

## ANÁLISIS COMPUTACIONAL DE SISTEMAS DE CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES

**María I. Montanaro, Ricardo D. Ambrosini, Rodolfo F. Danesi**  
*Laboratorio de Estructuras, Facultad de Cs. Exactas y Tecnología*  
*Universidad Nacional de Tucumán,*  
*Casilla N° 134, Correo Central, (4000), San Miguel de Tucumán*

### RESUMEN

La verificación analítica y experimental de la transferencia de energía de un sistema principal excitado externamente a otro sistema secundario no excitado acoplado al primero, dio origen a los amortiguadores de masa sintonizados (AMS). El AMS consiste en una masa, un resorte y un amortiguador viscoso, que colocado en el sistema vibrante principal atenúa las vibraciones no deseadas, cuando está sintonizado con la frecuencia de la estructura principal. El amortiguador de líquido sintonizado (ALS) es, en el caso más general, un tanque que contiene líquido, que en muchos casos es agua y que disipa energía por fricción del líquido en las paredes del contenedor. Como el AMS el movimiento del líquido debe ser sintonizado con la frecuencia fundamental de la estructura, para que absorba las vibraciones generadas por la carga.

En el presente trabajo, se presentan las ecuaciones de movimiento para los AMS y ALS; y su interacción con la estructura. Se analiza y estudia la respuesta dinámica de estructuras civiles, modeladas con una formulación general de vigas con ley constitutiva viscoelástica lineal general sometidas a carga de viento, considerada como proceso aleatorio estacionario. Se observa una reducción de los desplazamientos y aceleraciones en el extremo superior de las estructuras en todos los casos estudiados.

### ABSTRACT

The analytical and experimental verification of the transference of energy of vibrating main system to a secondary no excited system coupled, brought as a result a tuned mass damper (TMD). The TMD consists of a mass, a spring and viscous damper attached to a vibrating main system in order to attenuate undesirable vibration at particular frequency. The tuned liquid damper (TLD) is, in the most general case, a reservoir with water that dissipates energy through friction on the tank's walls. As in the case of TMD, the motion of liquid must be tuned at fundamental frequency of the structure, to absorb the vibrations generated by the load.

In this paper, the equations of motion to AMS and ALS, and their interaction with the structure are presented. The dynamic response of civil structures are analysed and studied, modelled with general formulation of beams with a viscoelastic general law subjected to wind loading, considered as stationary random process. A reduction of displacements and accelerations in the top extreme of the structures is observed in all the cases studied.

### INTRODUCCION

Los edificios modernos y las torres tienden a ser muy livianos y delgados, por lo tanto poseen un amortiguamiento natural muy pequeño, lo que las hace más propensas a las oscilaciones del viento y los sismos. Dichas oscilaciones pueden causar daño a la estructura, afectar su funcionalidad y/o causar incomodidad. Los amortiguadores de masa sintonizados(AMS) y los amortiguadores de líquido sintonizados(ALS) son una clase de amortiguadores, dentro de todos los sistemas de control y aislación de vibraciones existentes, que se utilizan en torres y edificios para la reducción de vibraciones. Den Hartog<sup>1</sup> demostró que para sistemas de un grado de libertad no amortiguados, la

amplitud de vibración del sistema excitado es nula cuando la frecuencia de excitación es igual a la frecuencia del AMS, indicando que toda la energía del sistema fue transferida al AMS. Luft<sup>2</sup> halla los parámetros óptimos para un sistema principal amortiguado y un AMS sin amortiguamiento sometido a una excitación de ruido blanco. Jensen et. al.<sup>3</sup> estudiaron como afecta la incertidumbre de los parámetros del sistema principal en la efectividad del AMS para una carga aleatoria de ruido blanco. Abé et. al.<sup>4</sup> usando el método de perturbación, analizan la efectividad de los AMS para estructuras con frecuencias naturales poco espaciadas y muy espaciadas bajo carga armónica.

La frecuencia natural del dispositivo se sintoniza cerca de la frecuencia natural del sistema principal provocando que el AMS vibre en resonancia, disipando la energía absorbida a través de los mecanismos de amortiguamiento del mismo. Los AMS instalados en edificios pueden ser de diferentes formas, en la figura 1 se muestran las implementaciones más usuales. En el caso a) es un simple péndulo, cuyo período de vibración depende solo del largo de mismo. Su desventaja es el gran espacio requerido para su instalación. En el caso b), c) y d) la cuerda del péndulo es una barra rígida y se utilizan dos masas, una de las cuales esta apoyada en el piso. Cuando hay limitaciones de espacio se puede utilizar un amortiguador de péndulo de rodillo (caso e). Otra solución es el péndulo múltiple etapas como el mostrado en la figura f), que reduce el espacio vertical necesario a la mitad (Soong et. al.<sup>5</sup>).

