

## CALCULO DE UN SILO CON CARGA DE TRIGO

**Diego Alfei<sup>\*</sup>, Horacio Ambrosini<sup>\*</sup>, Diego Fabián<sup>\*</sup>, Hernán Sánchez<sup>\*</sup> y Francisco Crisafulli<sup>+</sup>**

*<sup>\*</sup> Alumnos, <sup>+</sup> Profesor adjunto, Cátedra de Estructuras Especiales  
Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Cuyo*

**Carlos García Garino**

*Instituto Tecnológico Universitario  
Universidad Nacional de Cuyo*

### RESUMEN

En este trabajo se muestra la resolución de un silo de hormigón armado sometido a la carga producida por el trigo que almacena. Esta resolución consiste en la determinación de la distribución de las fuerzas actuantes y en el dimensionamiento del espesor de las paredes del silo.

La determinación de la distribución de las cargas se realizó por el método de Reimbert<sup>[1]</sup>, mientras que el espesor fue predimensionado también por el método de Reimbert<sup>[1]</sup> pero verificado posteriormente por la teoría de membranas siguiendo el texto de Belluzzi<sup>[2]</sup> y finalmente por el Método de Elementos Finitos<sup>[3]</sup> mediante el programa PC-FEAP.

Finalmente se realizó una comparación de los resultados obtenidos por los distintos métodos.

### ABSTRACT

This work shows the resolution of a reinforced concrete silo under the charge of the wheat wich it contains. This resolution consists in the determination of the active forces distribution and the estimation of the silo thickness.

The determination of the active forces distribution was made by the Reimbert's<sup>[1]</sup> method. The thickness of the silo was first estimated by the Reimbert's method and then verified with the shells theory following the book written by Belluzzi<sup>[2]</sup> and with the Finite Element Method<sup>[3]</sup> using the PC-FEAP program.

Finally it was made a comparisson of the results obtained by the different methods.

### INTRODUCCIÓN

Los silos son dispositivos que sirven para el almacenamiento de distintos tipos de materiales, ya sean productos alimenticios o industriales. Los silos se construyen generalmente de metal u hormigón armado y se componen de celdas yuxtapuestas o aisladas, de gran altura, terminadas en su base por tolvas de vaciado y cerradas en su parte superior por una cubierta sobre la cual se instalan los aparatos de llenado.

En nuestro caso se analizó un silo aislado destinado al almacenamiento de trigo, el mismo es de hormigón armado y posee una geometría ya definida. El cálculo consiste en la determinación del estado de cargas y el dimensionamiento del espesor de las paredes del silo. Este dimensionamiento se realizó primero por el método simplificado de Reimbert<sup>[1]</sup> y luego se lo verificó por la teoría de membranas enunciada en el texto de Belluzzi<sup>[2]</sup>

como así también se realizó una segunda verificación por el Método de los Elementos Finitos<sup>[3]</sup> (MEF). Finalmente se compararon los resultados obtenidos.

La geometría del silo esta dada por una losa cilíndrica de 24,00 m de altura y 6,00 m de diámetro, una losa troncocónica de diámetro superior igual al diámetro de la losa cilíndrica y de 1,00 m de diámetro inferior y una losa circular plana de 1,00 m de diámetro. Las uniones entre losas son solidarias y continuas, como puede verse en la Figura 1.

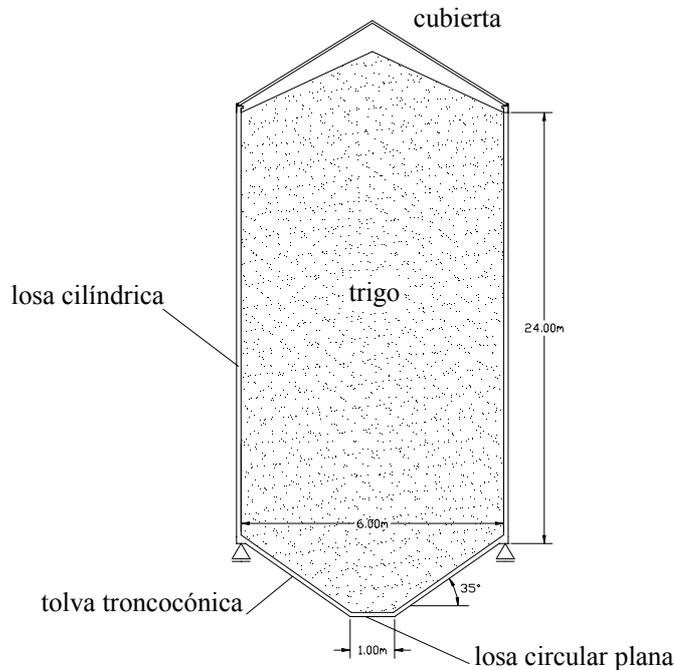


Figura 1: Geometría del silo

La altura y el diámetro medio del cilindro, así como el diámetro inferior de la tolva ya estaban definidos; mientras que el ángulo de la tolva fue adoptado de manera que fuera mayor que el ángulo de talud natural del trigo para así permitir que el vaciado se realice sin problemas.

