

ESTUDIO DE LA DINÁMICA NO LINEAL DE UN ROTOR SOPORTADO POR COJINETES DE ANILLO FLOTANTE

Rafael O. Ruiz y Sergio E. Díaz

*Laboratorio de Dinámica de Máquinas, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela,
rruiz@usb.ve, <http://www.ulab.usb.ve/ldm>*

Palabras Claves: Cojinetes de Anillo Flotante, Análisis no Lineal, Rotodinámica.

Resúmen. La demanda de motores con mayor potencia de salida y mejor eficiencia ha obligado al desarrollo de dispositivos auxiliares tales como los turbocargadores. En pequeños turbocargadores, el comportamiento del rotor es complejo debido a que ellos usan cojinetes de anillo flotante o FRB (según sus siglas en inglés) que tienen dos películas hidrodinámicas de aceite en serie en cada soporte. Es imposible para los métodos de análisis lineales obtener la respuesta del sistema satisfactoriamente, ya que las fuerzas ejercidas por los FRBs sobre el rotor son no-lineales. Las aproximaciones empíricas son usadas, pero los repetidos experimentos son costosos y consumen mucho tiempo. El trabajo consistió en elaborar una herramienta computacional, que realice análisis y diseño rotodinámicos de sistemas no-lineales. Se ejecutaron pruebas computacionales con un modelo simple y un modelo complejo del rotor junto con un modelo analítico aproximado y un modelo en elementos finitos de los FRBs, variando los parámetros de control. De esta manera se ejecutaron diversas pruebas computacionales de las cuales se obtuvieron los datos necesarios para elaborar las gráficas de las trayectorias, diagramas de bifurcación y mapas de Poincaré. Al analizar las gráficas se pudo corroborar que los sistemas rotor-cojinetes de anillo flotante son problemas dinámicos rígidos, además de ser sistemas no-lineales que presentan complejos comportamientos caóticos. El sistema conformado por el modelo simple presenta comportamiento caótico en mayor proporción que lo hace el modelo complejo. Los sistemas con desbalances aplicados simultáneamente a todos los rodets del rotor sin desfase tienden a ser más estables en comparación con los sistemas en los cuales los desbalances aplicados en los rodets están desfasados los cuales requieren de un mayor tiempo transitorio para alcanzar el estado estable.

1 INTRODUCCIÓN

La demanda de motores de automóviles con mayor potencia de salida y mejor eficiencia ha obligado al desarrollo de dispositivos auxiliares tales como los turbocargadores en la admisión de aire de los motores. Esto se logra por medio del suministro de una mayor cantidad de mezcla aire-combustible a los cilindros del motor que aquella tomada en condiciones normales. La alta eficiencia en un turbocargador es conseguida mejorando su diseño aerodinámico y reduciendo las pérdidas por fricción en los cojinetes. El cojinete de anillo flotante o FRB (según sus siglas en inglés) es una de las opciones más exitosas para los soportes del turbocargador. Este tipo de cojinetes de películas de fluido incrementa el ahorro de combustible y ha demostrado operar sobre un amplio rango de velocidades del rotor y condiciones de lubricación. Aún más importante, los FRBs son muy atractivos a la industria debido a su bajo costo de fabricación, fáciles de reemplazar, características de amortiguamiento intrínsecas y su tolerancia al aceite de motor como lubricante (Naranjo, 1999).

En pequeños turbocargadores, el comportamiento del rotor es particularmente complejo debido a que ellos usan cojinetes completamente flotantes o semi flotantes que tienen dos películas hidrodinámicas de aceite en serie en cada uno de los soportes. Las preguntas que se buscan resolver en el diseño son: ¿Es alcanzado un ciclo límite estable después de que la posición de equilibrio se convierte en inestable?, y de ser así, ¿es éste de una magnitud aceptable?. Es imposible para los métodos de análisis lineales dar una respuesta satisfactoria a estas preguntas, ya que a pesar de poder describir el movimiento del rotor por medio de un modelo lineal, las fuerzas ejercidas por los FRBs sobre el rotor son no-lineales (Wang y Noah, 1997). Las aproximaciones empíricas son usadas tanto para entender la compleja dinámica de la inestabilidad del rotor y los remolinos en el aceite, como también para generar datos para mejorar el diseño, pero los repetidos experimentos son costosos y consumen mucho tiempo.

