

ESTIMACION DE PARAMETROS DEL PROCESO DE SOLDADURA FSW RESOLVIENDO EL PROBLEMA INVERSO

S. Pereyra^a, M. Dondero^b, D. Santiago^a, G. Lombera^a, S. Urquiza^a y L. de Vedia^c

^a*Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata,*

J. B. Justo 4302, 7600 Mar del Plata, Argentina, spereyra@fi.mdp.edu.ar

^b*División Soldadura y Fractomecánica, Universidad Nacional de Mar del Plata,*
J. B. Justo 4302, 7600 Mar del Plata, Argentina

^c*Comisión Nacional de Energía Atómica, Universidad Nacional de San Martín,*
Av. Gral. Paz 1499, 1650 San Martín, Argentina

Palabras Clave: Estimación de parámetros, Problema inverso, Friction Stir Welding.

Resumen. En este trabajo se estiman parámetros térmicos del proceso de soldadura Friction Stir Welding (FSW) a través de mediciones de temperatura disponibles en la bibliografía. Se trata de un problema en el que la relación entre los parámetros y los datos es no lineal por lo que la solución se obtuvo a través de un proceso iterativo por un desarrollo de errores de primer orden modificado por el método de Levenberg-Marquardt. Los valores numéricos que se comparan con las mediciones de referencia en cada iteración se obtuvieron asumiendo un modelo tridimensional de flujo viscoplástico (parte mecánica), considerando una relación constitutiva para el material a soldar, y un modelo de convección-difusión (parte térmica). Estos modelos se implementaron en un programa de propósito general que emplea una formulación numérica desarrollada a partir del Método de los Elementos Finitos (MEF).

1 INTRODUCCION

El proceso de soldadura Friction Stir Welding (FSW) fue desarrollado en Inglaterra en el año 1991 por The Welding Institute (TWI). Se trata de un proceso de unión en estado sólido, es decir, el material no alcanza su temperatura de fusión durante el mismo. La herramienta de soldadura está construida generalmente en una sola pieza y, básicamente, se diferencian dos partes, un perno y un apoyo (ver [Figura 1](#)).

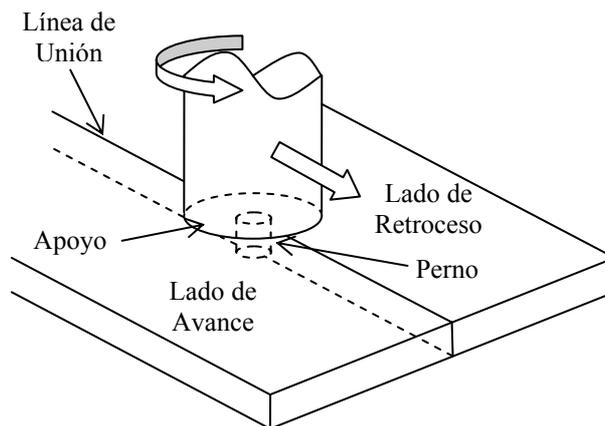


Figura 1: Esquema del proceso de soldadura FSW

El proceso comienza con la introducción del perno entre las piezas a unir, manteniendo la herramienta girando, hasta que el apoyo hace contacto con las superficies de las piezas. A continuación se le impone una velocidad de avance a la herramienta en dirección a la línea de soldadura. La intensa fricción entre la herramienta y el material de las piezas, y la gran deformación plástica del material alrededor de la herramienta, contribuyen a producir un aumento de la temperatura en una zona cercana a la herramienta. El ablandamiento del material alrededor del perno, debido a las altas temperaturas, y la acción combinada de la rotación y la traslación de la herramienta, conduce al material del frente del perno hacia atrás del mismo, generando la unión de las piezas. Debajo de las placas se coloca una base que sirve de soporte para restringir el movimiento y absorber los esfuerzos que surgen de la presión de la herramienta y, además, participa en la extracción del calor.

