

PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HORMIGÓN DURANTE EL PROCESO DE FRAGUADO Y ENDURECIMIENTO

Tomás Prato*, Miguel Cervera⁺ y Javier Oliver⁺

* UPC, Barcelona, España – SETEC, Córdoba, Argentina

⁺ UPC, Barcelona, España

RESUMEN

Durante las últimas décadas se han realizado numerosos avances con el objetivo de acelerar el proceso de construcción de las obras civiles de hormigón. Este proceso de aceleración puede provocar un aumento del riesgo a fisuración de la estructura, disminuyendo así sus niveles de seguridad y vida útil. La resistencia a compresión es el parámetro más utilizado en la práctica para la caracterización mecánica del hormigón. Otras propiedades de importancia tales como la resistencia a tracción y el módulo elástico se estiman a partir de la misma. Es por esto que la correcta predicción de este valor durante el proceso de construcción es de vital importancia a la hora de evaluar la respuesta tensional de la estructura y poder así cuantificar los riesgos de fisuración a los que puede verse sometida. Numerosas investigaciones han demostrado que los modelos basados en el concepto de madurez son incapaces de predecir correctamente la evolución de la resistencia a compresión del hormigón. En este trabajo se hace una revisión crítica del concepto de madurez y se propone al grado de envejecimiento, como variable alternativa capaz de representar la influencia de la temperatura en la evolución de las propiedades mecánicas a corto y largo plazo. Con el objeto de validar el modelo de envejecimiento propuesto se presenta una comparación entre resultados experimentales y numéricos para ensayos en condiciones isotérmicas.

INTRODUCCIÓN

La predicción de la evolución de las propiedades mecánicas durante el proceso de fraguado y endurecimiento puede ser una herramienta muy útil a la hora de definir el programa de construcción de algunas obras civiles. La práctica de la ingeniería de obras civiles demuestra que la predicción del valor de la resistencia a compresión *in situ* tiene un interés relevante a la hora de definir, por ejemplo, el cronograma de desencofrado o el plan de pretensados. Es práctica común utilizar el concepto de madurez como variable que indica el grado de avance de la reacción de hidratación del cemento y, por ende, de la ganancia de resistencia mecánica. Sin embargo, en los últimos años se ha demostrado que la temperatura de curado del material puede influir en gran medida tanto en la evolución como en el valor final de la resistencia del hormigón. Este fenómeno no puede tenerse en cuenta a través del concepto de madurez ya que afecta directamente a la cinética de la reacción de hidratación. Este es el motivo por el cual se han desarrollado recientemente diversos modelos que permiten tener en cuenta todos los efectos de la temperatura de curado sobre la evolución de la resistencia a compresión.

A continuación se presenta una revisión crítica del concepto de madurez y grado de hidratación asociado. Posteriormente, se presenta una modificación de los modelos de envejecimiento clásicos que consiste en definir una nueva variable, denominada *grado de envejecimiento*, que permite tener en cuenta la influencia de la temperatura de curado sobre la evolución y el valor final de la resistencia a compresión.

MADUREZ Y GRADO DE HIDRATACIÓN

El efecto combinado del tiempo y la temperatura de curado sobre la evolución de la resistencia del hormigón, ha sido ampliamente estudiado durante las últimas décadas. El primer modelo matemático fue presentado por Saúl (1951), basándose en los trabajos de McIntosh (1949) y Nurse (1949). Saúl, introduce el concepto de madurez definiéndolo como

$$\mu_t = \sum_0^t (T - T_0) \Delta t \quad (1)$$

en donde μ_t es la madurez, ΔT es el intervalo de tiempo, T es la temperatura media en el intervalo de tiempo ΔT , y T_0 es el punto de congelación del agua, 0°C .¹⁶ De esta manera, se propone que el tiempo y la temperatura por encima de los 0°C tienen igual influencia sobre la ganancia de resistencia. Saúl, sostiene que existe una relación directa entre la madurez y la resistencia a compresión, a partir de la cual defiende que; *dos hormigones (a igualdad de tipo y cantidad de cemento, y tipo y cantidad de agregados) con diferentes edades pero con igual madurez tienen la misma resistencia, independientemente de la historia de temperaturas sufrida durante el proceso de curado.*

La primera modificación a la definición de madurez fue propuesta por Bergström (1953), sugiriendo que T_0 fuese de -10°C . Esto se debe a que la Ec. 1 subestimaba el endurecimiento del hormigón a bajas temperaturas. Posteriormente, Rastrup (1954) propuso el concepto de edad equivalente, como manera alternativa de abordar los efectos combinados de temperatura y tiempo. La edad equivalente se define como el tiempo necesario para que un hormigón, curado a una temperatura de referencia, alcance la misma madurez que ese mismo hormigón sometido a una historia de temperatura dada. Esto, matemáticamente se expresa de la siguiente manera

$$t_{eq} = \frac{\sum_0^t (T - T_0) \Delta t}{(T_{ref} - T_0)} \quad (2)$$

El paso siguiente en la evolución del concepto de madurez fue dado por Copeland, Kantro y Verbeck (1962). Estos autores, demostraron que la reacción de hidratación se ve acelerada por el aumento de la temperatura, y propusieron modelar la tasa de hidratación del cemento a través de una expresión del tipo de Arrhenius, de la forma

$$\mu_t = A \sum_0^t e^{-\frac{E_a}{RT}} \Delta t \quad (3)$$

donde A es una constante conocida como factor de frecuencia, E_a es la energía de activación y R es la constante universal de los gases. La Ec.3 puede escribirse en forma diferencial como

$$\dot{\mu}_t = e^{-\frac{E_a}{RT}} \quad (4)$$

A partir de la introducción de este concepto, se han realizado numerosas modificaciones de la Ec.3 para mejorar la descripción matemática de la evolución de la resistencia a compresión. Así lo reflejan las modificaciones al concepto de madurez propuestas por Carino (1981), Chengju (1989), Oloukom et al. (1990) y Kjellsen (1993).

A la vista de lo expuesto con anterioridad, conviene remarcar que no existe un acuerdo general sobre cuáles deben ser y cómo utilizar las funciones de madurez para representar la evolución de la resistencia a compresión del hormigón. Desde el punto de vista ingenieril, lo que interesa, es contar con un parámetro que represente el grado de avance de la reacción para poder así predecir la resistencia del hormigón. En este trabajo se utiliza el grado de hidratación, ξ , con este objetivo. Sin embargo, se propone alternativamente un concepto nuevo denominado *grado de envejecimiento*, que permite (a través de una única variable) definir la resistencia del material, teniendo en cuenta también las condiciones de curado y la historia de temperatura.