La predicción exacta de la respuesta y vibración de un sistema rotor-cojinetes a lo largo de todo el rango de velocidad de rotación y sometido a diversas condiciones de operación, es esencial para lograr el diseño exitoso de un equipo rotativo de alta velocidad, como por ejemplo un turbocargador. Desafortunadamente, los estudios analíticos aproximados de los FRB son limitados. Sus características dinámicas superiores, las cuales han sido observadas experimentalmente, nunca fueron reveladas analíticamente hasta el trabajo de Chin-Hsiu y Rohde (1981). Además, la literatura existente no provee información referente al diseño de los soportes de FRB para rotores flexibles de alta velocidad.

El estudio de los FRBs es de gran importancia para ingenieros y científicos encargados de diseñar y analizar los sistemas rotor-cojinetes debido a los complejos e impredecibles comportamientos que presentan, así como también para los investigadores que encuentran en estos componentes un sin fin de temas teóricos a desarrollar en sus respectivos trabajos. Con el presente trabajo se espera establecer una relación entre los parámetros de diseño y operación de los sistemas rotor-cojinetes y los umbrales de estabilidad e inestabilidad del sistema.

Las primeras nociones sobre el uso de los FRBs fueron en camiones (el vehículo Leyland 5411) suplidos a la fuerza aérea real durante la primera guerra mundial. En 1912 estos pequeños vagones usaron FRBs en los ejes de sus ruedas como cojinetes soportes (Naranjo, 1999). A continuación una serie de trabajos teóricos y experimentales que se han realizado en relación con el tema aquí presentado.

Orcutt y NG (1968), proporcionó algunos datos de diseño teóricos y resultados experimentales, incluyendo el estado estable y las propiedades de carga dinámicas, para el

cojinete de anillo flotante cilíndrico con suministro de lubricante presurizado.

Tanaka y Hori (1972) presentaron un estudio teórico y experimental para caracterizar la estabilidad de los cojinetes de anillo flotante usando el modelo de cojinetes de longitud infinitamente corta. El estudio de estabilidad fue presentado en términos de parámetros del rotor y cojinetes en vez de criterios simples tales como el número de Sommerfeld.

Childs et al. (1977) desarrollaron descripciones analíticas para cojinetes hidrodinámicos de simetría circunferenciales, los cuales son adecuados para usar en análisis rotodinámicos. Específicamente, una descripción que define el vector de reacción del cojinete como una función de los vectores de posición y velocidad del rotor en el lugar donde se encuentra el cojinete.

Chin-Hsiu y Rohde (1981) estudiaron el problema transitivo, en el cual las ecuaciones de movimientos para el sistema de cojinetes son integradas en tiempo real. Obtuvieron de esta manera cuantitativa información relacionando el tamaño de los ciclos límites con los parámetros de diseño de los cojinetes.

Chin-Hsiu (1982) presentó un método computacional y análisis general para calcular la respuesta desbalanceada y autoexcitada de sistemas rotor-cojinetes de alta velocidad. El análisis se aplicó al cálculo de la respuesta transitoria de un rotor soportado por dos cojinetes de anillo flotante. En el análisis se incluyó los momentos giroscópicos del rotor así como la flexibilidad del eje.

Born (1987) demostró como el incremento del peso de la turbina, debido al 40% de incremento en la capacidad de flujo, influye en la estabilidad dinámica del sistema rotor-cojinetes. También demostró como la estabilidad puede ser mejorada por medio de optimizar parámetros importantes del cojinete de anillo flotante y aplicar diferentes diseños de cojinetes.

Chen et al. (1993) investigaron el movimiento no-sincrónico de un rotor rígido sobre sistemas amortiguados debido al aplastamiento de las películas de fluido, sin soportes de resortes y sometido a cargas unidireccionales y desbalanceadas. Emplearon el método del balanceo armónico y la integración de Runge-Kutta de cuarto orden para obtener la respuesta desbalanceada y la estabilidad asintótica de las soluciones de equilibrio del balanceo armónico siendo determinadas por la teoría de Floquet.

Sundarajan (1996) presentó una nueva aproximación para tratar con sistemas de orden grande con no-linealidades locales. Usó una formulación en elementos finitos para derivar los sistemas matriciales de masa, amortiguamiento y rigidez reduciendo el número total de grados de libertad del sistema usando un modelo de procedimiento de modos reales de interfaces fijas denominado como síntesis de componentes modales.

Naranjo (1999) identificó los parámetros físicos fundamentales que afectan el desempeño dinámico de un rotor soportado en cojinetes de anillo flotante a partir de medidas de la respuesta del rotor a masas calibradas desbalanceadas. Desarrolló experimentos en un banco de prueba para medir el umbral de inestabilidad del sistema, la amplitud del ciclo límite y el rango de las frecuencias a las que ocurren remolinos como una función de la carga sobre el cojinete, el desbalance del rotor y la velocidad de giro del rotor.