Existen diversos trabajos de simulación numérica del proceso de FSW, sobretudo en uniones de aleaciones de aluminio. [Gould et al. \(1998\)](#) desarrollaron un modelo analítico de flujo de calor para FSW. El modelo se basa en la ecuación de [Rosenthal et al. \(1938\)](#), que describe un campo de temperaturas cuasiestacionario en una placa semi-infinita debido a una fuente de calor móvil. [Chen et al. \(2003\)](#) y [Song et al. \(2003\)](#) realizaron análisis térmicos y termomecánicos aplicando elementos finitos. Estos análisis se basan en un modelo de fuente de calor, sin contemplar el acoplamiento termomecánico provocado por el flujo plástico. Es importante señalar que por las características del problema, donde las deformaciones plásticas son dominantes, pueden lograrse buenos resultados empleando modelos de flujo viscoplástico termomecánicamente acoplados ([Ulysse et al., 2002](#); [Santiago et al., 2004 y 2005](#); [Colegrove et al., 2005](#)).

En cuanto a la simulación de FSW en otro tipo de materiales, la bibliografía es escasa. Sin embargo, se destaca el trabajo de [Zhu et al. \(2004\)](#) en modelado térmico de acero inoxidable 304L. En este trabajo el valor de la fuente de generación de calor y la resistencia al flujo de calor hacia la placa base se obtuvieron haciendo análisis inverso.

Por otra parte, [Nandan et al. \(2006\)](#) realizaron un modelo de flujo viscoplástico y de transferencia de calor de un acero AISI 1018 laminado en caliente donde imponen una resistencia al flujo de calor hacia la placa soporte y consideran una generación de calor compuesta de dos aportes, una de fricción y otra de deformación plástica, asignando un deslizamiento relativo entre las superficies en contacto tomado del proceso de laminado.

El propósito del presente trabajo es someter a prueba una infraestructura de estimación de parámetros que utiliza un programa de elementos finitos de propósito general para resolver el problema directo del proceso físico. Se trata de un algoritmo que minimiza una función costo a través de un proceso iterativo por un desarrollo de errores de primer orden modificado por el método de Levenberg-Marquardt.

Existen varios parámetros involucrados en el modelado del proceso que pueden someterse a estimación. Entre ellos se pueden contar la fracción de deslizamiento del material en contacto con la herramienta, la fracción de calor generado por esfuerzos viscosos, la conductancia correspondiente a la transferencia de calor hacia la base, aquellos parámetros que ingresan en la ecuación constitutiva del material, etc.

Como casos de prueba se estimarán los parámetros de la condición asumida para modelar numéricamente el fenómeno de transferencia de calor hacia la base. En un primer caso, se pretende resolver el problema inverso consistente en encontrar un único valor de conductancia que permita un mejor ajuste de los resultados a mediciones de temperatura respecto de trabajos anteriores. Debido a las grandes tensiones que se producen, conjuntamente, con las altas temperaturas presentes en una zona cercana a la herramienta hacen suponer una mayor transferencia de calor hacia la base respecto de los lugares más alejados. Teniendo en cuenta esto, considerar un segundo caso con dos coeficientes de transferencia de calor hacia la base, uno asignado a una zona cercana a la herramienta y otro al resto, y analizar como cambia el ajuste de los resultados a las mediciones.

2 DESARROLLO

2.1 Modelado numérico del proceso

La geometría del modelo se compone de la herramienta, las piezas de trabajo y la placa base (ver [Figura 2](#)). La forma y dimensiones de la herramienta, así como el espesor, ancho y longitud de las piezas a soldar y la placa base, se corresponden con las de los datos del trabajo de [Chao et al. \(2004\)](#).