A continuación, se presentan algunas de las definiciones del grado de hidratación encontradas en la literatura. La hidratación del cemento es una reacción química que involucra varias sub-reacciones que interactúan entre sí. Para evaluar el avance de dichas reacciones, se utiliza generalmente una única variable denominada *grado de hidratación*. Resulta difícil dar una definición de esta variable. Para van Breugel, la definición del estado final de hidratación es trivial, ya que se alcanza cuando todo el cemento ha reaccionado. Aunque conceptualmente simple, en la práctica este estado no es fácil de determinar, particularmente en materiales policristalinos como el cemento. Es importante recalcar que los diferentes constituyentes del cemento hidratan a velocidades diferentes y cada componente libera diferentes calores de hidratación, consumiendo diferentes cantidades de agua. A pesar de todas las dificultades enumeradas, van Breugel define el grado de hidratación como el cociente entre la cantidad de cemento que ha reaccionado a tiempo t , $cc(t)$, y la cantidad original de cemento cc_0 , de la forma $\xi(t) = cc(t)/cc_0$. Sin embargo, determinar la cantidad de cemento hidratado no es tarea fácil de realizar. Una manera de solucionar este problema consiste en medir la cantidad no hidratada de cemento, $ccn(t)$, con lo que el grado de hidratación se define como $\xi(t) = 1 - ccn(t)/cc_0$.

En un estudio termo-mecánico del hormigón en primeras edades presentado por de Borst (1994) se define el grado de hidratación, $\xi(t)$ como el cociente entre el calor generado a tiempo t , $Q(t)$, y el calor generado a tiempo infinito en condiciones ideales, \bar{Q}_∞ , de acuerdo a $\xi(t) = Q(t)/\bar{Q}_\infty$.

Bazant (1989), propone una relación denominada fracción sólida, $\nu_t(t)$, relacionada con la formación de geles de cemento sólido, bajo la hipótesis de que la densidad de los hidratos es constante en función del tiempo y que el cambio de las propiedades mecánicas se modela a través del cambio en las concentraciones de los constituyentes básicos, esto es $\nu_t(t) = V(t)/V_\infty$, donde $V(t)$ es el volumen efectivo de constituyentes solidificados a tiempo t , y V_∞ es el volumen final de los constituyentes solidificados cuando la reacción se ha completado.

En trabajos publicados posteriormente por Ulm y Coussy (1995), se demuestra que la fracción sólida definida por Bazant es equivalente al grado de hidratación. Por su parte, estos autores definen el grado de hidratación como la relación entre la amplitud de hidratación a tiempo t , χ , y la amplitud de hidratación al final de la reacción, χ_∞ , esto es $\xi(t) = \chi(t)/\chi_\infty$.

Cabe aclarar que la variable χ está relacionada con la cantidad de agua que ha pasado de un estado libre a uno combinado con la fase sólida, por lo que el grado de hidratación en este caso está asociado a la relación entre el agua que ha reaccionado y la cantidad total de agua que reacciona.

En el presente trabajo el grado de hidratación se define como⁴

$$\xi = \chi/\bar{\chi}_\infty \quad (5)$$

donde χ es el número de moles de agua combinada por unidad de volumen y, $\bar{\chi}_\infty$ es el valor final de χ en condiciones ideales, es decir, con una relación agua/cemento (w/c) tal que se asegure la hidratación completa del cemento.

Nótese que las definiciones dadas por Ulm y Coussy y la dada por la Ec. 5 son similares pero no idénticas. En el primer caso el valor final del grado de hidratación es $\xi_\infty = 1$ y en el segundo $\xi_\infty \leq 1$. La definición 5 implica que la reacción de hidratación llega a su fin cuando: (i) con un contenido adecuado de agua libre en la mezcla, no queda más cemento para hidratar o, (ii) cuando con una cantidad insuficiente en la mezcla,

todo el agua libre ha sido consumida. Esta segunda situación es la más común en la práctica por lo que la definición dada por la Ec. 5 es un indicador más realista del grado de avance de la reacción.

Desde un punto de vista más fundamental, es evidente que el concepto de madurez tiene que estar relacionado con el concepto de grado de hidratación. Es fácil demostrar que la relación entre ambos viene definida por¹⁷

$$\frac{d\xi}{d\mu_t} = \tilde{A}_\xi(\xi) \exp\left(-\frac{E_a}{RT_{ref}}\right) = c_{ref} \tilde{A}_\xi(\xi) \quad (6)$$

donde c_{ref} es una constante y \tilde{A}_ξ es la afinidad química normalizada.¹⁷ Esta ecuación diferencial puede integrarse para obtener la relación entre madurez y grado de hidratación para un proceso de curado dado. Esto significa que, en general, cualquiera de las dos variables puede ser usada, indistintamente, en la definición de un modelo de envejecimiento, aunque el concepto de grado de hidratación está ligado a un marco termodinámicamente consistente y el concepto de madurez no.

Sin embargo, ni el grado de hidratación por sí mismo, ni, de forma alternativa, el concepto de madurez pueden determinar de forma unívoca el desarrollo de la resistencia para una mezcla dada. Esto se debe al papel determinante que la temperatura juega en el desarrollo de la resistencia a tempranas edades. Este tema se trata en detalle a continuación.

MODELO DE HIDRATACIÓN Y ENVEJECIMIENTO

Para representar la evolución de las propiedades mecánicas del hormigón durante el proceso de fraguado y endurecimiento es necesario contar por una parte, con un modelo que permita representar la evolución de la reacción de hidratación y por otra con un modelo que relacione la evolución de las propiedades mecánicas con el grado de avance reacción. Para describir la evolución de la hidratación del cemento se presenta un modelo termo-químico que utiliza al grado de hidratación como variable fundamental. Como se ha presentado en el apartado anterior este grado de hidratación se define como $\xi = \chi/\bar{\chi}_\infty$, donde χ es el número de moles de agua combinada por unidad de volumen y $\bar{\chi}_\infty$ es el valor final de χ con una relación agua/cemento (w/c) tal que se asegure la hidratación completa del cemento. En la práctica esta condición no se cumple, por lo que $\chi_\infty < \bar{\chi}_\infty$ y, entonces, $\xi_\infty < 1$. El valor final del grado de hidratación ξ_∞ es función de la relación w/c de la mezcla y puede ser estimado a partir de la misma.

Numerosos autores identifican la velocidad de liberación del calor con la velocidad de hidratación. En este caso, el grado de hidratación también puede ser definido como $\xi = Q/\bar{Q}_\infty$, donde \bar{Q}_∞ es la cantidad final de calor liberado en condiciones ideales. Esto es equivalente a suponer una dependencia lineal de la forma $Q(\xi) = Q_\xi \xi$, donde Q_ξ es el calor latente por unidad de amplitud de hidratación. En este trabajo se supone que Q_ξ es una propiedad constante del material.