Como vínculo externo del silo se tomó un apoyo simple continuo en la unión del cilindro con la tolva, como se muestra en la Figura 2. Si bien este apoyo es muy difícil de lograr en la realidad, se utilizó para poder apreciar y comprender correctamente la interacción entre las dos losas, cilindro y tolva. Si se hubiera elegido un empotramiento como condición de vínculo, lo cual es más fácil de lograr constructivamente, la interacción mencionada sería nula pues el empotramiento absorbería las solicitaciones en el encuentro provenientes de ambas losas.

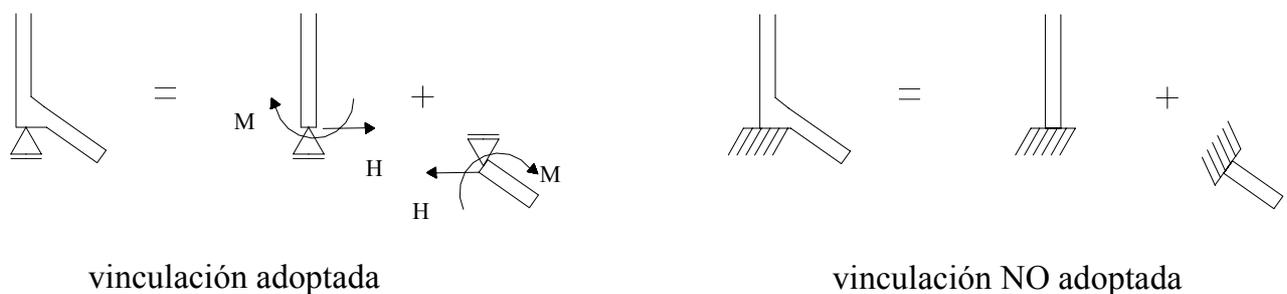


Figura 2: Vinculación del silo

## DETERMINACION DE CARGAS

Los granos y los cereales que habitualmente se almacenan en los silos, incluido el trigo, constituyen un medio pulverulento y pseudosólido sin cohesión, cuyas leyes de equilibrio están mal definidas y para las cuales se ha buscado una solución analítica basada en la teoría del equilibrio de un medio elástico, homogéneo, isótropo e indefinido. Lamentablemente, ninguna de las teorías encontradas representa adecuadamente al medio pulverulento. Sin embargo, el fenómeno se sigue estudiando y recientemente se han realizado estudios en Argentina sobre este tema<sup>[4]</sup>.

Esta imposibilidad de determinación analítica de las cargas sobre los elementos del silo se debe a la gran cantidad de factores que influyen sobre la distribución de las mismas. Por lo tanto utilizaremos un método semiempírico propuesto por Reimbert<sup>[1]</sup> que se basa en la constancia de la relación  $P_z/q_z$  con la profundidad  $z$ , siendo  $P_z$  la presión horizontal sobre las paredes del silo y  $q_z$  la presión vertical sobre el fondo del silo, ambos a una determinada profundidad  $z$  como se ve en la Figura 3. Una gran cantidad de ensayos ha determinado que esta teoría es válida dentro de ciertos límites.

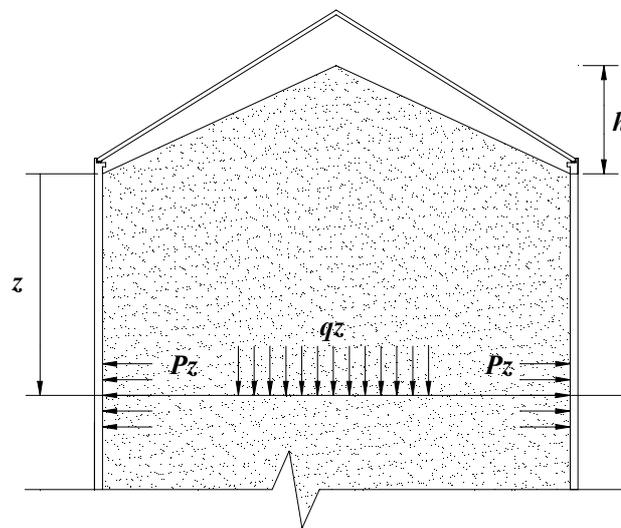


Figura 3: Forma de medir la profundidad y las cargas propuestas por Reimbert<sup>[1]</sup>