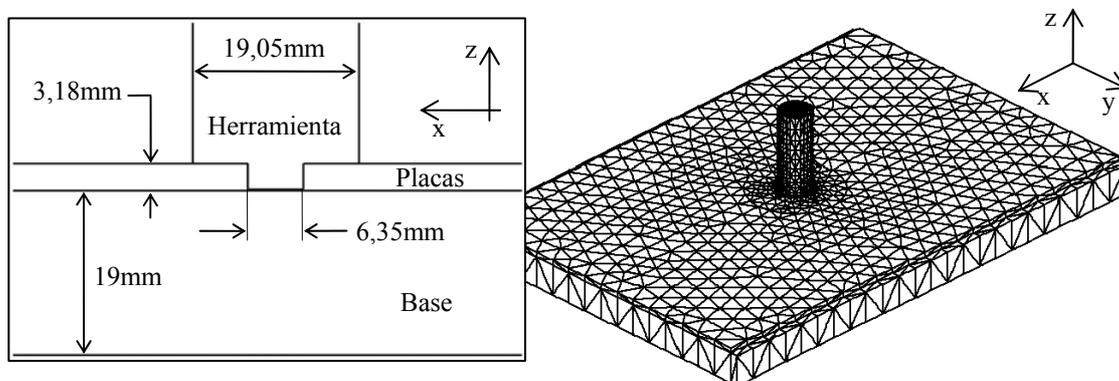


Figura 2: Geometría del modelo

La simulación numérica del proceso incluye la resolución acoplada de un modelo de flujo

viscoplástico y de transferencia de calor. El primero de ellos está gobernado por las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento (segundo principio de Newton) para un medio continuo y por la ecuación de conservación de la masa para un fluido incompresible:

$$\frac{\partial \sigma_{km}}{\partial x_m} + \rho \cdot g_k = \rho \cdot \frac{Du_k}{Dt}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0, \quad (2)$$

donde u_k son las velocidades, x_m son las coordenadas espaciales, t es el tiempo, ρ es la densidad del material, g_k son las fuerzas de volumen y σ_{km} es el tensor de Cauchy.

El tensor de Cauchy de acuerdo con la formulación de flujo adoptada adquiere la forma general:

$$\sigma_{km} = -p \cdot \delta_{km} + \tau_{km}, \quad (3)$$

donde δ_{km} es el delta de Kronecker, p es la presión hidrostática y τ_{km} es el tensor desviador de tensiones. Este último se puede relacionar al tensor de velocidades de deformación d_{km} por medio de la viscosidad μ , según la siguiente relación:

$$\tau_{km} = 2 \cdot \mu \cdot d_{km}, \quad (4)$$

$$d_{km} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_m} + \frac{\partial u_m}{\partial x_k} \right), \quad (5)$$

$$\mu = \frac{\sigma_e}{3 \cdot \dot{\epsilon}_e}, \quad (6)$$

donde σ_e es la tensión efectiva o el segundo invariante de la tensión y $\dot{\epsilon}_e$ es la velocidad de deformación efectiva o el segundo invariante de la velocidad de deformación, que puede obtenerse por:

$$\dot{\epsilon}_e^2 = \frac{2}{3} \cdot d_{km} \cdot d_{km}. \quad (7)$$

Se asume que el material tiene un comportamiento viscoplástico y rígido para el que la tensión de flujo depende de la velocidad de deformación y de la temperatura representada por la siguiente relación constitutiva propuesta por [Sellars et al. \(1966\)](#):

$$\sigma_e = \frac{1}{\alpha} \cdot \arg Sh \left[\left(\frac{Z}{A} \right)^{1/n_c} \right], \quad (8)$$

$$Z = \dot{\epsilon}_e \cdot \exp \left(\frac{Q}{R \cdot T} \right), \quad (9)$$

donde A , α y n_c son constantes del material, Z es el parámetro de Zener-Hollomon, Q es la energía de activación, R es la constante universal de los gases y T la temperatura absoluta. Los valores de las constantes fueron obtenidos del trabajo de [Jorge Jr. et al. \(2005\)](#) y son $\alpha =$

$0,012 \text{ MPa}^{-1}$, $Q = 401 \text{ kJ.mol}^{-1}$, $A = 8,30 \cdot 10^{15}$ y $n_c = 4,32$.