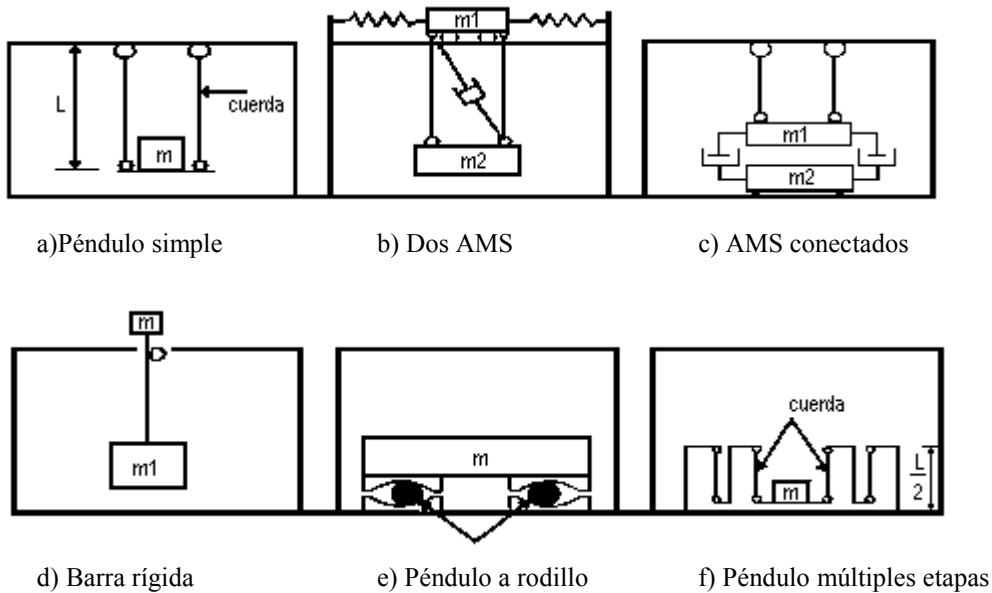


Figura 1: Configuraciones de AMS

Los parámetros de diseño del AMS que se deben hallar para lograr la máxima eficiencia del mismo, son la relación de frecuencia (frecuencia del amortiguador/frecuencia de la estructura), relación de amortiguamiento y la relación de masa. Una de las principales ventajas de los AMS es que pueden ser colocados en estructuras existentes con problemas de vibraciones excesivas que son perceptibles por las personas o para el mejoramiento de la seguridad sísmica en estructuras levemente dañadas o sanas.

Los ALS absorben la energía de la vibración por el movimiento oscilante del líquido contenido en el recipiente y la disipan a través de la fricción intrínseca del líquido y la fricción con la superficie de las paredes. Se ha utilizado para aumentar la disipación de energía piezas cilíndricas de polietileno que flotan en el líquido. El comportamiento de los ALS es altamente no lineal debido al movimiento del fluido, cuando se produce el “rompimiento” de las olas. Su estudio involucra el conocimiento de la respuesta de capas de fluido oscilantes sujetas a excitaciones horizontales. La frecuencia del ALS se sintoniza con la frecuencia natural del edificio, que se ajusta con la altura del agua y la dimensión de los recipientes (Tamura et. al.<sup>6</sup>). Los ALS son utilizados principalmente para disminuir las vibraciones producidas por el viento en estructuras muy altas. Si el viento tiene una dirección predominante es adecuado el uso de ALS rectangulares con el lado mayor en la dirección del viento, en caso contrario conviene el uso de recipientes circulares. También dentro de este grupo podemos citar los ACLS (amortiguadores de columna de líquido sintonizados), que pueden tener forma de V o U, sección horizontal diferente a la vertical y en algunos casos una sección transversal con orificios en la sección horizontal que proporciona el amortiguamiento necesario

(Gao et. al.<sup>7</sup>). Sus principales ventajas son: su bajo costo inicial, además no necesitan ningún mecanismo de activación y el bajo mantenimiento requerido. La cantidad de recipientes, sus dimensiones, números de capas y la altura del líquido cambian enormemente de acuerdo al edificio que se analice. Los ALS no sólo se utilizan para edificios de viviendas, hoteles y oficinas, sino también para torres de control de los aeropuertos y observatorios; tanto en estructuras metálicas como de hormigón armado.