Debido al carácter termoactivado de la reacción de hidratación del hormigón, la evolución del grado de hidratación puede definirse a través de una función de Arrhenius de la forma

$$\dot{\xi} = \tilde{A}_\xi(\xi) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \geq 0 \quad (7)$$

donde E_a es la energía de activación de la reacción y R es la constante universal de los gases. La relación E_a/R puede determinarse experimentalmente y varía entre 3.000 y 8.000 °K para el hormigón. La función $\tilde{A}_\xi(\xi)$ representa a la afinidad química normalizada, y caracteriza completamente la cinética de hidratación de una mezcla dada. Esta función también puede obtenerse experimentalmente a partir de un ensayo adiabático. En este trabajo se utiliza la siguiente expresión para dicha función

$$\tilde{A}_\xi(\xi) = \frac{k_\xi}{\eta_{\xi 0}} \left(\frac{A_{\xi 0}}{k_\xi \xi_\infty} + \xi \right) (\xi_\infty - \xi) \exp\left(-\bar{\eta} \frac{\xi}{\xi_\infty}\right) \quad (8)$$

donde k_ξ , $A_{\xi 0}$, $\eta_{\xi 0}$ and $\bar{\eta}$ son propiedades del material.

Se conoce como *envejecimiento* (o *endurecimiento*) al fenómeno por el cual cambian las proporciones relativas y las propiedades físicas de los componentes básicos del hormigón durante la reacción química de hidratación.

A nivel macroscópico, el envejecimiento se observa como un cambio de las propiedades mecánicas del mortero en función del grado de hidratación. La influencia del proceso de hidratación es cualitativamente la misma para morteros y hormigones y la relación entre sus resistencias, para la misma relación agua/cemento, es lineal.

Durante las últimas décadas se han propuesto numerosos modelos de envejecimiento en los que las propiedades mecánicas del hormigón joven se expresan en función del grado de hidratación o, alternativamente, en función de la madurez. La hipótesis básica para estos modelos es que hormigones con la misma mezcla tienen la misma resistencia para el mismo grado de hidratación (o madurez), independientemente de la cinética de hidratación ocurrida para alcanzar dicho grado de hidratación (o madurez).

Sin embargo, existe evidencia experimental que la evolución de la resistencia del hormigón no depende únicamente del grado de hidratación, sino que lo hace también en función de la cinética de hidratación. Por ejemplo, Verbeck y Helmuth (1968) descubrieron que la resistencia de probetas gemelas de mortero curadas a 50 °C era aproximadamente 20 % menor que la de probetas curadas a 5 °C, para un grado de hidratación dado.

Estos resultados son consistentes con las observaciones de microscopio electrónico que muestran que el incremento de la temperatura de curado produce cambios en la densidad y distribución de los granos de cemento. Este fenómeno es más pronunciado cuando el incremento de temperatura se produce a más tempranas edades, en las fases iniciales del proceso de fraguado e hidratación.¹¹ Al ser la hidratación del cemento una reacción termoactivada, a bajas temperaturas de curado los productos de hidratación se forman lentamente y el agua libre puede difundirse a través del esqueleto sólido en formación, de manera que los hidratos se depositan uniformemente. Por el contrario, el curado a altas temperaturas incrementa la velocidad de hidratación. Los productos de hidratación se forman más rápido y se depositan más cerca de los granos de cemento no hidratados. El proceso de micro-difusión del agua libre a través del esqueleto sólido que se está formando se ve dificultado y quedan poros intersticiales huecos (Verbeck y Helmuth 1968). En Kjellsen (1990) se puede observar la formación de una cáscara alrededor de los granos de cemento como resultado de una mayor velocidad de hidratación.

La uniformidad de la microestructura afecta a la resistencia del mortero, y las propiedades mecánicas dependen del tamaño y distribución de los poros intersticiales entre los granos y la pasta de cemento. Bajas temperaturas de curado conducen a una distribución uniforme de los productos de hidratación y poros intersticiales. Por el contrario, a altas temperaturas de curado el esqueleto sólido es más denso y más fuerte, pero los poros que quedan tras el proceso de hidratación son mayores. En estas condiciones, las propiedades mecánicas de la microestructura resultante (resistencia y módulos elásticos) se reducen de forma significativa.

A la vista de lo anterior, se puede concluir que la resistencia del hormigón no se puede relacionar directamente con el grado de hidratación (o madurez) y, por lo tanto, no se pueden obtener las propiedades mecánicas sin tener en cuenta la cinética de la hidratación. Un modelo de envejecimiento realista debe basarse en tomar las propias propiedades mecánicas como variables internas, y formular sus leyes de evolución en función de, al menos, el grado de hidratación y la temperatura.

El modelo de envejecimiento que se presenta a continuación contempla la evolución de las resistencias uniaxiales a compresión y tracción y el módulo elástico durante el proceso de hidratación del hormigón.

Resistencia a compresión

El parámetro más utilizado en la práctica para la caracterización mecánica del hormigón es la resistencia a compresión, f^- . Otras propiedades mecánicas de importancia tales como la resistencia a tracción, f^+ , y el módulo elástico, E , se estiman normalmente a partir de f^- . Ciertamente, ésta es la regla seguida en la

mayoría de los códigos. Se sigue aquí el mismo procedimiento.

Como ya se ha comentado, es usual en los modelos de envejecimiento considerar la evolución de la resistencia a compresión del hormigón como una función directa del grado de hidratación, definiendo una función de envejecimiento $\lambda_f^-(\xi)$, de la forma

$$f^-(\xi) = \lambda_f^-(\xi) f_\infty^- \quad (9)$$

donde f_∞^- es el valor final de la resistencia a compresión y la función de envejecimiento satisface las condiciones $\lambda_f^-(\xi) \geq 0$ y $\lambda_f^-(0) = 0$, $\lambda_f^-(\xi_\infty) = 1$. Esta expresión, independiente de la temperatura, puede considerarse válida para condiciones de curado isotérmicas y a una cierta temperatura de referencia, T_{ref} .

En forma diferencial, la Ec. (9) se puede escribir como

$$\dot{f}^-(\xi) = \dot{\lambda}_f^-(\xi) f_\infty^- = \lambda_{f,\xi}^- \dot{\xi} f_\infty^- \quad (10)$$

donde $\lambda_{f,\xi}^- = d\lambda_f^-/d\xi$ representa la relación entre la variación de resistencia y la variación del grado de hidratación.

En este trabajo se supondrá que la función $\lambda_f^-(\xi)$ de la Ec. (9) es una expresión parabólica de ξ y, por lo tanto, que la derivada $\lambda_{f,\xi}^-$ puede expresarse de la forma

$$\lambda_{f,\xi}^-(\xi) = A_f \xi + B_f \quad \text{para} \quad \xi \geq \xi_{set} \quad (11)$$

donde ξ_{set} es un valor denominado límite de percolación que define el final de la fase de fraguado, justo cuando el hormigón puede empezar a considerarse un sólido, denominado límite de percolación. En la literatura se han propuesto valores $\xi_{set} = 0.1$ a 0.4 , dependiendo del tipo de cemento y de la relación agua/cemento. Se puede considerar una relación lineal con $A_f = 2f_{set}^-/(f_\infty^- \xi_{set}^2)$ y $B_f = 0$ para $\xi \leq \xi_{set}$.