Se considera como marco de referencia a la herramienta rotando a una velocidad ω sin avanzar, resultando que la placa base se mueve hacia ella con una velocidad v_w . Por otro lado, se asume una condición deslizamiento relativo (0,5) entre las superficies en contacto de la herramienta y el material de las placas a soldar. Es decir, la velocidad que se le impone al material sobre dicha superficie no es directamente la velocidad de la herramienta, sino la mitad de su valor ya que se tiene en cuenta el deslizamiento entre estas superficies.

El segundo modelo responde a la ecuación de conservación de la energía, que incluye la generación de calor interna por disipación de potencia viscoplástica γ :

$$\rho \cdot Cp \cdot \frac{DT}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_m} \left(K \cdot \frac{\partial T}{\partial x_m} \right) + \rho \cdot \gamma, \quad (10)$$

donde Cp la capacidad calorífica, K la conductividad térmica, T la temperatura y η la fracción de potencia que no es absorbida en defectos microestructurales (alrededor del 50%).

Sobre la superficie de entrada del modelo se impone una temperatura de 25°C y se consideran dos fenómenos de transmisión de calor: por convección ($h = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{C}^{-1}$) y radiación con el medio, y de resistencia al flujo de calor entre las superficies en contacto. Esta última se representa en el modelo por la siguiente ecuación:

$$q = \beta \cdot \Delta T. \quad (11)$$

donde q es el calor que se transmite, β es la conductancia térmica, el parámetro a estimar, y ΔT la diferencia de temperaturas entre las superficies.

Las constantes de los materiales que se forman parte del modelo se presentan en la [Tabla 1](#):

Propiedades	$\rho[\text{Kg.m}^{-3}]$	$Cp[\text{J.Kg}^{-1}.\text{C}^{-1}]$	$K[\text{W.m}^{-1}.\text{C}^{-1}]$	ε
Placas (SS 304L)	$8,0 \cdot 10^3$	$0,5 \cdot 10^3$	2,41	0,17
Herramienta (acero)	$7,8 \cdot 10^3$	$0,5 \cdot 10^3$	43,0	0,8
Base (acero)	$7,8 \cdot 10^3$	$0,5 \cdot 10^3$	43,0	--

Tabla 1: Constantes de los materiales

2.2 Estimación de parámetros

La función costo a minimizar es la siguiente:

$$F(\beta) = \sum_{i=1}^m (T_i^M - T_i(\beta))^2, \quad (12)$$

donde β son los parámetros a estimar, m la cantidad de mediciones, T_i^M son las temperaturas medidas y T_i las temperaturas calculadas numéricamente.

Minimizando F con respecto a los parámetros β_j se llega a:

$$\frac{\partial F}{\partial \beta_j} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^m \frac{\partial T_i(\beta)}{\partial \beta_j} (T_i^M - T(\beta)) = 0 \quad (\forall j). \quad (13)$$

Introduciendo el coeficiente de sensibilidad X_{ij} que corresponde a la primera derivada de las temperaturas obtenidas del modelo para la medición i con respecto al parámetro β_j se obtiene:

$$X_{i,j} = \frac{\partial T_i(\beta)}{\partial \beta_j}. \quad (14)$$

Se define la matriz de sensibilidad \mathbf{X} de componentes $X_{i,j}$. De esta manera puede escribirse la ecuación 12 en forma matricial y se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\mathbf{X}^T (T^M - T) = 0. \quad (15)$$

Como se trata de una estimación no lineal, la solución se obtiene a través de un proceso iterativo por un desarrollo de errores de primer orden. Para la medición i a la iteración $n+1$ se obtiene:

$$T_i(\beta^{n+1}) \approx T(\beta^n) + \sum_j^p (\beta_j^{n+1} - \beta_j^n) X_j(i, \beta), \quad (16)$$

donde p es la cantidad de parámetros.