## MODELO DE ESTRUCTURA

El modelo físico de la estructura, propuesto por Ambrosini<sup>8</sup>, está basado en una formulación general de vigas desarrollada a partir de la teoría de Vlasov de vigas de pared delgada y sección abierta, la cual es modificada con la incorporación de las deformaciones angulares debidas al corte inducido por flexión, las inercias rotacionales en los esfuerzos internos y permitiendo la variación de las propiedades seccionales con la coordenada longitudinal.

El modelo físico de estructura queda formulado a través de un sistema de tres ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de cuarto orden, acopladas, con tres incógnitas. Para solucionar el sistema de ecuaciones planteado se utiliza el esquema conocido como variables de estado que transforma el sistema original en un sistema equivalente de 12 ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de primer orden, acopladas, con 12 incógnitas. El sistema tiene la forma de la ecuación (1) donde  $\mathbf{v}$  es el vector de estado,  $\mathbf{A}$  la matriz del sistema y  $\mathbf{q}$  el vector de carga externa. Las incógnitas (ecuación (2)) son los desplazamientos  $\eta$  y  $\xi$ , las rotaciones  $\phi_x$  y  $\phi_y$ , los esfuerzos de corte  $Q_x$  e  $Q_y$ , los momentos flectores  $M_x$  y  $M_y$ , la rotación torsor  $\theta$  y su derivada espacial  $\theta'$ , el momento torsional  $M_T$  y el bimomento  $B$ .

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = \mathbf{A}\mathbf{v} + \mathbf{q} \quad (1)$$

$$\mathbf{v}(z, \omega) = \{\eta, \phi_y, Q_y, M_x, \xi, \phi_x, Q_x, M_y, \theta, \theta', M_T, B\}^T \quad (2)$$

$$\mathbf{q}(z, \omega) = \{0, 0, -q_y, 0, 0, 0, -q_x, 0, 0, 0, -m_A, 0\}^T \quad (3)$$

Para realizar la integración espacial se utiliza un método de integración directa del sistema de ecuaciones diferenciales y en cuanto a la integración temporal se trabaja en el dominio de la frecuencia lo que, al separar las partes real e imaginaria de las variables de estado, duplica el sistema planteado, llegando finalmente a un sistema de 24 ecuaciones diferenciales con 24 incógnitas. Para realizar el paso del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia se aplica la transformada compleja de Fourier. Se incorporó una ley constitutiva viscoelástica lineal general.

El viento en la atmósfera es un fluido en movimiento turbulento y por lo tanto es aconsejable tratarlo como un proceso aleatorio. Cuando es necesario contar con registros de viento en el tiempo, el método de simulación constituye una herramienta muy adecuada. Una formulación detallada de la carga de viento puede encontrarse en los trabajos de Riera et. al.<sup>9</sup> y Ambrosini et. al.<sup>10</sup>.

## ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL AMS

En esta sección se presentan las ecuaciones de movimiento y las fuerzas que generan los AMS y su interacción con la estructura. Se definen los parámetros de diseño del amortiguador y se describe como se calculan los términos que forman parte de las ecuaciones de movimiento.

Las ecuaciones de movimiento del amortiguador, una para cada eje, en el plano x-y; en el dominio del tiempo son:

$$m_x \ddot{x}(t) + c_x \dot{x}(t) + k_x x(t) = -m_x \ddot{\xi}(t) \quad \text{eje x} \quad (4)$$

$$m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y}(t) + k_y y(t) = -m_y \ddot{\eta}(t) \quad \text{eje y} \quad (5)$$

Donde:

$x$ : desplazamiento del AMS respecto a la estructura en la dirección  $x$

$y$ : desplazamiento del AMS respecto a la estructura en la dirección  $y$

$\xi$ : desplazamiento de la estructura en la dirección  $x$

$\eta$ : desplazamiento de la estructura en la dirección  $y$

$m_x, c_x, k_x$ : masa, amortiguamiento y rigidez de AMS en la dirección  $x$

$m_y, c_y, k_y$ : masa, amortiguamiento y rigidez de AMS en la dirección  $y$

$$\dot{(\ )} = \frac{d(\ )}{dt}$$

$$\ddot{(\ )} = \frac{d^2(\ )}{dt^2}$$

En la figura 2 se presenta el modelo de estructura-AMS y el sistema de coordenadas propuesto.