Sin embargo, como ya se ha comentado, el efecto de la temperatura de curado en la evolución de la resistencia a compresión hace necesario relacionar esta evolución a la cinética de la reacción de hidratación. Para ello, se introduce una variable interna de envejecimiento, κ , de tal manera que la Ec. (9) se reemplaza por

$$f^-(\kappa) = \kappa f_\infty^- \quad \kappa \geq 0 \quad (12)$$

Nótese que κ puede considerarse como una variable de resistencia normalizada, y por ello se le denominará aquí *grado de envejecimiento*.

La evolución del grado de envejecimiento, $\dot{\kappa}$, se define en función de la evolución del grado de hidratación, $\dot{\xi}$, y de la cinética de la reacción de hidratación.

A partir de la Ec. (10) se propone tomar una ley de evolución del grado de envejecimiento de la forma

$$\dot{\kappa} = \lambda_T(T) \lambda_{f,\xi}^- \dot{\xi} \geq 0 \quad (13)$$

donde se ha introducido el término λ_T para incluir de forma explícita la influencia de la temperatura de curado. Para el término λ_T se propone la expresión

$$\lambda_T = \left(\frac{T_T - T}{T_T - T_{ref}} \right)^{n_T} \quad (14)$$

donde T_{ref} es la temperatura de referencia para la determinación de f_∞^- , T_T representa la máxima temperatura a la cual puede fraguar el hormigón y n_T es una propiedad del material que controla la sensibilidad respecto a la temperatura de curado.

Nótese que para $T \geq T_{ref}$ resulta $\lambda_T \leq 1$, disminuyendo, por tanto, el aumento de resistencia; por el contrario, para $T \leq T_{ref}$ resulta $\lambda_T \geq 1$, favoreciendo, por tanto, el aumento de resistencia.

Substituyendo las Ecs. (7) y (8) en la Ec. (13) se tiene

$$\dot{\kappa} = \lambda_T(T) \lambda_{f,\xi}^-(\xi) \tilde{A}_\xi(\xi) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \tag{15}$$

que expresa claramente la dependencia de la variable de envejecimiento tanto del grado de hidratación como de la temperatura. La Figura 1(a) muestra la evolución en el tiempo del grado de hidratación para la misma

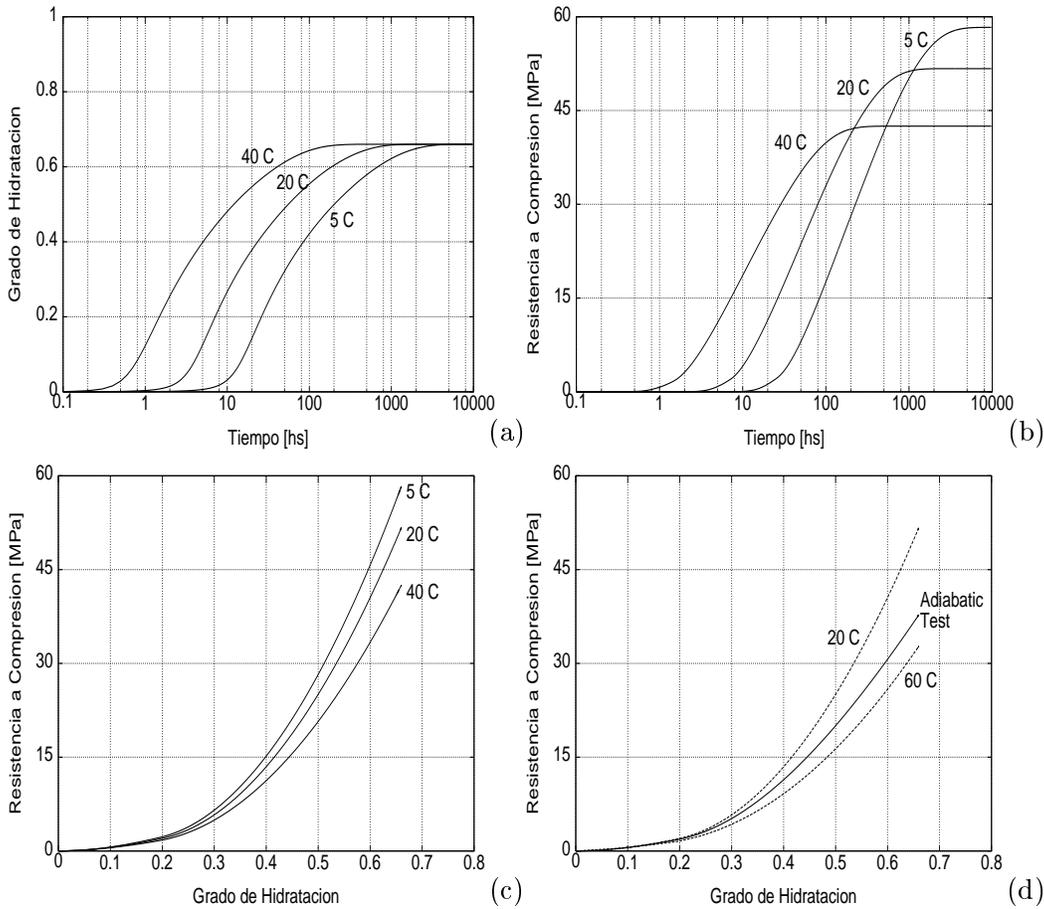


Figura 1: (a) Evolución del grado de hidratación a diferentes temperaturas de curado; (b) Evolución del grado de envejecimiento a diferentes temperaturas de curado; (c) Relación resistencia–grado de hidratación a diferentes temperaturas de curado; (d) Relación resistencia–grado de hidratación en condiciones adiabáticas.

mezcla curada en condiciones isotérmicas a tres temperaturas distintas (5 °C, $T_{ref} = 20$ °C y 40 °C). Se observa que, al ser la reacción de hidratación termoactivada, a mayores temperaturas de curado corresponden mayores velocidades de hidratación. No obstante, el grado final de hidratación, ξ_∞ , es el mismo para todas las temperaturas, ya que éste depende, fundamentalmente, de la relación agua/cemento de la mezcla.

La Figura 1(b) muestra la evolución en el tiempo del grado de envejecimiento (y, por lo tanto, de la resistencia) para la misma mezcla curada en condiciones isotérmicas a las citadas temperaturas mencionadas con anterioridad. Se observa que, como en la Figura 1(a), a mayor temperatura de curado corresponde una ganancia más rápida de resistencia. No obstante, el grado final de envejecimiento (y, por lo tanto, de la resistencia) es menor cuanto mayor es la temperatura de curado.