Esta última ecuación puede escribirse en forma matricial:

$$T^{n+1} = T^n + \mathbf{X}^n (\beta^{n+1} - \beta^n). \quad (17)$$

El vector de parámetros en la iteración $n+1$ se obtiene por:

$$\beta^{n+1} = \beta^n + (\mathbf{X}^{nT} \mathbf{X}^n)^{-1} \mathbf{X}^{nT} (T^M - T^n). \quad (18)$$

Finalmente, modificando la anterior por el método de Levenberg-Marquard ([Aster et al., 2003](#)):

$$\beta^{n+1} = \beta^n + (\mathbf{X}^{nT} \mathbf{X}^n + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^{nT} (T^M - T^n), \quad (19)$$

donde λ es un parámetro que se ajusta durante el curso de la estimación para asegurar la convergencia del algoritmo.

2.3 Matriz de sensibilidad

Existen distintas maneras de encontrar la matriz de sensibilidad. Para el presente trabajo se aproxima la misma utilizando un método numérico: Diferencias Finitas.

Perturbando el sistema con pequeños incrementos sobre cada uno de los parámetros en forma independiente se obtienen los coeficientes de la matriz de sensibilidad de las temperaturas a los parámetros:

$$X_{i,j} = \frac{\partial T_i(\beta)}{\partial \beta_j} \approx \frac{\Delta T_i}{\Delta \beta_j} = \frac{T_i(\beta^*) - T_i(\beta)}{\Delta \beta_j}, \quad (20)$$

donde $\Delta \beta_j$ es la perturbación del parámetro j y β^* son los parámetros a estimar con el elemento j perturbado.

2.4 Casos de Prueba

Como primer caso, partiendo de un valor inicial para el parámetro ($\beta = 400 \text{ W.m}^{-2}.\text{°C}^{-1}$) considerado en trabajos anteriores ([Pereyra et al., 2007](#)) se busca un valor del mismo que permita un mejor ajuste de los resultados a las mediciones de temperatura resolviendo el problema inverso.

En un segundo caso, se consideran dos coeficientes de transferencia de calor, uno asignado

a una zona cercana a la herramienta (β_1) y otro al resto de la superficie del material en contacto con la base (β_2), resultando ser dos los parámetros a estimar. El primero de ellos se asigna a una región circular con centro en el eje de la herramienta y un diámetro de 1,5 veces el diámetro del apoyo. Los valores iniciales de ambos parámetros también se corresponde con el valor establecido anteriormente ($\beta_1 = 400 \text{ W.m}^{-2}.\text{°C}^{-1}$, $\beta_2 = 400 \text{ W.m}^{-2}.\text{°C}^{-1}$).

Las mediciones de temperatura que se toman como referencia (T_i^M) se extrajeron del trabajo de [Zhu et al. \(2004\)](#). Se consideraron un total de 18 puntos ($p=18$) sobre la superficie superior de las placas (ver [Figura 3](#)).