### Cargas en el cilindro

Sobre las paredes de la losa cilíndrica actuarán tres cargas distintas: el peso propio, el peso de la cubierta y las cargas producidas por el trigo. Las cargas de peso propio y peso de cubierta tienen solamente componente vertical, mientras que las cargas ejercidas por el trigo tienen una componente vertical y otra horizontal sobre las paredes del cilindro.

- La carga debida al peso propio que como ya se dijo tiene solamente componente vertical, varía linealmente con la profundidad  $z$  y la podemos calcular como:

$$Pp_z = \gamma_m \cdot s \cdot z \quad (1)$$

donde  $Pp_z$  es el peso propio acumulado por unidad de perímetro,  $\gamma_m$  es el peso específico del material del silo,  $s$  es el espesor de las paredes del cilindro y  $z$  es la profundidad. Para nuestro caso el material es hormigón armado, por lo tanto  $\gamma_m = 2400 \text{ Kg/m}^3$ .

- La carga debida al peso de la cubierta también posee únicamente componente vertical, es constante con la profundidad  $z$  y se calcula con la siguiente expresión:

$$C_z = \frac{Pc}{2 \cdot \pi \cdot Rci} \quad (2)$$

donde  $C_z$  es la carga debida a la cubierta por unidad de perímetro,  $Pc$  es el peso total de la cubierta y  $Rci$  es el radio del cilindro. En nuestro caso  $Pc = 11304 \text{ Kg}$  y  $Rci = 3,00 \text{ m}$  por lo tanto  $C_z = 600 \text{ Kg/m}$

- Las cargas en el cilindro debidas al trigo tienen tanto una componente vertical como una horizontal y varían con la profundidad  $z$ . Según la teoría utilizada<sup>[1]</sup> las cargas siguen las siguientes expresiones:

$$F_z = \frac{\delta \cdot Rci}{2} \cdot \left( \frac{z^2}{z + A} \right) \quad (3)$$

$$P_z = \frac{\delta \cdot Rci}{2 \cdot \tan(\varphi')} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] \quad (4)$$

donde  $F_z$  es la carga por frotamiento o carga vertical acumulada por unidad de perímetro,  $P_z$  es la presión o carga horizontal sobre las paredes por unidad de superficie,  $\delta$  es el peso específico de la materia ensilada,  $Rci$  es el radio del cilindro,  $z$  es la profundidad,  $\varphi$  es el ángulo de frotamiento interno del trigo,  $\varphi'$  es el ángulo de frotamiento entre el trigo y las paredes del silo y  $A$  es una constante que depende de  $Rci$ , de  $\varphi$  y de  $\varphi'$ . Para nuestro caso el material ensilado trigo tiene un  $\delta = 840 \text{ Kg/m}^3$  y un  $\varphi = 25^\circ$ . El ángulo de frotamiento entre el trigo y las paredes de hormigón es mayor que el ángulo de frotamiento interno del trigo, por lo tanto se debe adoptar  $\varphi' = \varphi$  ya que el deslizamiento se produce a una pequeña distancia de las paredes, entre granos de trigo y con el ángulo de frotamiento propio de éste. Con estas consideraciones, el valor calculado de la constante es  $A = 7,75 \text{ m}$ .

Finalmente, una vez calculadas todas las cargas por separado, se suman para así obtener la carga total sobre las paredes del cilindro, cuya distribución se puede observar en la Figura 4.