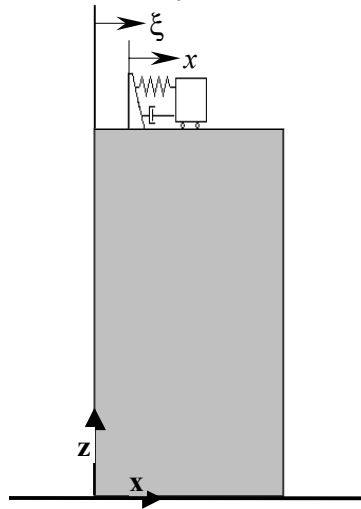


Figura 2: Modelo estructura-AMS

Se trabajará en el dominio de la frecuencia, entonces se realizan las transformaciones correspondientes utilizando la transformada de Fourier.

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 x(\omega) \qquad \ddot{y}(t) = -\omega^2 y(\omega) \qquad \ddot{\xi}(t) = -\omega^2 \xi(\omega) \qquad (6)$$

$$\dot{x}(t) = i\omega x(\omega) \qquad \dot{y}(t) = i\omega y(\omega) \qquad \dot{\eta}(t) = -\omega^2 \eta(\omega) \qquad (7)$$

Se reemplazan las ecuaciones (6) y (7) en las (4) y (5)

Eje  $x$  
$$-m_x \omega^2 x + ic_x \omega x + k_x x = \omega^2 \xi m_x \qquad (8)$$

Entonces 
$$x = \frac{\omega^2 \xi m_x}{-m_x \omega^2 + ic_x \omega + k_x} \qquad (9)$$

Eje  $y$  
$$-m_y \omega^2 y + ic_y \omega y + k_y y = \omega^2 \eta m_y \qquad (10)$$

Entonces 
$$y = \frac{\omega^2 \eta m_y}{-m_y \omega^2 + ic_y \omega + k_y} \qquad (11)$$

separando la parte real de la imaginaria de las ecuaciones (9) y (11)

$$x_r = \frac{\omega^2 m_x}{((k_x - m_x \omega^2)^2 + c_x^2 \omega^2)} (\xi_r (k_x - m_x \omega^2) + \xi_i c_x \omega) \quad (12)$$

$$x_i = \frac{\omega^2 m_x}{((k_x - m_x \omega^2)^2 + c_x^2 \omega^2)} (\xi_i (k_x - m_x \omega^2) - \xi_r c_x \omega) \quad (13)$$

$$y_r = \frac{\omega^2 m_y}{((k_y - m_y \omega^2)^2 + c_y^2 \omega^2)} (\eta_r (k_y - m_y \omega^2) + \eta_i c_y \omega) \quad (14)$$

$$y_i = \frac{\omega^2 m_y}{((k_y - m_y \omega^2)^2 + c_y^2 \omega^2)} (\eta_i (k_y - m_y \omega^2) - \eta_r c_y \omega) \quad (15)$$

Las fuerzas provocadas por el amortiguador en el extremo superior son:

$$Q_y = k_y y + c_y \dot{y} \quad (16)$$

$$Q_x = k_x x + c_x \dot{x} \quad (17)$$

$$M_t = (d_x - a_x)(k_y y + c_y \dot{y}) + (d_y - a_y)(k_x x + c_x \dot{x}) \quad (18)$$

Siendo  $d_x$ ,  $d_y$  las coordenadas de ubicación del amortiguador y  $a_x$ ,  $a_y$  las coordenadas del centro de corte. Especificando estas ecuaciones en el dominio de la frecuencia se obtiene:

$$Q_y = k_y y + i c_y \omega y \quad (19)$$

$$Q_x = k_x x + i c_x \omega x \quad (20)$$

$$M_t = (d_x - a_x)(k_y y + i c_y \omega y) + (d_y - a_y)(k_x x + i c_x \omega x) \quad (21)$$

Separando la parte real de la imaginaria

$$Q_{yr} = k_y y_r - c_y \omega y_i \quad (22)$$

$$Q_{yi} = k_y y_i + c_y \omega y_r \quad (23)$$

$$Q_{xr} = k_x x_r - c_x \omega x_i \quad (24)$$

$$Q_{xi} = k_x x_i + c_x \omega x_r \quad (25)$$

$$M_{tr} = (d_x - a_x)(k_y y_r - c_y \omega y_i) + (d_y - a_y)(k_x x_r - c_x \omega x_i) \quad (26)$$

$$M_{ti} = (d_x - a_x)(k_y y_i + c_y \omega y_r) + (d_y - a_y)(k_x x_i + c_x \omega x_r) \quad (27)$$

Los parámetros de diseño del AMS son: la relación de masa  $\mu$  que se define como la masa del AMS sobre la masa total del edificio; el cociente entre la frecuencia del amortiguador y la frecuencia de la estructura  $r_f$  y la relación de amortiguamiento del AMS  $\zeta_a$ .

