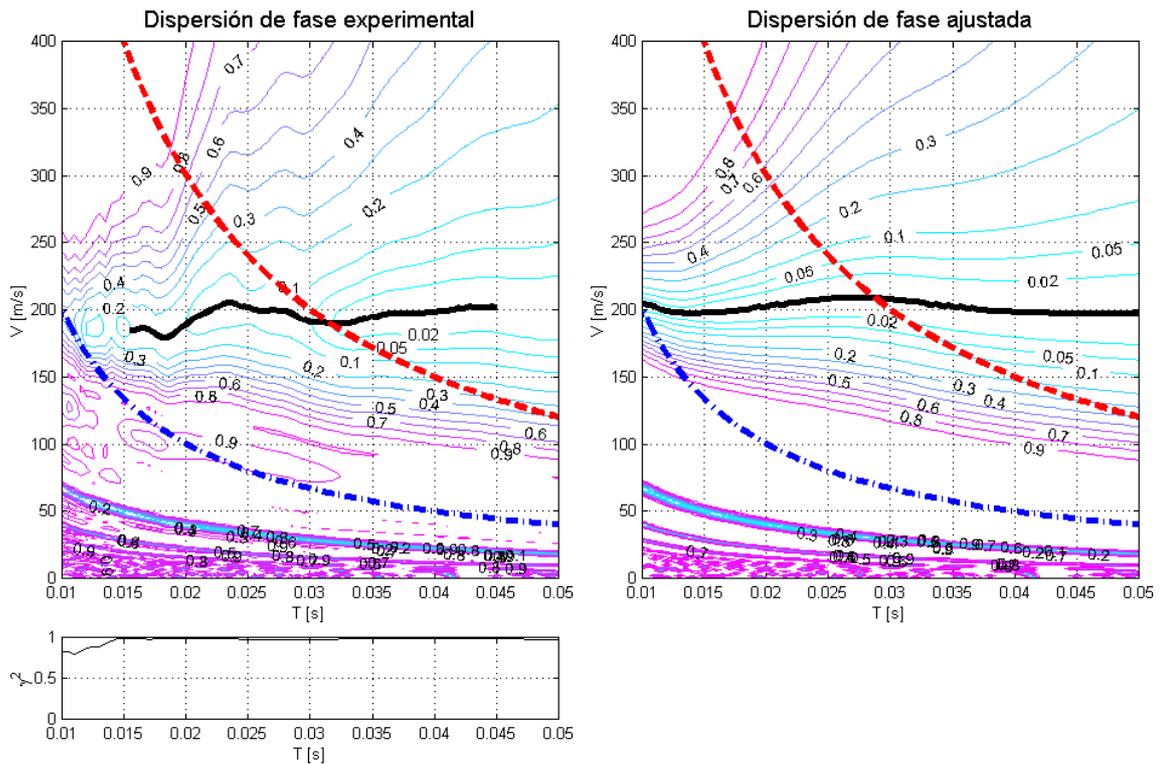


Figura 10. Dispersión de fase espacial para transductores con separación de 1 m.