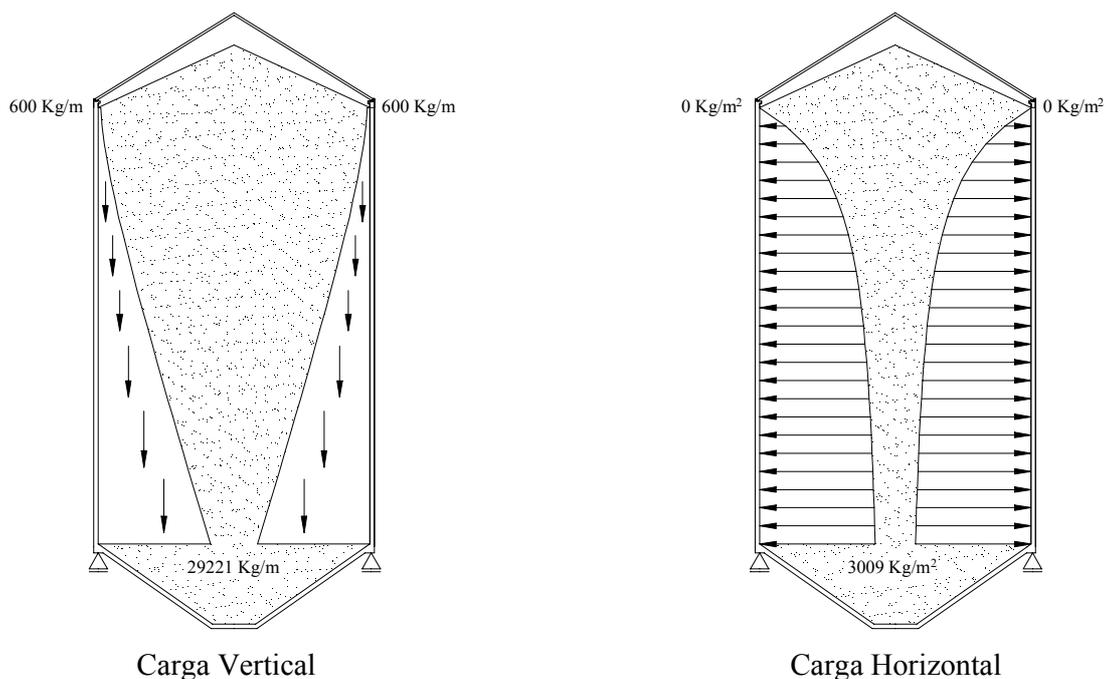


Figura 4: Carga total sobre el cilindro. Vertical y horizontal

## Cargas en la tolva

Sobre las paredes de la tolva troncocónica actuarán las siguientes cargas: la presión horizontal y la presión vertical que ejerce la materia ensilada a la profundidad del centro de gravedad de la tolva, el peso de la materia ensilada que llena la tolva y el peso propio de las paredes de la tolva. Todas ellas repartidas uniformemente en la totalidad de la superficie de la tolva, obteniendo una presión normal y otra tangencial a las paredes de la misma. Esta simplificación propuesta por Reimbert<sup>[1]</sup> es válida ya que la longitud de las paredes de la tolva es mucho menor que la altura del cilindro por lo tanto no es necesario conocer con precisión la ley de variación de estas cargas.

Sobre la losa circular plana actuará solamente una carga concentrada dada por el peso de los aparatos fijados a la misma. Esta simplificación considera que el peso del trigo actuante sobre la losa circular plana es despreciable.

- La presión horizontal en el centro de gravedad de la tolva se obtiene con la ecuación (4), ingresando en la misma la profundidad del centro de gravedad de la tolva que para nuestro caso es  $z_g = 24,70$  m.

- La presión vertical se obtiene ingresando  $z_g$  en la siguiente expresión dada por Reimbert<sup>[1]</sup>:

$$q_z = \delta \cdot \left[ z \cdot \left( \frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right] \quad (5)$$

donde  $q_z$  es la presión o carga vertical sobre el fondo por unidad de superficie,  $\delta$ ,  $z$  y  $A$  tienen idéntico significado que en la ecuación (3) o (4) y  $h$  es la altura del cono superior de ensilaje, la cual se calcula como el radio del cilindro por la tangente del ángulo de talud natural del trigo. Para nuestro caso  $h = 1,40$  m.

- El peso de la materia ensilada que llena la tolva se calcula como el peso específico del trigo por el volumen total de la tolva, obteniendo  $P_{mt} = 16550$  Kg.

- El peso propio de las paredes de la tolva se obtiene como el peso específico del hormigón por el volumen de las paredes de la tolva, obteniendo  $P_{pt} = 8242$  Kg.

Una vez calculadas todas estas cargas deben proyectarse cada una de ellas en direcciones normal y tangencial a las paredes de la tolva y luego repartirse uniformemente en toda la superficie de las mencionadas paredes. Finalmente se suman las proyecciones y así se obtiene la carga total sobre las paredes de la tolva, la cual se puede observar en la figura 5.

- El peso de los aparatos fijados a la tolva se adoptó de  $Q_{lc} = 1155$  Kg.