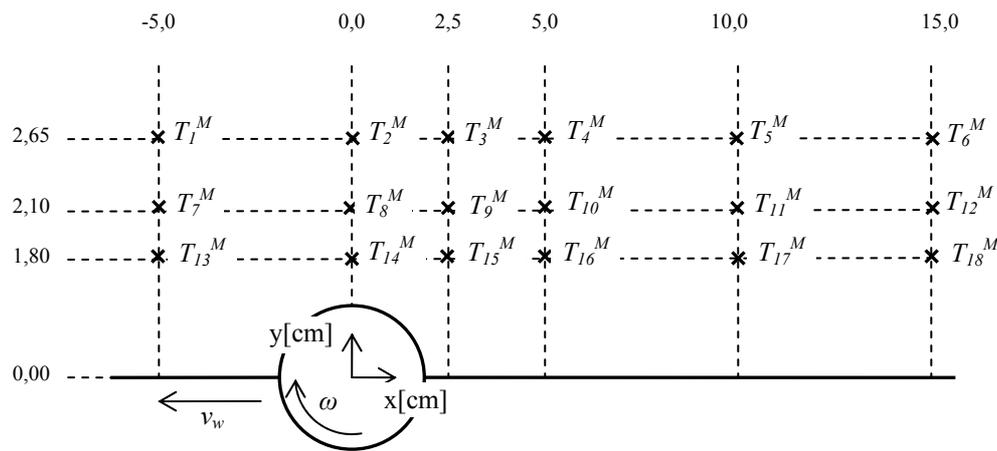


Figura 3: Posición de los puntos de las temperaturas medidas

2.5 Resolución

Para la simulación del proceso se construyó una malla de elementos finitos tetraédricos del tipo Taylor-Hood ([Zienkiewicz y Taylor, 1989 y 1991](#)), es decir, tetraedros P2-P1, con interpolaciones cuadráticas para las velocidades y lineales para las presiones, en orden a lograr estabilidad de las interpolaciones de presión por la condición de divergencia nula conjuntamente con una adecuada captura de los gradientes de tensión en las capas límites. Para las temperaturas se emplearon elementos tetraédricos con interpolación cuadrática en coincidencia con los nodos de velocidad. La malla resultó tener aproximadamente 52.800 elementos con 71.000 nodos de velocidad.

Se implementó una formulación de elementos finitos con estabilización SUPG –Streamline Upwind Petrov-Galerkin– ([Hughes, 1987](#)) con un esquema de avance en el tiempo totalmente implícito, usado fundamentalmente como preconditionador del sistema de ecuaciones para llegar a la solución estacionaria. Asimismo, se agregó pseudo-compresibilidad artificial del tipo de [Chorin \(1968\)](#).

El algoritmo de resolución consiste en dos sub-pasos: en el primero de ellos se obtiene el campo de velocidades asumiendo fijo el campo de temperaturas. Se itera por reemplazos sucesivos para adaptar no-linealmente los valores de viscosidad de acuerdo a las velocidades de deformación obtenidas en la iteración anterior. En el segundo sub-paso se resuelve el campo de temperaturas asumiendo el campo de velocidades resultante en el primer sub-paso. En este caso la no linealidad reside en el término de generación de calor.

El método de resolución numérica del sistema de ecuaciones lineales para cada iteración es el mismo en ambos sub-pasos. Se emplea el método de gradientes conjugados cuadrados con

un preconditionador de factorización incompleta de tipo LU de acuerdo al esquema propuesto por Saad (1994) en SparseKit.

Con la solución obtenida de la simulación se interpolan las temperaturas en los puntos que corresponden a las posiciones de las temperaturas medidas (T_i^M) y se evalúa la Función Costo (F). Se perturban de manera independiente cada uno de los parámetros y se vuelve a requerir la solución estacionaria del problema para cada una de las perturbaciones. De esta manera, en cada iteración se construye la matriz de sensibilidad (\mathbf{X}) que permite obtener nuevos valores de los parámetros (β).

3 RESULTADOS Y DISCUSION

En la Figura 4 se grafica la raíz cuadrada de la Función Costo (F) en cada iteración (n), para los dos casos considerados.