Este efecto de la temperatura no puede ser incorporado por los modelos de envejecimiento basados exclusivamente en el grado de hidratación o, alternativamente, en los conceptos de madurez o edad equivalente. Por el contrario, el modelo aquí propuesto reproduce adecuadamente tal efecto, tal como se muestra en la Figura 1(c), que muestra la evolución de la resistencia a compresión en función del grado de hidratación para la misma mezcla curada en condiciones isotérmicas a las mencionadas temperaturas.

Por último, la Figura 1(d) muestra la evolución de la resistencia a compresión en función del grado de hidratación para la misma mezcla curada en condiciones adiabáticas. Se observa cómo en estas condiciones la evolución de la resistencia se mueve dentro de las curvas correspondientes a los ensayos isotérmicos realizados a la temperatura inicial y la temperatura máxima alcanzada en el ensayo adiabático. Esto es importante en las estructuras masivas de hormigón, donde la mayoría del material endurece en condiciones cuasi-adiabáticas, con importantes incrementos de temperatura por encima de la temperatura de colocación.

Debe mencionarse que el presente modelo se corresponde con la observación física de que dos muestras de hormigón de la misma mezcla pero curadas a distintas temperaturas alcanzan diferentes resistencias para el mismo grado de hidratación. En Kjellsen y Detwiler (1993) se considera la energía de activación de la reacción como una función de la temperatura y del grado de hidratación para introducir lo que ellos denominan el efecto de “retardo” debido a altas temperaturas de curado. Por este procedimiento se consiguen buenas correlaciones con los resultados experimentales que muestran resistencia versus tiempo, pero su planteamiento es incorrecto desde el punto de vista físico, ya que no sólo afecta a la evolución de la resistencia sino también a la cinética de la hidratación de forma injustificada y nada realista.

Resistencia a tracción y módulo elástico

La resistencia final a tracción se suele considerar relacionada con la resistencia final a compresión. La mayoría de los códigos recomiendan para esta relación la expresión $f_{\infty}^{+} = A_{+} (f_{\infty}^{-})^{2/3}$, donde A_{+} es una constante. Si se supone que esta relación es válida durante todo el proceso de endurecimiento, esto es, $f^{+}(\kappa) = A_{+} (f^{-}(\kappa))^{2/3}$, y considerando la Ec. (12), se obtiene que

$$f^{+}(\kappa) = \lambda_f^{+}(\kappa) f_{\infty}^{+} = \kappa^{2/3} f_{\infty}^{+} \quad (16)$$

El módulo elástico final también se suele considerar como una función de la resistencia final a compresión suponiéndose generalmente una dependencia de la forma $E_{\infty} = A_E (f_{\infty}^{-})^{1/2}$, donde A_E es una constante. Si se supone que esta relación es válida durante todo el proceso de endurecimiento, esto es, $E(\kappa) = A_E (f^{-}(\kappa))^{1/2}$, y considerando la Ec. (12), se puede escribir

$$E(\kappa) = \lambda_E(\kappa) E_{\infty} = \kappa^{1/2} E_{\infty} \quad (17)$$

Con las relaciones anteriores y la hipótesis de un coeficiente de Poisson constante se pueden obtener los módulos de deformación volumétrica y transversal en la forma

$$K(\kappa) = \lambda_E(\kappa) K_{\infty} \quad \text{y} \quad G(\kappa) = \lambda_E(\kappa) G_{\infty} \quad (18)$$

con las conocidas expresiones $K_{\infty} = E_{\infty}/3(1 - 2\nu)$ y $G_{\infty} = E_{\infty}/2(1 + \nu)$.

Las dependencias funcionales expresadas por las Ecs.(16) y (17) deben ser confirmadas experimentalmente. En de Schutter y Taerwe (1996) se describe que la resistencia a tracción se desarrolla más rápidamente que la resistencia a compresión, pero más lentamente que el módulo elástico. En de Schutter y Taerwe (1997) se describen ensayos a flexión en prismas sin entalla de diferentes edades, variando entre las 24 horas a los 28 días, para estudiar la evolución del comportamiento post-pico durante el envejecimiento. Los exponentes encontrados experimentalmente para la resistencia a tracción varían entre 0,46 y 0,88, con un valor medio de 0,70. Estos resultados son consistentes con la presente propuesta de un exponente de 2/3.

La Figura 2 muestra curvas de evolución relativa de la resistencia a compresión, la resistencia a tracción y el módulo elástico (normalizados) en función del grado de envejecimiento.

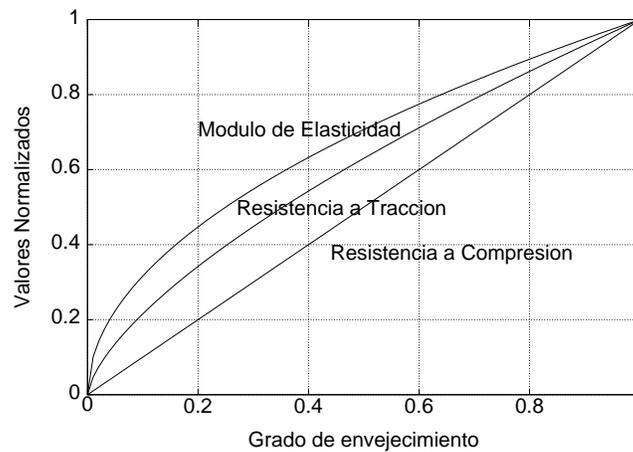


Figura 2: Envejecimiento mecánico relativo.

VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

Este apartado se dedica a comparar información experimental existente en la literatura con las predicciones numéricas obtenidas usando el modelo de envejecimiento descrito anteriormente. Los experimentos se centran en la influencia de la temperatura de curado en la evolución de la resistencia a compresión.

El conjunto de resultados que se presenta a continuación consiste en los ensayos presentados por Kim et al. (1998), realizados con el objetivo específico de estudiar la influencia de la temperatura de curado en evolución de la resistencia a compresión y en los valores últimos de ésta, tanto en condiciones isotérmicas como de temperatura variable a lo largo del proceso de envejecimiento.

La motivación de este programa de ensayos es la constatación de que la mayoría de los modelos teóricos sobre la evolución de la resistencia a compresión se basan en campañas de ensayos realizadas en condiciones isotérmicas de curado. En consecuencia, dichos modelos tienen su campo de aplicación restringido a aquellas situaciones en las que las temperaturas de curado varían relativamente poco respecto a la temperatura de hormigonado. Sin embargo, en la práctica ingenieril, el hormigón invariablemente endurece en condiciones de temperatura variable y, a menudo, en condiciones cuasi-adiabáticas en el caso de estructuras masivas de hormigón.