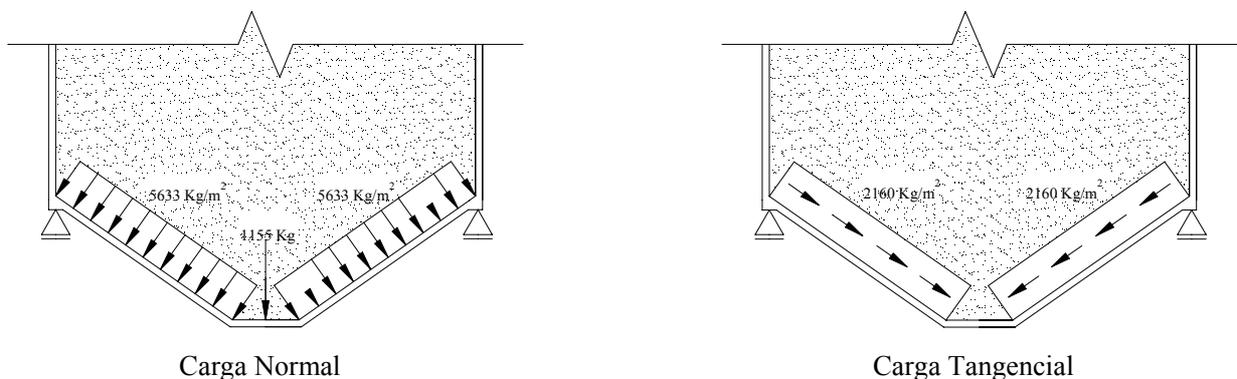


Figura 5: Carga total sobre la tolva. Normal y tangencial

### PREDIMENSIONADO POR REIMBERT

Para la obtención del espesor Reimbert<sup>[1]</sup> propone un método basado en la teoría de tubos de pared delgada, considerando solamente el comportamiento membranar del cilindro, la cual nos dice que:

$$\sigma_1 = \frac{(Pp_z + Cz + Fz)}{s} \quad (6)$$

$$\sigma_2 = \frac{Pz \cdot Rci}{s} \quad (7)$$

donde  $\sigma_1$  es la tensión longitudinal y  $\sigma_2$  es la tensión anular o de zunchado,  $Pp_z$ ,  $Cz$ ,  $Fz$  y  $Pz$  se obtienen de las ecuaciones (1), (2), (3) y (4) respectivamente,  $Rci$  es el radio y  $s$  el espesor del cilindro, como se ve en la Figura 6.

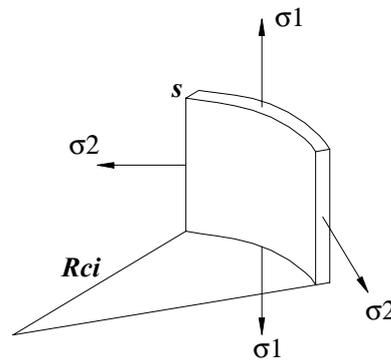


Figura 6: Tensiones en un elemento de pared del cilindro

La tensión máxima de zunchado  $\sigma_{2max}$ , aparecerá donde la presión  $Pz$  sea máxima, es decir, cuando  $z = 24,00$  m en la base del cilindro. Por lo tanto tomando una tensión admisible de tracción para el hormigón, podemos dimensionar el espesor como:

$$s = \frac{Pz_{max} \cdot Rci}{\sigma_{admtracc}} \quad (8)$$

para nuestro caso se adoptó  $\sigma_{admtracc} = 13 \text{ Kg/cm}^2$ , obteniendo un espesor  $s = 6.94 \text{ cm}$

Resta verificar que la tensión  $\sigma_{1max}$ , la cual también aparece en la base del cilindro para  $z = 24,00$  m, sea menor que la admisible (adoptada de  $\sigma_{admcomp} = 130 \text{ Kg/cm}^2$ ); lo cual si se produce.

Sin embargo, por razones constructivas se adopta un espesor  $s = 10 \text{ cm}$  con lo cual además obtenemos un mayor margen de seguridad. Se adopta también el mismo espesor para la tolva troncocónica y la losa circular plana.

### SOLUCION ANALITICA

Esta solución se basa en la teoría de la elasticidad aplicada a membranas (enunciada en el texto de Belluzzi<sup>[2]</sup>), para la cual se calculan los desplazamientos en régimen membranar en los extremos de cada losa aislada y después mediante ecuaciones de compatibilidad de deformaciones se calculan las fuerzas de interacción entre ellas. Una vez conocidas esas fuerzas y pares de interacción se calculan los desplazamientos totales en los extremos de las losas y finalmente se resuelve cada losa por separado obteniendo las sollicitaciones y desplazamientos reales (en régimen flexional) en toda la longitud de cada losa. La estructura total se dividió en tres losas definidas perfectamente por la geometría del problema: losa cilíndrica, losa troncocónica y losa circular plana.