Si se fijan  $\mu$ ,  $r_f$  y  $\zeta_a$ , se puede calcular  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $c_x$  y  $c_y$  de la siguiente forma:

$$m_x = \mu M \quad (28)$$

$$m_y = \mu M \quad (29)$$

$$k_x = \omega_a^2 m_x = (r_f \omega_e)^2 m_x \quad (30)$$

$$k_y = \omega_a^2 m_y = (r_f \omega_e)^2 m_y \quad (31)$$

$$c_x = 2 \omega_a \zeta_a m_x = 2 (r_f \omega_e) \zeta_a m_x \quad (32)$$

$$c_y = 2 \omega_a \zeta_a m_y = 2 (r_f \omega_e) \zeta_a m_y \quad (33)$$

Siendo  $\omega_a$  la frecuencia del AMS,  $\omega_e$  la frecuencia fundamental de la estructura, en la dirección considerada en cada caso y  $M$  la masa total de la estructura.

### ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL ALS

Las ecuaciones de movimiento de los amortiguadores de líquido sintonizados son análogas a las de los AMS, pero como se observará cambia sustancialmente su interacción con la estructura. También se definen sus parámetros de diseño y se calculan los términos a incorporar en las ecuaciones. Estas ecuaciones se basan en la teoría lineal de olas, la cual está limitada para olas de pequeña amplitud (Chang et. al.<sup>11</sup>).

Las fuerzas en la estructura son:

$$Q_y = -(m_x \ddot{y} + m_t \ddot{\eta}) \quad (34)$$

$$Q_x = -(m_x \ddot{x} + m_t \ddot{\xi}) \quad (35)$$

$$M_t = -(d_x - a_x)(m_y \ddot{y} + m_t \ddot{\eta}) - (d_y - a_y)(m_x \ddot{x} + m_t \ddot{\xi}) \quad (36)$$

Siendo  $m_t$  un parámetro del ALS que se definirá más adelante. En el dominio de la frecuencia

$$Q_y = \omega^2 (m_y y + m_t \eta) \quad (37)$$

$$Q_x = \omega^2 (m_x x + m_t \xi) \quad (38)$$

$$M_t = (d_x - a_x) \omega^2 (m_y y + m_t \eta) + (d_y - a_y) \omega^2 (m_x x + m_t \xi) \quad (39)$$

Separando la parte real de la imaginaria:

$$Q_{yr} = \omega^2 (m_y y_r + m_t \eta_r) \quad (40)$$

$$Q_{yi} = \omega^2 (m_y y_i + m_t \eta_i) \quad (41)$$

$$Q_{xr} = \omega^2(m_x y_r + m_t \eta_r) \quad (42)$$

$$Q_{xi} = \omega^2(m_x y_i + m_t \eta_i) \quad (43)$$

$$M_{tr} = (d_x - a_x)\omega^2(m_y y_r + m_t \eta_r) + (d_y - a_y)\omega^2(m_x x_r + m_t \xi_r) \quad (44)$$

$$M_{ti} = (d_x - a_x)\omega^2(m_y y_i + m_t \eta_i) + (d_y - a_y)\omega^2(m_x x_i + m_t \xi_i) \quad (45)$$

Para un tanque circular, los parámetros se pueden calcular de la siguiente forma<sup>11</sup>:

$$m_x = m_y = d_1 F_1 m_t \quad (46)$$

$$m_t = n \rho \pi a^2 h \quad (47)$$

$$d_1 = \frac{1}{(\sigma_1^2 - 1)} \quad (48)$$

$$\sigma_1 = 1.84 \quad (49)$$

$$F_1 = \frac{a}{\sigma_1 h} \operatorname{tgh}\left(\frac{\sigma_1 h}{a}\right) \quad (50)$$

$$k_x = k_y = \omega_t^2 m_x \quad (51)$$

$$\omega_t^2 = \frac{\sigma_1 g}{a} \operatorname{tgh}\left(\frac{\sigma_1 h}{a}\right) \quad (52)$$

$$c_x = 2\zeta_t \omega_t m_t \quad (53)$$

siendo  $h$  la altura del líquido,  $a$  el radio del tanque y  $\zeta_t$  el amortiguamiento viscoso del líquido y  $n$  el número de contenedores. En la figura 3, se observa un modelo de ALS.