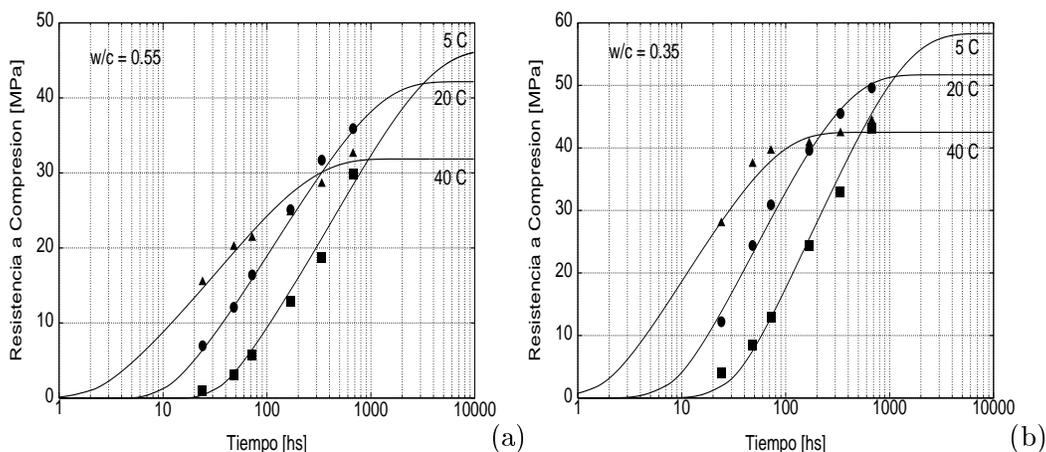
Los ensayos se llevaron a cabo con dos hormigones de relación agua/cemento $w/c = 0.55$ y $w/c = 0.35$, respectivamente, utilizando un cemento Portland ASTM Tipo I. Las propiedades materiales utilizadas en la simulación numérica se listan en la Tabla 1. Nótese que sólo son necesarias las propiedades relacionadas con el modelo químico y con el de envejecimiento. Los resultados de los ensayos isotérmicos se muestran en la Figura 3. La Figuras 3(a) y (b) muestran las curvas de evolución en el tiempo de la resistencia a compresión obtenidas para las temperaturas de curado $T_0 = 5, 20$ y 40 °C, para las dos mezclas. Las líneas continuas representan las predicciones del modelo, mientras que los distintos símbolos representan los valores experimentales obtenidos a las diferentes temperaturas.

El análisis de estas Figuras pone en evidencia el doble efecto de la temperatura de curado en el proceso de envejecimiento: por un lado el carácter termoactivado de la reacción de hidratación es evidente en estas curvas, ya que el proceso de endurecimiento se acelera con el incremento de la temperatura de curado; y por otra parte la considerable variación del valor final de la resistencia en función de la temperatura de curado también es clara. El acuerdo global entre los resultados experimentales y los numéricos es notablemente bueno.

Pero, como se ha comentado anteriormente, lo más interesante de los experimentos de Kim et al. es que también se investigó el efecto relativo que tienen los incrementos (o decrementos) de la temperatura de curado durante un intervalo parcial del proceso de envejecimiento. Así, se ensayó la evolución de la

Propiedades	Kim et al. (I)	Kim et al. (II)
w/c	0,55	0,35
C [$10^6 J/m^3 \text{ } ^\circ C$]	2,07	2,07
k_T [$10^3 J/m \text{ } hs \text{ } ^\circ C$]	5,40	5,40
T_0 [$^\circ C$]	21,0	21,0
ξ_∞	0,76	0,66
$k_\xi/\eta_{\xi 0}$ [$10^{10} 1/hs$]	1,20	4,33
$\bar{\eta}$	7,50	5,80
$A_{\xi 0}/k_\xi$ [10^{-5}]	0,10	1,00
E_a/R [$10^3 \text{ } ^\circ K$]	6,50	7,00
Q_ξ [$10^8 J/m^3$]	1,25	1,25
ξ_{set}	0,30	0,20
A_f	3,72	3,79
B_f	-1,85	-1,17
f_∞^- [MPa]	42,0	52,0
T_T [$^\circ C$]	100,0	100,0
T_{ref} [$^\circ C$]	20,0	20,0
n_T	0,90	0,70

Tabla 1: Propiedades materiales para los ensayos de Kim et al.

Figura 3: Evolución de la resistencia en los ensayos de Kim et al. para las mezclas (a) $w/c = 0.55$ y (b) $w/c = 0.35$.

resistencia en probetas que fueron curadas durante casi todo su proceso de endurecimiento (hasta los 28 días) a la temperatura de referencia de $20 \text{ } ^\circ C$, pero que estuvieron sometidas a temperaturas superiores de $40 \text{ } ^\circ C$ (o inferiores de $5 \text{ } ^\circ C$) durante un solo día del proceso de curado: el primero (0-1) o el segundo (1-2).

La Figura 4 muestra los resultados obtenidos para la mezcla con relación agua/cemento $w/c = 0.35$ curada a $20 \text{ } ^\circ C$, pero sometida a un calentamiento hasta los $40 \text{ } ^\circ C$ de temperatura durante los días: (a) primero (edad 0-1) y (b) segundo (edad 1-2). Los puntos negros representan los valores experimentales, mientras que las líneas continuas son las predicciones del modelo; los puntos blancos representan los valores experimentales para un curado de referencia a $20 \text{ } ^\circ C$, y las líneas a trazos representan las correspondientes predicciones del

modelo.

Se observa claramente que cuanto más tarde durante el proceso de curado se producen los incrementos de temperatura, menos influencia tienen éstos en la disminución en la resistencia última. Por otro lado, cabe destacar que las predicciones del modelo comparan extraordinariamente bien con las mediciones experimentales.

La Figura 5 muestra los resultados obtenidos para la mezcla con relación agua/cemento $w/c = 0.35$ curada a 20 °C, pero sometida un enfriamiento hasta los 5 °C de temperatura durante los días: (a) primero (edad 0-1) y (b) segundo (edad 1-2). De nuevo, los puntos negros representan los valores experimentales, mientras que las líneas continuas son las predicciones del modelo; los puntos blancos representan los valores experimentales para un curado de referencia a 20 °C, y las líneas a trazos representan las correspondientes predicciones del modelo.