2 MODELO DEL ROTOR

A continuación se describen los modelos utilizados para representar el rotor. El primero es el denominado “modelo puntual”, consiste en modelar un rotor que concentra toda su masa en un punto central sostenido por dos cojinetes de anillo flotante. El modelo no considera la amortiguación, rigidez ni efectos giroscópicos del rotor, de tal modo que sólo se considera el primer modo de vibración de cuerpo rígido (cilíndrico) del rotor para describir su

movimiento, tanto en la dirección “x” como en la dirección “y”. Este modelo será desarrollado con el fin de obtener la respuesta del sistema, sólo bajo el efecto no-lineal de los cojinetes. El segundo modelo, denominado “modelo completo”. es basado en un esquema de elementos finitos, con el cual se busca agrupar todas las características posibles del sistema rotor-cojinetes, a fin de que las simulaciones sean lo más parecido posible a la realidad. Dicho modelo, consiste en un rotor discretizado en 21 elementos, lo que implican 22 nodos de trabajo con 4 grados de libertad cada uno, para un total de 88 grados de libertad. Para este caso se considerarán la rigidez y los efectos giroscópicos del rotor, mientras que la amortiguación interna o histerética no será considerada. En la Figura 1, se puede apreciar el esquema del “modelo puntual” y el esquema del “modelo completo”, ambos desarrollados para un mismo rotor.

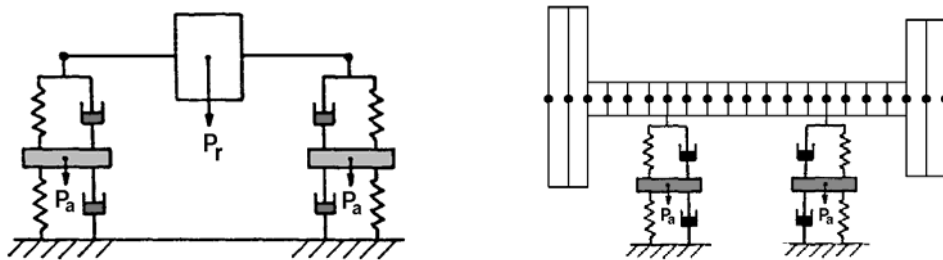


Figura 1: Modelo Puntual (izquierda) y Modelo Completo (derecha).

2.1 Modelo del Rotor Como Masa Puntual (Modelo Puntual)

Para obtener las ecuaciones de movimiento del “modelo puntual” del sistema rotor-cojinetes, recurrimos a un diagrama de cuerpo libre de cada una de las componentes del sistema. De esta forma y utilizando la ecuación de movimiento fundamental de la dinámica, podemos obtener la Ecuación 1 y 2, las cuales rigen el movimiento del “modelo puntual”. Siendo “ m_r ” la masa de rotor, “ m_a ” la masa del anillo, “ X_r ” y “ Y_r ” las coordenadas de la posición del rotor, “ X_a ” y “ Y_a ” las coordenadas de la posición del anillo, las matrices M , C y K corresponden a la matriz de inercia, amortiguación y rigidez del rotor, el vector $f(t)$ contiene las excitaciones externas al sistema (Fuerzas de desbalance) y el vector $f_c(t)$ contiene las fuerzas ejercidas por los cojinetes de anillo flotante.

$$[\mathbf{M}] \cdot \{\mathbf{q}\} + [\mathbf{C}] \cdot \{\dot{\mathbf{q}}\} + [\mathbf{K}] \cdot \{\mathbf{q}\} = \{\mathbf{f}(t)\} + \{\mathbf{f}_c(t)\} \quad (1)$$

$$\{\mathbf{q}\} = \begin{Bmatrix} X_r \\ Y_r \\ X_a \\ Y_a \\ \phi_a \end{Bmatrix} \quad [\mathbf{M}] = \begin{Bmatrix} m_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_a \end{Bmatrix} \quad [\mathbf{C}] = [\mathbf{K}] = [\mathbf{0}] \quad (2)$$

2.2 Modelo en Elementos Finitos del Rotor (Modelo Completo)

Dicho modelo, consiste en un rotor modelado con la técnica de elementos finitos (Oliveras, 1995). Las ecuaciones pueden ser escritas de forma matricial como muestra la Ecuación 3.