## Ecuaciones de compatibilidad – Cálculo de las fuerzas y pares de interacción

Una vez calculadas las deformaciones extremas en régimen membranal en cada una de las losas, se deben plantear las ecuaciones de compatibilidad de desplazamientos (corrimientos y rotaciones). En nuestro caso se tienen dos interacciones, la de la losa cilíndrica (cilindro) con la losa troncocónica (tolva) y la de ésta última con la losa circular plana como se ve en la Figura 7.

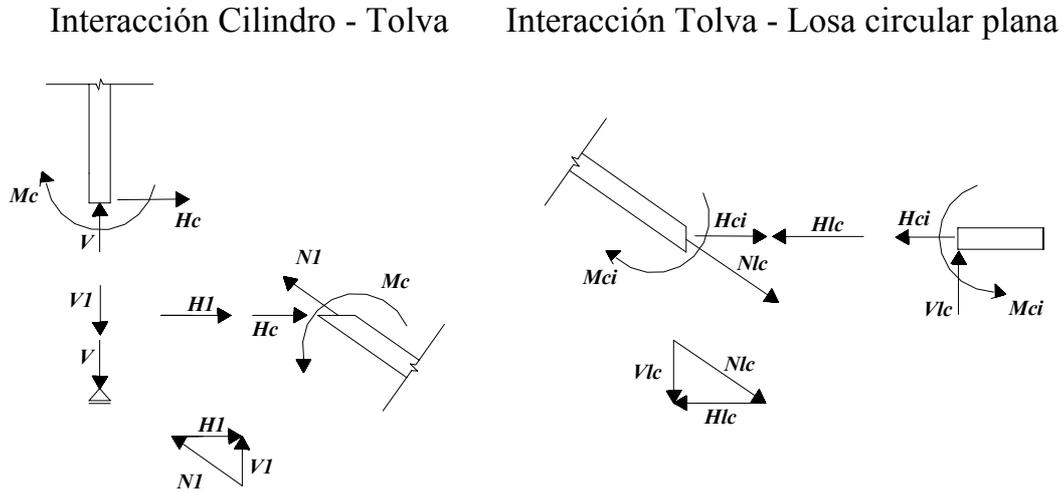


Figura 7: Interacciones entre losas

Se utilizaron dos sistemas de dos ecuaciones cada uno. El primer sistema (9) compatibiliza cilindro y tolva estableciendo que tanto los desplazamientos horizontales como las rotaciones deben ser iguales en la base del cilindro y en la parte superior de la tolva. De manera similar el segundo sistema (10) establece la igualdad de desplazamientos horizontales y giros entre la tolva y la losa circular plana. Las expresiones son las siguientes:

$$\begin{aligned} \xi_{cil} + Hc \cdot \xi_{hcil} + Mc \cdot \xi_{mcil} &= \xi_{tols} - (Hc + H1) \cdot \xi_{htols} + Mc \cdot \xi_{mtols} \\ \phi_{cil} + Hc \cdot \phi_{hcil} + Mc \cdot \phi_{mcil} &= \phi_{tols} - (Hc + H1) \cdot \phi_{htols} + Mc \cdot \phi_{mtols} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \xi_{toli} - (Hci - Hlc) \cdot \xi_{htoli} - Mci \cdot \xi_{mtoli} &= Hci \cdot \xi_{hlc} \\ \phi_{toli} - (Hci - Hlc) \cdot \phi_{htoli} - Mci \cdot \phi_{mtoli} &= Mci \cdot \phi_{mlc} \end{aligned} \quad (10)$$