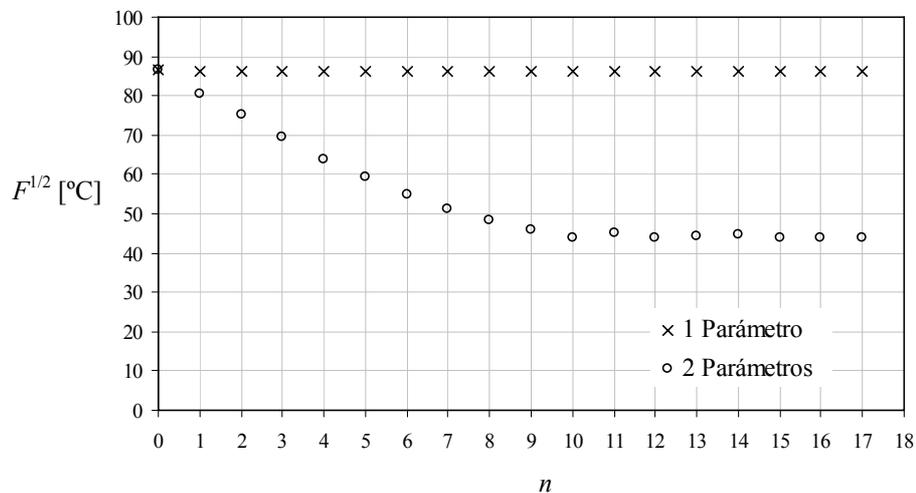
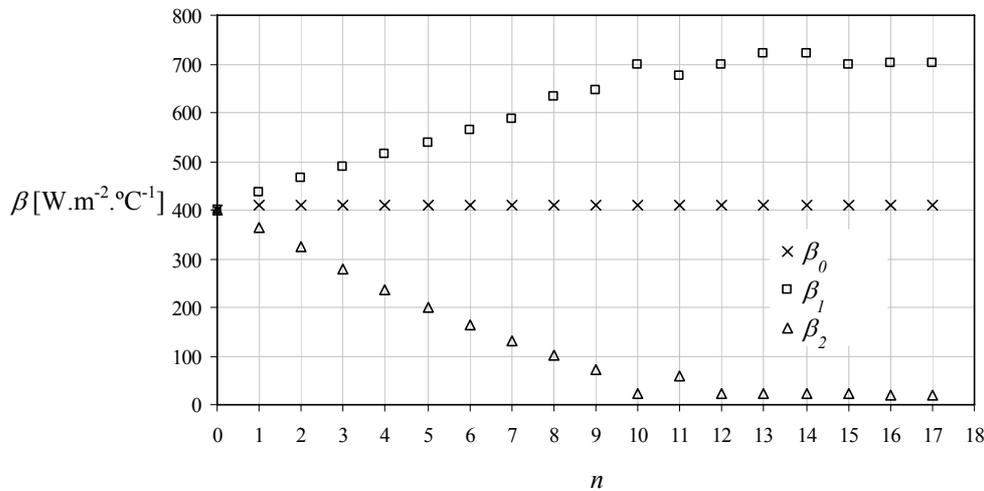


Figura 4: Valores que toma la raíz cuadrada de la Función Costo (F) en cada iteración

Se observa que en la estimación de un solo parámetro, la magnitud de $F^{1/2}$ no disminuye apreciablemente respecto al valor inicial manteniéndose alrededor de los 86°C. Sin embargo, en el caso de dos parámetros el valor de $F^{1/2}$ disminuye notablemente, encontrando un mínimo alrededor de los 44°C.

En la Figura 5 se grafica el valor que toman los parámetros (β) en cada iteración (n), para los dos casos considerados.

Figura 5: Valores que toman los parámetros (β) en cada iteración

En el caso de un parámetro, el valor inicial del mismo (β_0) es próximo al óptimo para esta configuración, por esto, el valor de la función costo no varía apreciablemente entre iteraciones. En el otro caso, se nota que los valores de los parámetros se diferencian más de sus valores iniciales con cada iteración hasta alcanzar un valor constante que se corresponde con el mínimo de la figura anterior (Figura 4). El parámetro que toma un valor mayor es aquel que se considera en la zona cercana a la herramienta (β_1) y el que toma un valor menor el que corresponde a la zona restante (β_2). Es decir, el modelo que considera un solo parámetro para representar el fenómeno resulta en una deficiencia en el calor transferido a la base en la primera y un exceso en la segunda.

	β_0 [W.m ⁻² .°C ⁻¹]	β_1 [W.m ⁻² .°C ⁻¹]	β_2 [W.m ⁻² .°C ⁻¹]
Valor inicial	400	400	400
Valor final	409	700	21
$F^{1/2}$ final	86,1	43,8	

Tabla 2: Valores del problema

4 CONCLUSIONES

Se pudieron estimar parámetros térmicos del proceso de soldadura FSW resolviendo un problema inverso a través de un procedimiento iterativo por un desarrollo de errores de primer orden modificado por el método de Levenberg-Marquardt.