$$[M] \cdot \{\dot{u}\} + [C] \cdot \{\dot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = -[G_r] \cdot \{\dot{u}\} + \{f_c(t)\} + \{f(t)\} \quad (3)$$

Donde las matrices M , C y K corresponden a la matriz de inercia, amortiguación y rigidez del rotor. La matriz G_r toma en cuenta los efectos giroscópicos, el vector $f(t)$ son las excitaciones externas al sistema (Fuerzas de desbalance) y el vector $f_c(t)$ son las fuerzas ejercidas por los cojinetes de anillo flotante. El vector $\{u\}$ contiene las coordenadas de traslación y rotación de cada nodo. A pesar que la cantidad de grados de libertad del modelo rotodinámico que se está utilizando lo hace manejable a nivel de tiempo de ejecución, es necesario reducir en lo posible dicho tiempo a fin de permitir la realización de un número suficiente de simulaciones con el proposito de realizar una investigación confiable. Para ello se aplicó la técnica de reducción modal. Para la aplicación de la técnica de la reducción modal se decidió incluir dentro de las coordenadas maestras, las posiciones en las direcciones “x” y “y” del rotor donde están ubicados los cojinetes de anillo flotante, lo cual incluye en el sistema a resolver los dos modos de vibración de cuerpo rígido en las direcciones “x” y “y”. Luego de tomar en cuenta estas consideraciones se reacomoda el vector $\{u\}$, de tal manera que queden las coordenadas maestras en el tope del vector y las coordenadas restantes o esclavas a continuación de las maestras, así mismo hay que reacomodar las matrices de inercia, rigidez y efectos giroscópicos y al vector de fuerzas, tal como se puede apreciar en la Ecuación 4.

$$\{u^*\} = \begin{Bmatrix} \{x_m\} \\ \{y_m\} \\ \{x_s\} \\ \{\theta_y\} \\ \{y_s\} \\ \{\theta_x\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{u_m\} \\ \{u_s\} \end{Bmatrix} \quad \begin{aligned} [M^*] &\approx [M] \\ [K^*] &\approx [K] \\ [G^*] &\approx [G] \\ \{F^*\} &\approx \{F\} \end{aligned} \quad (4)$$

$$[M^*] \cdot \{\dot{u}^*\} + [K^*] \cdot \{u^*\} = -[G_r^*] \cdot \{\dot{u}^*\} + \{f_c(t)^*\} + \{f(t)^*\} \quad (5)$$

Una vez que se reacomodan los vectores y matrices de la ecuación de movimiento se puede obtener la Ecuación 5. Luego, resolviendo el problema de autovalores, se obtienen los autovectores correspondientes, de los cuales se seleccionarán los modos de vibración que se han escogido. La Ecuación 6 muestra la matriz modal.

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} [\Phi_m] \\ [\Phi_s] \end{bmatrix} \quad (6)$$

Aplicando la aritmética básica correspondiente a la técnica de reducción modal se obtienen las nuevas matrices y vectores que se pueden apreciar en la Ecuación 7 a la Ecuación 10. La Ecuación 11 conforma la nueva ecuación de movimiento.

$$[M_R] = [\Phi]^T \cdot [M^*] \cdot [\Phi] \cdot [\Phi_m]^{-1} \quad (7)$$

$$[G_R] = [\Phi]^T \cdot [G_R^*] \cdot [\Phi] \cdot [\Phi_m]^{-1} \quad (8)$$

$$[K_R] = [\Phi]^T \cdot [K^*] \cdot [\Phi] \cdot [\Phi_m]^{-1} \quad (9)$$

$$\{F_R\} = [\Phi]^T \cdot \{\{F^*\} + \{F_C^*\}\} \quad (10)$$

$$[M_R] \cdot \{\dot{u}_m^*\} + [K_R] \cdot \{u_m^*\} = -[G_R] \cdot \{\dot{u}_m^*\} + \{F_R\} \quad (11)$$

3 MODELO DE LOS COJINETES DE ANILLO FLOTANTE

Una vez construidos los modelos (puntual y completo) del sistema rotor-cojinetes, podemos apreciar que están ligeramente incompletos, ya que falta acoplar un modelo que describa las fuerzas que ejercen los cojinetes de anillo flotante sobre el rotor.