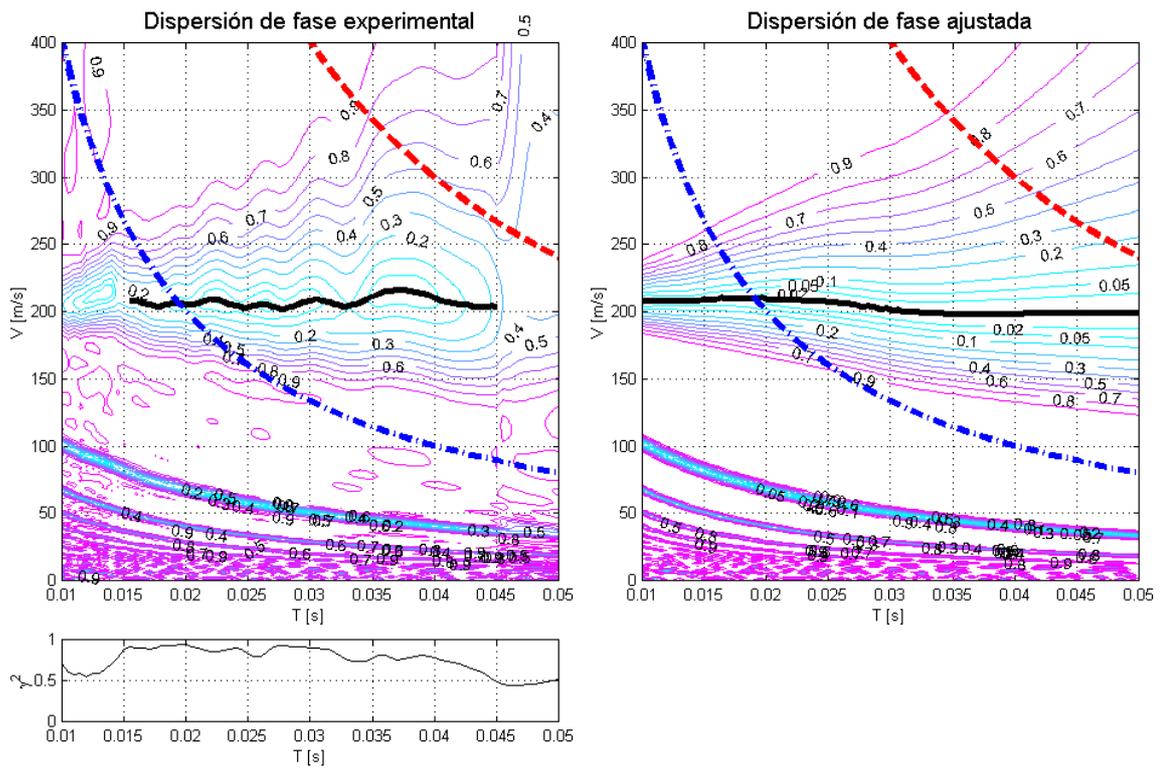


Figura 11. Dispersión de fase espacial para transductores con separación de 2 m.

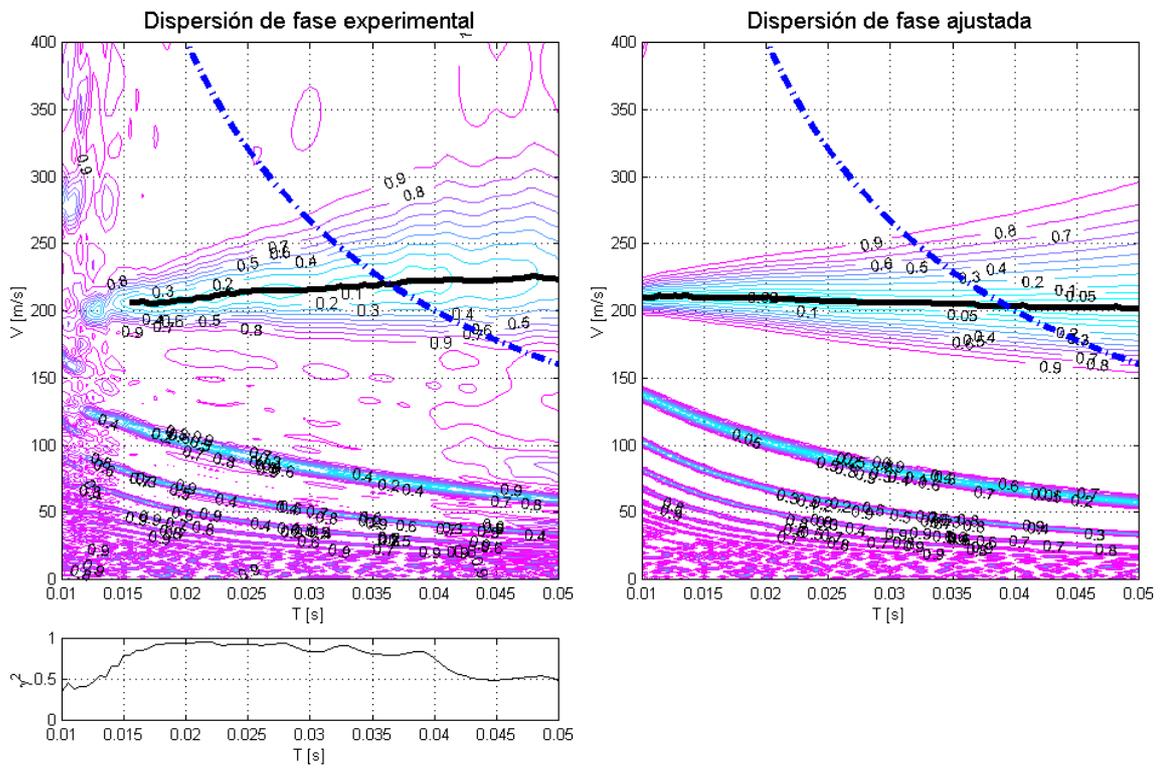


Figura 12. Dispersión de fase espacial para transductores con separación de 4 m.