Por un lado, se comprobó que el valor de conductancia considerado en el trabajo de referencia es muy cercano al que mejor ajusta a los datos, en el caso de considerar un único parámetro para modelar el fenómeno.

Por otro lado, la división del modelo en dos zonas, una cercana y otra alejada de la herramienta, asignando un parámetro diferente a cada una de ellas, mejora el ajuste de los datos. Sin embargo, existen posibilidades de avanzar hacia un ajuste aun mejor teniendo en cuenta una elección de la zona de influencia de la herramienta basada en las condiciones físicas del contacto (presiones y temperaturas), así como, la inclusión en la estimación de otros parámetros que intervienen en el modelado.

REFERENCIAS

- Aster, R., Borchers, B., and Thurber, C., Parameter Estimation and Inverse Problems, *International Geophysics Series*, volumen 90. Elsevier Academic Press, 2003.
- Chen, C. M., and Kovacevic, R., Finite element modeling of friction stir welding – thermal and thermomechanical analysis. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43:1319–1326, 2003.
- Chorin, A.J., *Mathematics of Computation*, 22:745–762, 1968.
- Colegrove, P.A., and Sherclif, H. R., 3-Dimensional CDF modelling of flow round a threaded friction stir welding tool profile. *Journal of Material Processin Technology*, Artículo en prensa, 2005.
- Gould, J.E., and Feng, Z., Heat flow model for friction stir welding of aluminium alloys. *Journal for Numerical Methods of Material Processing and Manufacturing Science*, volumen 7, 1998.
- Hughes, T. J. R., *The finite element Method*. Prentice-Hall, 1987.
- Jorge Jr., A.M., and Balancin, O., Prediction of Steel Flow Stresses under Hot Working Conditions. *Material Research*, 8:309–315, 2005.
- Nandan, R., Roy, G.G., Lienert, T.J., and Debroy, T., Three-dimensional heat and material flow during friction stir welding of mild steel. *Acta Materialia*, Artículo en prensa, 2006.
- Pereyra, S., Santiago, D., Lombera, G., Urquiza, S., y De Vedia, L., Modelado computacional del proceso “Friction stir Welding” en aceros inoxidable austeníticos. *Mecánica Computacional*, 25:1324-1334, 2007.
- Rosenthal, D., and Shemerber, R., Thermal study of arc welding. *Welding Journal*, 17:208, 1938.
- Saad, Y., SPARSEKIT: a basic tool kit for sparse matrix computation (version2). University of Illinois. <http://www-users.cs.umn.edu/~saad/software/SPARSKIT/sparskit.html>, 1994.
- Santiago, D., Lombera, G., Cassanelli, A., Urquiza, S., y de Vedia, L., Analisis térmico en soldadura por fricción. *Mecánica Computacional*, 24:2781–2793, 2005.
- Santiago, D., Lombera, G., Urquiza, S., Cassanelli, A., y de Vedia, L., Numerical modeling of joints welded by “friction stir welding” process. *Material Research*, 7:569–574, 2004.
- Sellars, C.M., and McG Tegart, W.J., La relation entre la résistance et la structure dans la deformation à chaud. *Memories Scientifiques Rev. Métalurg.*, 63:731–746, 1966.
- Song, M., and Kovacevic, R., Thermal modeling of friction stir welding in a moving coordinate system and its validation. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43:605–615, 2003.
- Ulysse, P., Three-dimensional modeling of the friction stir-welding process. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 42:1549–1557, 2002.
- Zhu, X.K., and Chao, Y.J., Numerical simulation of transient tempeature and residual stresses in friction stir welding of 304L stainless steel. *Journal of Material Processin Technology*, 146:263–272, 2004.
- Zienkiewicz, O.C., and Taylor, R.L., *The finite element method*, volumen I. Mc Graw Hill, 1989, y volumen II, McGraw Hill, 1991.