La Figura 2 es una representación esquemática de un cojinete de anillo flotante (*FRB*). El lubricante suministrado entra a través de la alimentación del cojinete hacia la película exterior y pasa a través de pequeños orificios alrededor del anillo circunferencial, y de esta manera llena la película interna. La presencia de las dos películas de aceite permite al cojinete operar bajo condiciones de enfriamiento; pero lo que es más importante, provee mejor disipación de la energía del sistema rotor-soportes que los cojinetes cilíndricos. A medida que el rotor da vuelta, el esfuerzo de corte del fluido viscoso sobre la superficie del rotor disminuye debido al movimiento relativo con respecto a la cara interna del anillo, y como consecuencia se obtiene una reducción en la pérdida de potencia en los sistemas rotor-*FRB*.

$$\frac{\partial}{\partial t} \{h\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{U}{2} \cdot h \right\} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{h^3}{12 \cdot \mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{h^3}{12 \cdot \mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \right\} \quad (12)$$

$$0 \leq x \leq 2 \cdot \pi \cdot R \quad -\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2} \quad (13)$$

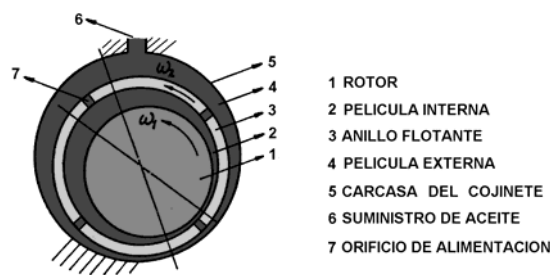


Figura 2: Esquema de un cojinete de anillo flotante.

El modelo matemático del cojinete de anillo flotante es basado en la suposición de un fluido incompresible e isoviscoso. También se asume un fluido newtoniano de espesor pequeño y sin deslizamiento entre el fluido y las paredes, obteniendo así la ecuación clásica de Reynolds. La Ecuación 12 y 13 describen el flujo en la película de aceite del cojinete. Donde R es el radio del cojinete, L es la longitud del cojinete, x z son las coordenadas locales del cojinete en la superficie del cojinete, h es el espesor de la película. U es la velocidad de rotación de la superficie del rotor ($U = R \cdot \Omega$) y μ es la viscosidad del lubricante. Es importante

destacar que existe una ecuación para la película interna y otra para la película externa.

Las fuerzas que ejerce el fluido sobre el rotor fueron modeladas a partir de la solución de la Ecuación 12. Es conocido que la Ecuación de Reynolds tiene solución analítica cuando consideramos un cojinete infinitamente angosto o infinitamente largo. El modelo estudiado toma una ponderación de ambas soluciones analíticas para estimar una solución para cojinetes de longitud finita. Este modelo fue desarrollado por Childs et al. (1977), y en el presente trabajo se le hará referencia como el “Modelo Analítico de Cojinetes”.

4 ESQUEMA NUMÉRICO

Se realizaron varias pruebas preliminares, de las cuales, el método con mejores resultados obtenidos en cuanto a velocidad de ejecución fue el método de Runge-Kutta-Trapezio. Para obtener la solución del problema, primero se debe seleccionar una velocidad y una posición inicial del rotor, luego se resuelve la Ecuación 12 (por el “Modelo Analítico de Cojinetes”) para las dos películas de lubricante, con los perfiles de presiones arrojados se procede a integrarlos con el fin de obtener las fuerzas dinámicas resultantes, dichas fuerzas deben ser colocadas en el modelo del rotor (“Modelo Puntual” o “Modelo Completo”), para luego resolverla en un paso de tiempo determinado, obteniendo así los nuevos valores de la posición del rotor y comenzar de nuevo la iteración.

5 RESULTADOS

Se elaboraron algunos diagramas de bifurcación del rotor en el cojinete izquierdo, teniendo como variables de control a la velocidad de giro del rotor y el desbalance del mismo.

5.1 “Modelo Puntual” y “Modelo Analítico de Cojinetes”

Al analizar los diagramas de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor plasmados en las Figuras 3 y 4, se pueden apreciar varios hechos interesantes en general. Primero, al fijar el valor de la velocidad de giro del rotor y variar la excentricidad del desbalance del rotor tienden a aparecer comportamientos caóticos en mayor proporción que cuando se fija la excentricidad del desbalance del rotor y se varía la velocidad de giro del rotor. Segundo, cuando se varía la excentricidad del desbalance del rotor, los comportamientos casi-periódicos suelen aparecer a valores intermedios, es decir, para valores inferiores y superiores el comportamiento tiende a ser caótico. Tercero, los comportamientos casi-periódicos tienden a aparecer cuando el parámetro de control es la excentricidad del desbalance del rotor. Cuarto, bajas velocidades de rotación y altas excentricidades de desbalance llevan al sistema a comportarse de forma lineal.