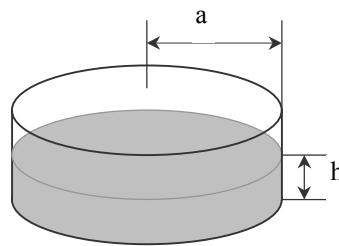


Figura 3: Modelo de ALS

## EJEMPLOS

### Edificio Central Plaza

Este edificio está ubicado en Shanghai, China, posee 39 pisos y 3 subsuelos de hormigón armado. En los primeros

cinco pisos funciona un shopping y a partir de sexto son oficinas comerciales, también posee un helipuerto en la terraza. Se modeló el edificio con una variación lineal de las propiedades seccionales en la altura. Posee una altura de 148,2 m y el área de la sección transversal en los primeros cinco pisos es de 42 m por 84 m, mientras que a partir del sexto su sección es cuadrada de 42 m. La masa total del edificio es de 117.741 ton. y su frecuencia fundamental es 0,305 Hz<sup>11</sup>.

La masa, rigidez y amortiguamiento del amortiguador de masa sintonizado se calcularon considerando los siguientes parámetros:  $\mu=0,01$ ,  $r_f=1$  y  $\zeta_e=0,045$ . Como la carga se aplica en la dirección y, se coloca el AMS en esa dirección. Resultando:

$$m_y = 1177410,0 \text{ Kg} \qquad k_y = 4324014,44 \text{ N/m} \qquad c_y = 203071.95 \text{ Kg/seg}$$

Para el amortiguador de líquido sintonizado, se fijan  $(a/h)=0,5$ ,  $\omega_t$  igual a la frecuencia fundamental de la estructura,  $n=16$  y  $\zeta_t=0,04$ . Resultando:

$$m_t = 1141601,15 \text{ Kg} \qquad m_y = 376728,38 \text{ Kg} \qquad k_y = 1383346,61 \text{ N/m} \qquad c_y = 174984,62 \text{ Kg/seg}$$

En la figura 4 se muestra los desplazamientos del extremo superior de la estructura sin control de vibraciones, con un AMS y con ALS, ambos ubicados en el último piso.

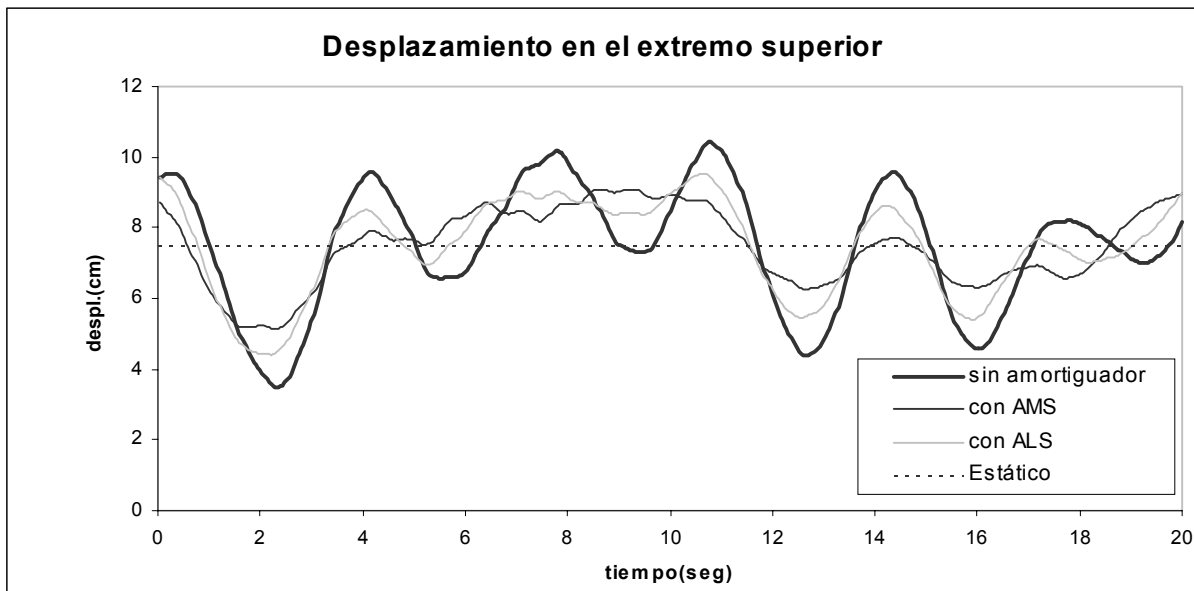


Figura 4: Respuesta del Edificio Central Plaza

En el control de vibraciones, no sólo es importante la reducción de los desplazamientos, sino también las aceleraciones. En la tabla 1 se presentan los resultados máximos obtenidos con la misma carga de viento; para los desplazamientos, corte en la base y aceleraciones en los 3 casos (sin amortiguador, con AMS y con ALS).