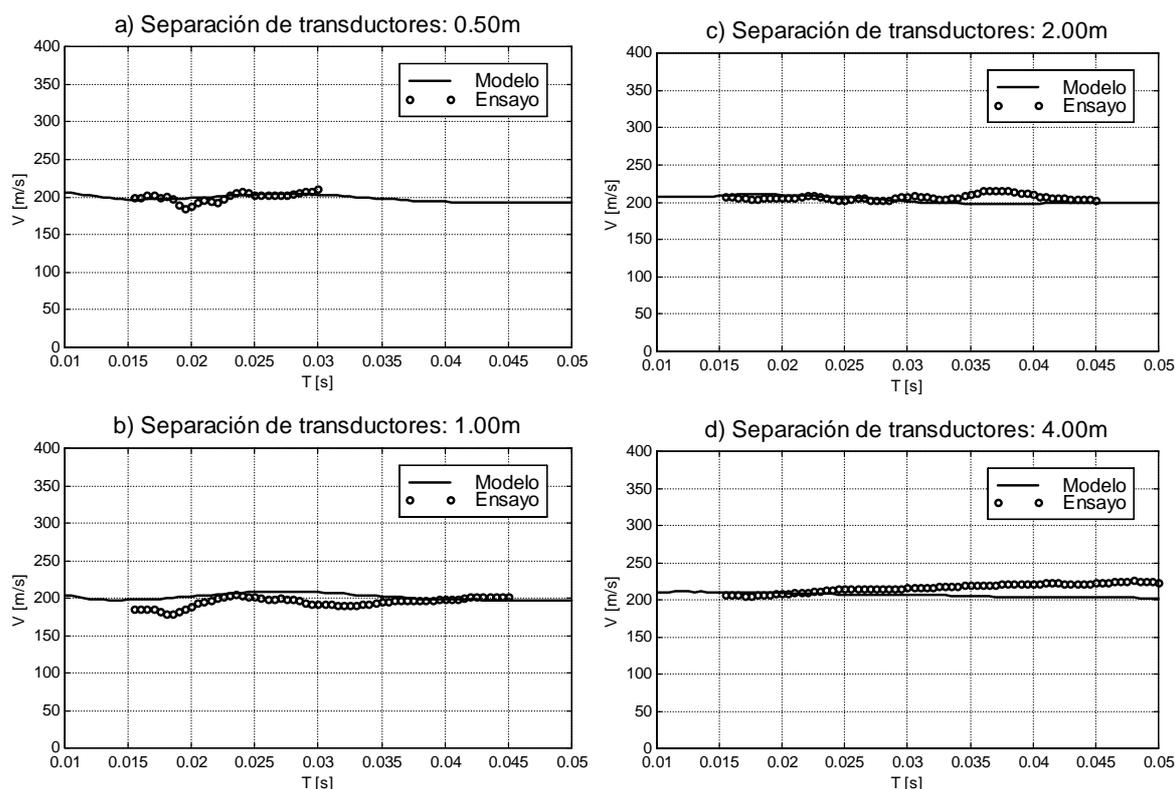


Figura 13. Comparación de las coordenadas del valle principal de la dispersión de fase espacial.

El estudio de campo ha permitido visualizar las distorsiones sobre la dispersión de fase experimental producidas tanto por ruidos experimentales como por posibles heterogeneidades del perfil de suelo. La función propuesta para el ajuste del modelo se muestra robusta incluso en zonas de baja coherencia a pesar del relativamente bajo número de transductores. Por otra parte, los ensayos han develado la posibilidad que la dispersión de fase experimental calculada en base a densidades espectrales cruzadas adopte valores ligeramente mayores a la unidad.

Las estimaciones de las velocidades de ondas de corte del tipo de suelo estudiado (loess) presenta importantes dispersiones de acuerdo a la técnica utilizada y al tamaño de la muestra ensayada. La técnica de análisis de ondas superficiales permite efectuar estimaciones globales del maciso de suelo que resultan más útiles para el diseño de fundaciones de obras extensas.

7 AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el CONICET y la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional de Córdoba. Los autores agradecen a los ingenieros Antonio Prato y Fernando Figueroa por la asistencia brindada en la ejecución de los ensayos efectuados durante la etapa experimental.