5.2 “Modelo Completo” y “Modelo Analítico de Cojinetes”

Ya se han hecho las pruebas computacionales con el “modelo puntual” en los cuales se buscaba aislar el efecto de los cojinetes. Ahora, el siguiente paso lógico es realizar las pruebas computacionales sobre el “modelo completo”. Si se realiza un análisis comparativo entre los diagramas de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor en el cojinete izquierdo de este sistema (Figuras 5 y 6) con respecto a los homólogos para el sistema analizado en la sección 5.1 (Figuras 3 y 4) se puede apreciar en algunos de ellos similitudes como las que presentan la Figura 4a y la Figura 6a, en las cuales el movimiento comienza siendo periódico de período uno, pero que luego pasa a transformarse en un movimiento casi-periódico. Pero también existen diferencias, por ejemplo en la figura 3 se puede observar como el sistema se vuelve casi-periódico a medida que se aumenta la velocidad, por el contrario la figura 5 muestra un comportamiento casi-periódico para el rango de velocidades estudiado.

Ahora bien, realizando un análisis global de los resultados de las pruebas computacionales llevados a cabo con el presente sistema, se puede notar que ha habido una merma en los comportamientos caóticos, caracterizados por movimientos periódicos (líneas) que sufren múltiples bifurcaciones y atractores (diagramas de diversas densidades tendiendo a concentrarse hacia un punto) y los pocos presentes son de poca complejidad, mientras que hay una mayor presencia de comportamientos casi-periódicos (diagramas de una densidad homogénea exceptuando en los extremos superior e inferior). Este hecho tal vez se deba a que en el presente sistema se esté considerando los efectos giroscópicos y de flexibilidad del rotor, lo que puede estar restando las posibilidades a que se desarrollen las condiciones físicas necesarias para que aflore el comportamiento no-lineal.

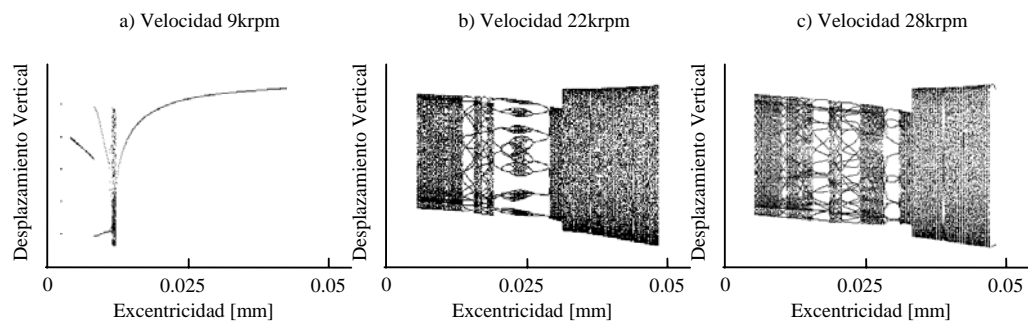


Figura 3: Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del cojinete izquierdo, con excentricidad como parámetro de control. ("Modelo Puntual")

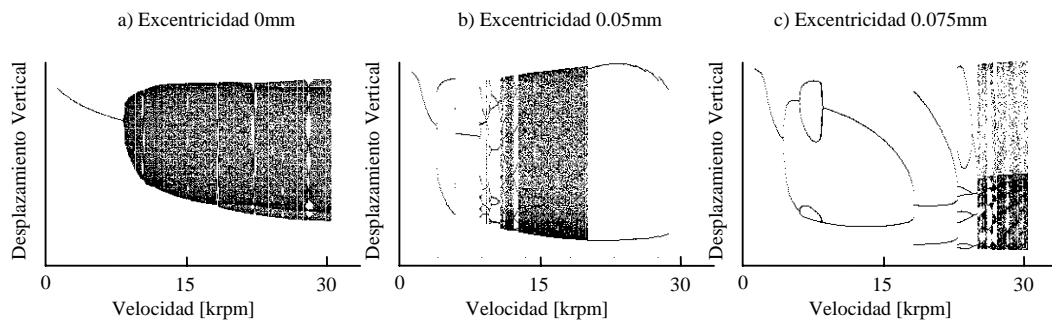


Figura 4: Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del cojinete izquierdo, con velocidad como parámetro de control. ("Modelo Puntual")