Variable Valores máximos	Sin amortiguador	con AMS		con ALS	
	valor	valor	%de reducción	valor	%de reducción
Despl. total(cm)	10,41	9,10	12,58	9,55	8,26
Despl. parte fluctuante(cm)	2,9	1,59	45,17	2,04	29,65
Aceleración(cm/seg.)	18,5	14,61	21,02	13,77	25,56
Corte en la base (MN)	22,97	21,19	7,75	21,29	7,31

Tabla 1: Cuadro comparativo del Edificio Central Plaza



### Chimenea de 250 m

Esta chimenea tiene 250 m de altura, es de sección circular y de hormigón armado. A medida que crece la altura, disminuye el espesor linealmente, manteniendo el diámetro exterior constante. El diámetro exterior es de 20 m, siendo el espesor inicial 0,60 m y final 0,30 m. La masa total de la chimenea es 16.542 ton. La frecuencia fundamental es 0,28 Hz.

El AMS se coloca en el extremo superior de la chimenea y en el centro de la misma. Los parámetros  $\mu$ ,  $r_f$  y  $\zeta_e$  tienen los mismos valores que en el ejemplo anterior. Resultando:

$$m_y = 165420,0 \text{ Kg} \qquad k_y = 511992,75 \text{ N/m} \qquad c_y = 26191,98 \text{ Kg/seg}$$

Para el cálculo de los parámetros del ALS se utilizó  $(a/h)=0.4$ ,  $\omega_t$  igual a la frecuencia de la estructura,  $n=3$  y con  $\zeta_t=0,02$ , obteniéndose los siguientes valores:

$$m_{\bar{t}} = 184225,48 \text{ Kg} \qquad m_y = 65689,09 \text{ Kg} \qquad k_y = 203307,75 \text{ N/m} \qquad c_y = 12962,10 \text{ Kg/seg.}$$

En la figura 5 se ilustra el comportamiento de la chimenea.

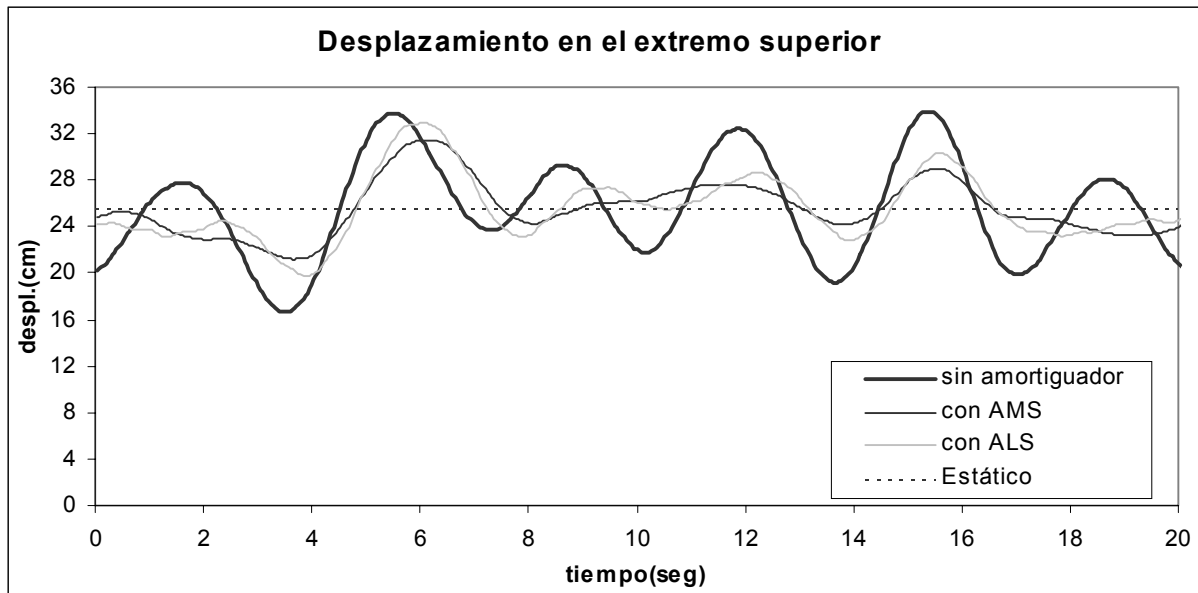


Figura 5: Respuesta de la chimenea en el tiempo

Del mismo modo, en este ejemplo se presentan en la tabla 2, las variaciones de las reducciones de desplazamiento, aceleración y corte en la base para las 2 clases de amortiguadores presentados.