En el sistema de ecuaciones (9)  $\xi_{cil}$  y  $\phi_{cil}$  son el corrimiento horizontal y la rotación en la base del cilindro en régimen membranal;  $\xi_{hcil}$ ,  $\xi_{mcil}$ ,  $\phi_{hcil}$  y  $\phi_{mcil}$  son los coeficientes elásticos en la base del cilindro;  $\xi_{tols}$  y  $\phi_{tols}$  son el corrimiento horizontal y la rotación en la parte superior de la tolva en régimen membranal;  $\xi_{htols}$ ,  $\xi_{mtols}$ ,  $\phi_{htols}$  y  $\phi_{mtols}$  son los coeficientes elásticos en la parte superior de la tolva;  $Hc$  es la fuerza horizontal de interacción y  $Mc$  es el momento de interacción;  $H1$  es la fuerza que junto a  $NI$  reemplazan a  $VI$  en la tolva ( $H1+NI = VI$ ).  $VI$  es la fuerza vertical total que la tolva le transmite al apoyo, la cual es estáticamente determinada, por lo tanto también lo serán  $H1$  y  $NI$ . En el sistema de ecuaciones (10)  $\xi_{toli}$  y  $\phi_{toli}$  son el corrimiento horizontal y la rotación en la parte inferior de la tolva en régimen membranal;  $\xi_{htoli}$ ,  $\xi_{mtoli}$ ,  $\phi_{htoli}$  y  $\phi_{mtoli}$  son los coeficientes elásticos en la parte inferior de la tolva;  $\xi_{hlc}$  y  $\phi_{hlc}$  son los coeficientes elásticos en la losa cilíndrica;  $Hci$  es la fuerza horizontal de interacción y  $Mci$  es el momento de interacción;  $Hlc$  es la fuerza que junto a  $Nlc$  reemplazan a  $Vlc$  en la tolva ( $Hlc+Nlc = Vlc$ ).  $Vlc$  es la fuerza vertical total que la losa circular plana le transmite a la tolva, y también es estáticamente determinada, por lo tanto  $Hlc$  y  $Nlc$  también lo son.

### Cálculo del cilindro

Una vez conocidas todas las acciones actuantes y las condiciones de borde (corrimientos y rotaciones extremas)

se procede al cálculo de las solicitaciones y deformaciones a lo largo del cilindro. Esto se realiza mediante la resolución de la ecuación diferencial de la elástica, cuya expresión es:

$$B \cdot w^{IV} + \beta \cdot w = p \quad (11)$$

donde  $B$  es la rigidez a flexión de la lámina dada por  $B = \frac{E}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$ ;  $\beta = \frac{E \cdot s}{Rci}$ , siendo  $E$  el módulo de elasticidad,  $\nu$  el coeficiente de Poisson del material;  $Rci$  el radio del cilindro y  $s$  su espesor;  $p$  es la presión horizontal a la cual está sometido el cilindro y  $w$  es la variación de radio ( $w = \Delta R$ ).

La solución total de la mencionada ecuación diferencial se obtiene de la suma de dos soluciones, la general y la particular. La solución general, que es la solución de la ecuación homogénea tiene en cuenta las condiciones de borde de la estructura y su expresión es  $w = C \cdot e^{-\alpha \cdot x} \cdot \sin(\alpha \cdot x + \psi)$ , siendo  $\alpha = \frac{1,3}{\sqrt{Rci \cdot s}}$ ,  $x$  la altura medida

desde la base del cilindro y por último  $C$  y  $\psi$  son constantes de integración que se obtienen de las condiciones de borde del cilindro, en nuestro caso a través del desplazamiento y rotación totales en el extremo inferior del mismo,

calculados previamente. La solución particular tiene en cuenta el estado de carga y está dada por  $w = \frac{Rci^2 \cdot p}{E \cdot s}$ ,

donde  $p$  como ya dijimos es la presión horizontal a la cual está sometido el cilindro. Cabe aclarar que para lograr esta solución sencilla la ecuación de  $p$  debe ser un polinomio de grado entre 0 y 3. Como en nuestro caso la ecuación de  $p$  era de grado -2 se utilizó un polinomio aproximante de grado 3.

La suma de ambas soluciones nos dará la solución completa en régimen flexional del cilindro. Una vez resuelta la ecuación diferencial y obtenido  $w$ , se obtienen todas las deformaciones y solicitaciones como función de éste.

Otro dato de importancia que se obtiene de este método es la longitud de onda  $\lambda$ , que nos da la distancia a la cual la influencia de los bordes es despreciable. Se calcula con  $\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} \cong 4,83 \sqrt{Rci \cdot s}$  y nos da una idea de hasta donde se necesita densificar la malla para el cálculo mediante el MEF. Para nuestro caso  $\lambda = 2,65$  m

### Cálculo de la tolva

La resolución de la tolva es muy similar a la del cilindro, pero cabe aclarar que no se pudo obtener la variación de las deformaciones y solicitaciones en toda la longitud de la tolva, sino que solamente se pudieron obtener los valores en los extremos de la misma. Esto se debe a que la solución de la ecuación diferencial de losas troncocónicas de pequeña longitud sometidas a régimen flexional es de una complejidad matemática que por el momento supera nuestros conocimientos.