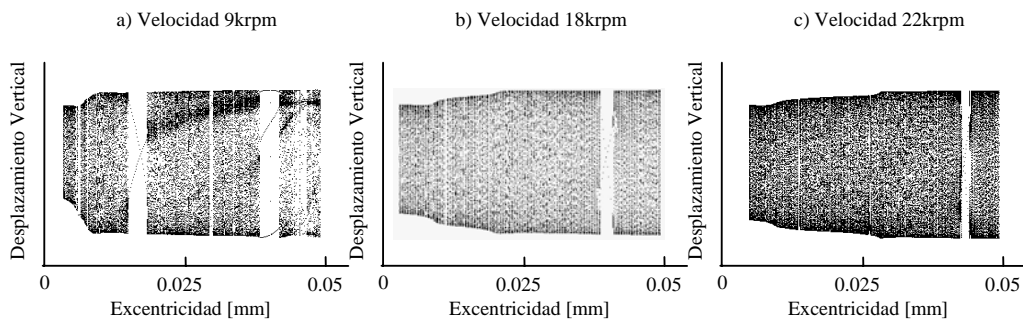


Figura 5: Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del cojinete izquierdo, con excentricidad como parámetro de control. ("Modelo Completo")

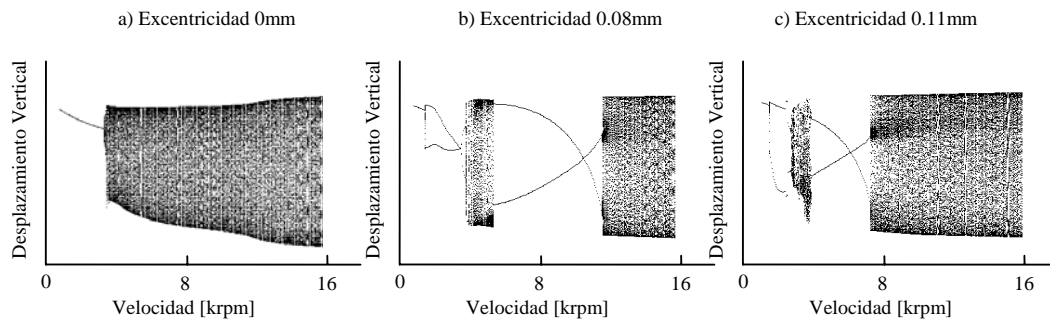


Figura 6: Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del cojinete izquierdo, con velocidad como parámetro de control. ("Modelo Completo")

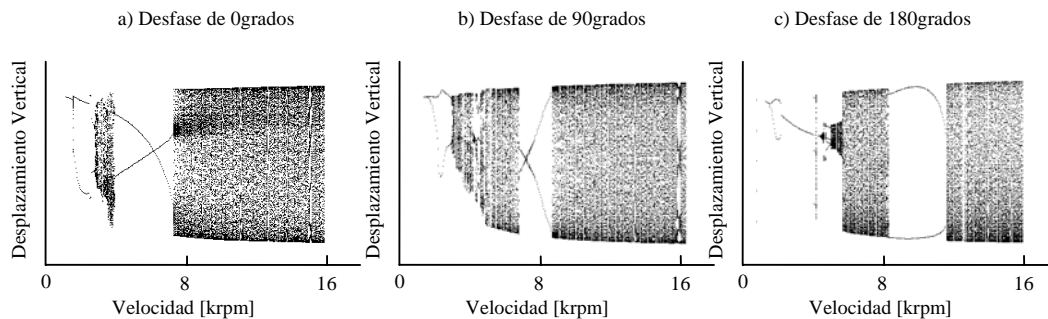


Figura 7: Diagrama de bifurcación del desplazamiento vertical del cojinete izquierdo, con velocidad como parámetro de control. Para una excentricidad de 0.11mm. ("Modelo Completo")

Adicionalmente se practicaron pruebas computacionales aplicando diversos desfases entre los desbalances de los rodets. Entre las pruebas computacionales realizadas tenemos: pruebas sin desfase entre el desbalance de los dos rodets (Figura 7a), pruebas con desfase entre el desbalance de los dos rodets de 90° (Figura 7b); y pruebas con desfase entre el desbalance de los dos rodets de 180° (Figura 7c). Estas figuras representan el desplazamiento vertical del rotor en el cojinete izquierdo en un barrido de velocidades de giro. Cuando no existe desfase entre las masa de excentricidad de cada rodete se induce en el rotor un modo de vibración cilíndrico, cuando el desfase es de 180 grados se induce en el rotor un modo de vibración cónico. Al incluir desbalances desfasados en las pruebas computacionales llevadas a cabo subsecuentemente, se pudo observar un incremento de aproximadamente el 50% del tiempo requerido para obtener una respuesta estable en comparación con las pruebas computacionales practicadas anteriormente, o sea, que el desfase entre las fuerzas de excitación de los rodets hace un sistema con mayor inestabilidad. Sin embargo, en los diagramas de bifurcación del desplazamiento vertical del rotor en el cojinete izquierdo elaborados fijando la excentricidad del desbalance del rotor y variando gradualmente la velocidad de giro del rotor (variable de control) (Figura 7), se puede ver que en general presentan movimientos lineales. Todos los diagramas comienzan con movimientos periódicos de período uno, que luego desembocan en movimientos casi-periódicos con pequeñas intermitencias a movimientos periódicos de período dos. Esto se puede apreciar en su totalidad en la Figura 7c. Para el caso en estudio los desfases de las excitaciones tienden a favorecer el comportamiento caótico.