REFERENCIAS

- Ceballos, M. A., Car, E. J., Prato, T. A., Prato, C. A., and Alvarez, L. M., Experimental and Numerical Determination of the Dynamic Properties of the Reactor Building of Atucha II NPP, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 182, pp. 93-106, 1998.
- Ceballos, M. A., and Prato, C. A., Modal Description of Foundation Dynamics, *XX International Modal Analysis Conference*, Los Angeles, CA, U.S.A., 2002.

- Ceballos, M. A., *Análisis Modal Experimental Aplicado a la Calibración de Modelos de Sistemas con Interacción Suelo-Estructura*, Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, 2004.
- Clariá, J. J., y Rinaldi, V. A., Relación de Poisson medida en loess inalterado por medio de análisis multimodal, *XVII Congreso Argentino de Mecánica de Suelos e Ingeniería en Fundaciones*, Córdoba, Argentina, 2004.
- Foti, S., *Multistation Methods for Geotechnical Characterization Using Surface Waves*, PhD Thesis, Politecnico di Torino, Italia, 2000.
- Friswell, M. I., and Adhikari, S., Derivatives of Complex Eigenvectors Using Nelson's Method, *AIAA Journal*, Vol. 37, No. 12, pp. 2355-2357, 2000.
- Ganji, V., Gucunski, N., Nazarian, S., Automated inversion procedure for spectral analysis of surface waves, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering (ASCE)*, 124(8), pp. 757-770, 1998.
- Garvey, S. D., Penny, J. E. T., and Friswell, M. I., The Relationship between the Real and Imaginary Parts of Complex Modes, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 212, No. 1, pp. 75-83, 1998.
- Garvey, S. D., Friswell, M. I., and Penny, J. E. T., Some Further Insight into Self-adjoint Second-order Systems, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 5, pp. 237-252, 1999.
- Kausel, E., An Explicit Solution for the Green Functions for Dynamic Loads in Layered Media, *MIT Research Report R81-13*, Department of Civil Engineering, MIT, Cambridge, U.S.A., 1981.
- Kausel, E., and Roesset, J. M., Stiffness Matrices for Layered Soils, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 71, No. 6, pp. 1743-1761, 1981.
- Kausel, E., *Fundamental Solutions in Elastodynamics: A Compendium*, Cambridge University Press, New York, U.S.A., 2006.
- Lamb, H., On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A203, pp. 1-42, 1904.
- Lin, C.-P., and Chang, T.-S., Multi-station Analysis of Surface Wave Dispersion, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 24, pp. 877-886, 2004.
- Maia, N. M. M., and Silva, J. M. M., editors, *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Research Studies Press Ltd., England, 1997.
- Orozco, M. C., *Inversion method for Spectral Analysis of Surface Waves (SASW)*, PhD Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, U.S.A., 2004.
- Park, C. B., Miller, R. D., and Xia, J., Multichannel Analysis of Surface Waves, *Geophysics*, Vol. 64, No. 3, pp. 800-808, 1999.
- Rinaldi, V. A., Clariá, J. J. and Santamarina, J. C., The small-strain shear modulus (G_{max}) of argentinean loess, *XV International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Tomo 1, pp. 495-499, Estambul, Turquía, 2001.
- Roma, V., *Soil Properties and Site Characterization by means of Rayleigh Waves*, PhD Thesis, Politecnico di Torino, Italia, 2001.
- Stokoe, K. H., Wright, S. G., Bay, J. A., and Roesset, J. M., (1994), Characterization of Geotechnical Sites by SASW Method, *XIII ICSMFE*, New Delhi, India, Oxford & IBH Publishing, pp. 15-25, 1994.
- Tokimatsu, K., Tamura, S., and Kojima, H., Effects of Multiple Modes on Rayleigh Wave Dispersion Characteristics, *Journal of Geotechnical Engineering (ASCE)*, 118(10), pp. 1529-1543, 1992.

- Wolf, J. P., *Foundation Vibration Analysis Using Simple Physical Models*, PTR Prentice-Hall, Inc., New Jersey, U.S.A., 1994.
- Xia, J., Miller, R. D., Park, C. B., Tian, G., Inversion of High Frequency Surface Waves with Fundamental and Higher Modes, *Journal of Applied Geophysics*, Vol. 52, pp. 45-57, 2003.
- Yoon, S., *Array-Based Measurements of Surface Wave Dispersion and Attenuation Using Frequency-Wavenumber Analysis*, PhD Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, U.S.A., 2005.
- Zhang, S. X., Chan, L. S., Chen, C. Y., Dai, F. C., Shen, X. K., and Zhong, H., Apparent Phase Velocities and Fundamental-mode Phase Velocities of Rayleigh Waves, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 23, pp. 563-569, 2003.