Variable Valores máximos	Sin amortiguador	con AMS		con ALS	
	valor	valor	%de reducción	valor	%de reducción
Desplazamiento(cm)	33,92	31,43	7,34	32,89	3,03
Despl. parte fluctuante(cm)	8,37	5,88	29,75	7,34	12,31
Aceleración(cm/seg.)	32,69	18,73	42,70	29,3	10,37
Corte en la base (MN)	8,01	7,11	11,24	7,44	7,11

Tabla 2: Cuadro comparativo de la chimenea

## CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un esquema de cálculo para 2 tipos de sistemas de control pasivo de vibraciones: amortiguador de masa sintonizado (AMS) y amortiguador de líquido sintonizado (ALS). Además se formulan las ecuaciones de movimiento para dichos sistemas. La interacción con la estructura se calcula de diferentes maneras para los 2 amortiguadores, como así también los parámetros de los mismos. En el caso del ALS se lo modela por medio de un comportamiento lineal equivalente.

De los ejemplos se puede concluir que, de acuerdo a lo esperado, para los casos estudiados, tanto el AMS y ALS reducen los desplazamientos, corte en la base y aceleraciones. En el Edificio Central Plaza se observa que el AMS propuesto es más efectivo en la reducción de desplazamientos y corte en la base que el ALS, no así para las aceleraciones. El comportamiento de la chimenea es similar al edificio, salvo para las aceleraciones donde el AMS logra una reducción más importante. Se observa en todas las ilustraciones de la respuesta de los desplazamientos, una menor variación entre el máximo y el mínimo cuando la estructura posee un sistema de control de vibraciones. Por último es importante la reducción en la parte fluctuante lograda por este tipo de sistemas lo que sugiere su utilización para el caso de carga sísmica.

## REFERENCIAS

- [1] Den Hartog, J.P., *Mechanical Vibrations*, Dover Publications, 1956.
- [2] Luft, R., Optimal tuned dampers for buildings, *Journal of the Structural Division*, vol.105, No.ST 12, pag. 2766-2772, 1979.
- [3] Jensen, H., Setarch, M., Peck, R., TMDs for vibration control of systems with uncertain properties, *Journal of Structural Engineering*, vol. 118, No. 18, pag. 3285-3298, 1992.
- [4] Abé, M., Igusa, T., Tuned mass damper for structures with closely spaced natural frequencies, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 24, pag. 247-261, 1995.
- [5] Soong, T.T., Dargush, G.F., *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering*, John Wiley & Sons, 1997.
- [6] Tamura, Y., Fujii, K., Ohtsuki, T., Wakahara, T., Kohsaka, R., Effectiveness of tuned liquid dampers under wind excitation, *Engineering Structures*, vol 17, No 9, pag. 609-621, 1995.
- [7] Gao, H., Kwok, K.C.S., Optimization of tuned liquid column dampers, *Engineering Structures*, vol. 19, pag. 476-486, 1997.
- [8] Ambrosini, R.D., Análisis Dinámico de Estructuras de Pared Delgada y Sección Abierta en el dominio de la frecuencia, Tesis de Magister en Ingeniería Estructural, Universidad Nacional de Tucumán, 1991.
- [9] Riera, J.D., Ambrosini, R.D., Analysis of structures subjected to random loading using the transfer matrix or numerical integration methods, *Eng. Structures*, vol.14, No.3, pag.176-179, 1992.
- [10] Ambrosini, R.D., Riera, J.D., Danesi, R.F., Analysis of structures subjected to random wind loading, Jubieum Conference Wind Effects on Buildings and Structures, Gramado RS, Brazil, 1998.
- [11] Chang, C.C., Qu, W.L., Unified dynamic absorber design formulas for wind-induced vibration control of tall buildings, *Structural Design of Tall Building*, vol. 7, pag.147-166, 1997.