6 CONCLUSIONES

Los sistemas rotor-cojinetes de anillo flotante demostraron ser problemas dinámicos rígidos que presentaron comportamientos inestables a valores de tamaño de paso no muy grandes. También probaron ser sistemas no-lineales al presentar complejos comportamientos caóticos evidenciados en algunos de los diagramas de bifurcación presentados en este trabajo.

La técnica numérica en dominio de tiempo de resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias “trapecio”, comprobó ser una poderosa herramienta a la hora de tratar con sistemas dinámicos rígidos. Las pruebas computacionales a desarrollar con las técnicas y criterios aquí presentados, deben ser realizadas sobre un sistema que contenga la mayor complejidad posible a fin de lograr respuestas más realistas.

Los sistemas en donde se aplican desbalances simultáneos a todos los rodets del rotor sin desfase tienden a ser sistemas más estables en comparación con los sistemas en los cuales los desbalances aplicados en los rodets están desfasados, requiriendo de un mayor tiempo transitorio para alcanzar el estado estable. Esto también está ligado al hecho de que en estos sistemas con desfase el comportamiento caótico tiene una mayor incidencia.

La dinámica de los sistemas presentados demostró ser dependiente de las variables de control (velocidad de giro y excentricidad del desbalance del rotor), exhibiendo cambios entre comportamientos lineales, casi-periódicos y caóticos.

REFERENCIAS

- Born, H. R., Analytical & Experimental Investigation of the Stability of the Rotor-Bearing System of a New Small Turbocharger, *ASME Gas Turbine Conference and Exhibition*, Anaheim, California, 1-10, 1987.
- Chen, P. Y. P., Hahn, E. J. y Wang, G. Y., Subharmonic Oscillations in Squeeze Film Damped Rotor Bearing Systems without centralizing Springs, *ASME International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, Cincinnati, Ohio, 1-7, 1993.
- Childs, D., Moes, H. y van Leeuwen, H., Journal Bearing Impedance Descriptions for Rotordynamic Applications, *Journal of Lubrication Technology*, F, **2**, 198-214, 1977.
- Chin-Hsiu, L. y Rohde, S. M., On the Steady State and Dynamic Performance Characteristics of Floating Ring Bearing, *Journal of Lubrication Technology*, **103**, 389-397, 1981.
- Chin-Hsiu, L., Dynamics of Rotor Bearing Systems Supported by Floating Ring Bearing, *Journal of Lubrication Technology*, **104**, 469-477, 1982.
- Naranjo, J.E., *Imbalance Response of a Rotor Supported on a Floating Ring Fluid Film Bearing*, Texas, Submitted to the Office of Graduate Studies of Texas A&M University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science, 1999.
- Oliveras M., J., *Modelaje de Sistemas Rotor-Soportes para el Cálculo de Respuestas Forzadas en Máquinas Rotativas*, Caracas, Trabajo de Ascenso para optar a la clasificación de Profesor Titular - Universidad Simón Bolívar, 1995.
- Orcutt, F. K. y NG, C. W., Steady-State and Dynamic Properties of the Floating-Ring Journal Bearing, *Journal of Lubrication Technology*, **90**, 243-253, 1968.
- Sundarajan, P., *Response and Stability of Nonlinear Rotor Bearing Systems*, Texas, Submitted to the Office of Graduate Studies of Texas A&M University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 1996.
- Tanaka, M. y Hori, Y., Stability Characteristics of Floating Bus Bearings, *Journal of Lubrication Technology*, **94**, 248-259, 1972.
- Wang, X. y Noah, S. T., *Quasi-Periodic Response of a simplified Turbocharger Rotor System*, Texas A&M University, (Texas), 1-24, 1997.