Se observa ahora claramente que cuanto más tarde durante el proceso de curado se producen los decrementos de temperatura, menos influencia tienen éstos en el aumento en la resistencia última. De nuevo, las

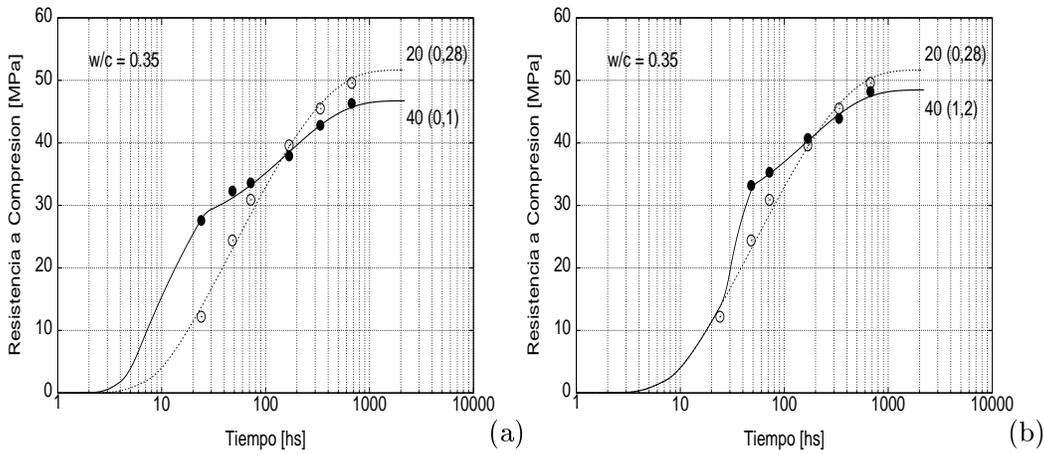


Figura 4: Evolución de la resistencia en los ensayos de Kim et al. $w/c = 0.35$ con incrementos de temperatura.

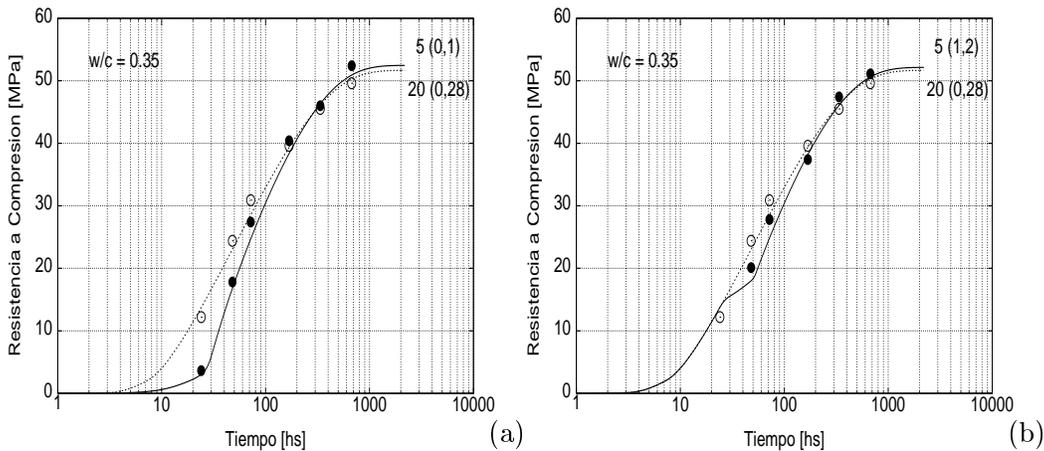


Figura 5: Evolución de la resistencia en los ensayos de Kim et al. $w/c = 0.35$ con decrementos de temperatura.

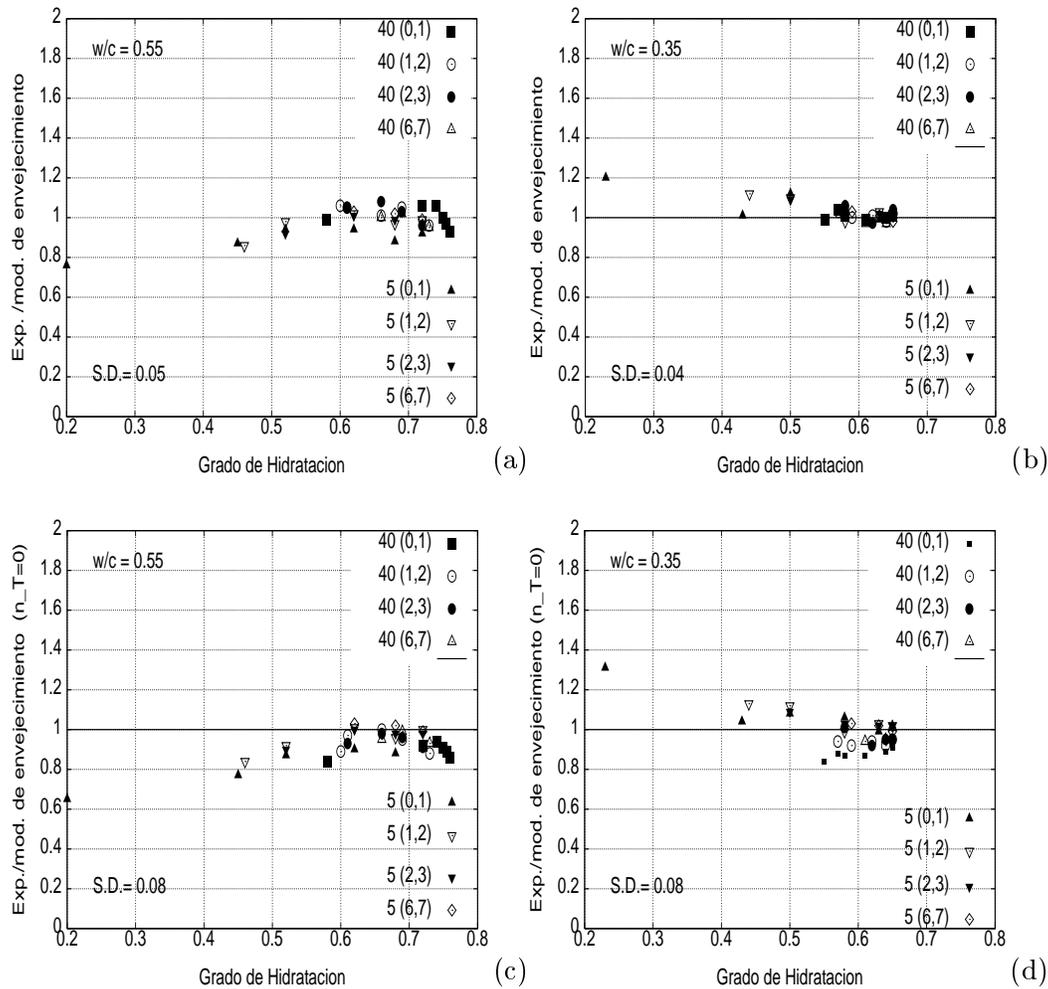


Figura 6: Comparación entre los datos experimentales de los ensayos de Kim et al. y el modelo propuesto para las mezclas (a) y (c) $w/c = 0.55$; (b) y (d) $w/c = 0.35$.

predicciones del modelo propuesto comparan extraordinariamente bien con las mediciones experimentales. Resultados análogos se obtuvieron para la mezcla con relación agua/cemento $w/c = 0.55$, sometida a la misma secuencia de ensayos.

Finalmente, las Figuras 6(a) y (b) presentan la comparación normalizada entre los resultados experimentales obtenidos en los ensayos con incrementos y decrementos de temperatura y las predicciones del modelo para las mezclas con relación agua/cemento $w/c = 0.55$ y $w/c = 0.35$, respectivamente. De nuevo, en ordenadas se muestra el coeficiente de resistencia relativa entre los resultados experimentales y las correspondientes predicciones del modelo y en abcisas se muestra el correspondiente grado de hidratación.

La desviación estándar de las predicciones del modelo respecto de los valores medios experimentales es de 0,05 y de 0,04 % para las mezclas con $w/c = 0.55$ y $w/c = 0.35$, respectivamente. El error medio de los experimentos en estos ensayos es del 2,75 % y del 3,13 %, respectivamente.

Las Figuras 6(c) y (d) presentan la idéntica comparación pero entre los resultados experimentales y las predicciones del modelo ignorando el término $\lambda_T(T)$ que tiene en cuenta el efecto de la temperatura de curado en la evolución de la resistencia, esto es, tomando $n_T = 0$. La desviación estándar de las predicciones del modelo respecto de los valores medios experimentales es de 0,08 para ambas mezclas. Nótese que de nuevo, en este caso, el ajuste es notablemente peor que el obtenido en las figuras anteriores con el modelo

propuesto.

Puede concluirse, a la vista de los resultados mostrados en las Figuras 3 y 6, que el modelo propuesto representa adecuadamente los fenómenos más representativos del proceso de endurecimiento del hormigón a distintas temperaturas y, además, que representa una mejora significativa respecto a modelos de envejecimiento anteriores, basados en el concepto de madurez o edad equivalente.

CONCLUSIONES

Este trabajo propone un modelo de envejecimiento para describir la evolución de las propiedades mecánicas del material durante el proceso de hidratación. Se introduce para ello el concepto novedoso de grado de envejecimiento para modelar la evolución de la resistencia a compresión. Esto permite tener en cuenta el efecto de la temperatura de curado en la resistencia última de una forma más realista que considerando sólo el grado de hidratación o el concepto asociado de madurez. Otras propiedades tales como la resistencia a tracción o los módulos elásticos se relacionan con la resistencia a compresión de acuerdo con las observaciones experimentales y la práctica usual.

Las capacidades y potencialidad del modelo se demuestran realizando simulaciones numéricas de experimentos adiabáticos e isotérmicos en diversas muestras de mortero y hormigón. El acuerdo cualitativo y cuantitativo entre las predicciones del modelo y los datos experimentales es notablemente bueno.

Es de particular relevancia la simulación numérica de los ensayos experimentales de Kim et al. sobre la evolución de la resistencia a compresión en condiciones controladas de temperatura variable. En función de los resultados obtenidos puede concluirse que el modelo propuesto representa un avance significativo respecto a la capacidad de modelos de envejecimiento anteriores, basados en el concepto de madurez o edad equivalente.

REFERENCIAS

- [1] Z. P. Bazant and S. Prasanna. Solidification theory for concrete creep. i: Formulation. *J. Engrg. Mech., ASCE*, 115(8):1691–1703, 1989.
- [2] S. G. Bergstrom. Curing temperature, age and strength of concrete. *Magazine of Concrete Research*, 5(14):61–66, 1953.
- [3] N. J. Carino. Temperature effects on the strength-maturity relation of mortar. Technical Report No. NBSSIR 81-2244, National Bureau of Standards, Washington, D.C., 1981.
- [4] M. Cervera, J. Oliver, and T. Prato. A thermo-chemo-mechanical model for concrete. i: Hydration and aging. *Accepted to be published on J. Engrg. Mech., ASCE*, 1999.
- [5] Guo Chengju. Maturity of concrete method for predicting early-stage strength. *ACI Materials Journal*, 86(4):341–353, 1989.
- [6] L. E. Copeland, D. L. Kantro, and G. Verbeck. Chemistry of hydration of cement. In Washington National Bureau of Standards, editor, *Proc. 4th Int. Symp. on the Chemistry of Cement*, volume Monograph 43, pages 429–465, 1962.
- [7] G. de Schutter and L. Taerwe. Degree of hydration based description of mechanical properties of early age concrete. *Materials and Structures*, 29:335–344, 1996.
- [8] G. de Schutter and L. Taerwe. Fracture energy of concrete at early ages. *Materials and Structures*, 30:67–71, 1997.

- [9] R. deBorst and A. H. van den Boogaard. Finite element modeling of deformation and cracking in early-age concrete. *J. Engrg. Mech., ASCE*, 120(12):323–457, 1994.
- [10] J.K. Kim, Y. H. Moon, and S. H. Eo. Compressive strength development of concrete with different curing time and temperature. *Cement and Concrete Research*, 28(12):1761–1773, 1998.
- [11] K. O. Kjellsen. *Physical and Mathematical Modelling of Hydration and Hardening of Portland Cement Concrete as a Function of Time and Curing Temperature*. PhD thesis, Division of Building Material, Norwegian Institute of Technology, 1990.
- [12] K. O. Kjellsen and R. J. Detwiler. Later-age strength prediction by a modified maturity model. *ACI Materials Journal*, 90(3):220–227, 1993.
- [13] J. D. McIntosh. Electrical curing of concrete. *Magazine of Concrete Research*, 1(1):21–28, 1949.
- [14] R. W. Nurse. Steam curing of concrete. *Magazine of Concrete Research*, 1(2):79–88, 1949.
- [15] F. A. Oloukon, E. G. Bourdette, and J. H. Deatherage. Early-age concrete strength prediction by maturity – another look. *ACI Materials Journal*, 87(6):565–572, 1990.
- [16] J. M. Plowman. Maturity and strength of concrete. *Magazine of Concrete Research*, 8(22):13–22, 1956.
- [17] T. Prato. *Modelo Termo-Químico-Mecánico para la Simulación de Estructuras de Hormigón en Edades Tempranas*. PhD thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, 1999.
- [18] E. Rastrup. Heat of hydration in concrete. *Magazine of Concrete Research*, 6(17):2–13, 1954.
- [19] A. G. A. Saul. Principles underlying the steam curing of concrete at atmospheric pressure. *Magazine of Concrete Research*, 2(6):127–140, 1951.
- [20] F. J. Ulm and O. Coussy. Modeling of thermochemomechanical couplings of concrete at early ages. *J. Engrg. Mech., ASCE*, 121(7):785–794, 1995.
- [21] K. van Breugel. *Simulation of hydration and formation of structure in hardening cement based materials*. PhD thesis, Delft University of Technology, Delft, Netherlands, 1991.
- [22] G. J. Verbeck and R. H. Helmuth. Structures and physical properties of cement paste. *Proceedings of the Fifth International Symposium on the Chemistry of Cement, Tokyo*, pages 1–32, 1968.