## RESOLUCION POR MEF

El programa utilizado para la resolución numérica fue el PC-FEAP<sup>[5]</sup>. Debido a la simetría de la estructura, de sus vínculos y cargas, el problema pudo resolverse como axil simétrico. Se realizó una mayor densificación de la malla en los sectores que presentan grandes variaciones de tensiones y deformaciones, que generalmente se concentran en la intersección de las losas y cuya zona de influencia era conocida de antemano mediante la longitud de onda  $\lambda$  que fuera calculada durante la solución con el método anterior<sup>[2]</sup>.

La malla utilizada consta de 3 elementos en el espesor y esta subdividida en 4 sub-mallas. La malla 1 corresponde a la losa circular plana y sus elementos son de 10 cm cada uno. La malla 2 corresponde a la tolva troncocónica y tiene también elementos de 10 cm. La malla 3 tiene una disposición particular de sus elementos ya que corresponde a la zona del apoyo. El cilindro está representado en la malla 4, cuyos elementos miden 10, 20, 50, 100 o 200 cm

según la zona. La malla se muestra en la Figura 8 y como puede verse hay una mayor densificación en todo el sector de la tolva y en la parte inferior del cilindro hasta los 3,00 m de altura.

malla completa

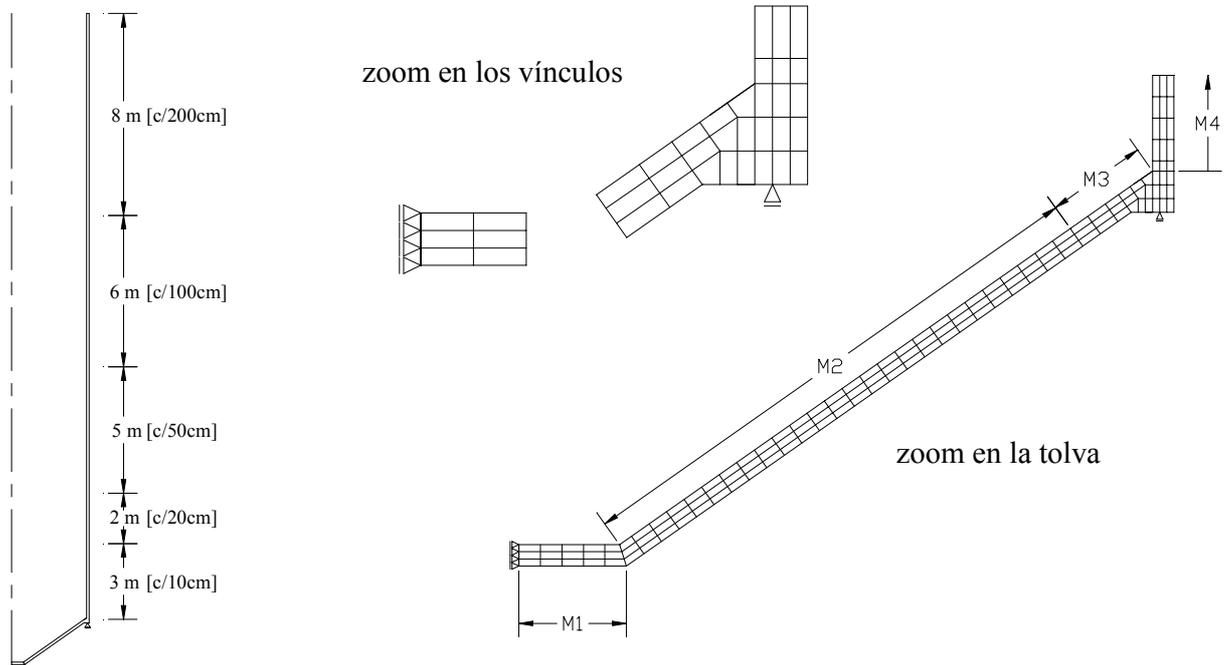


Figura 8: Malla utilizada para la resolución con PC-FEAP<sup>[6]</sup>

Se usaron elementos de 4 nodos (Q4) y en total la malla posee 404 nodos y 300 elementos. Se utilizó el material hormigón para todos los elementos y el mismo fue definido por  $E = 24000 \text{ Kg/cm}^2$  y  $\nu = 0.2$ .

La vinculación externa o condición de borde se realizó restringiendo el desplazamiento vertical de solo uno de los nodos del apoyo, para permitir rotaciones en dicho apoyo; y también restringiendo el desplazamiento horizontal de los cuatro nodos extremos de la losa circular plana, ya que se encuentran sobre el eje de simetría de la estructura.

Las cargas fueron introducidas como cargas concentradas en los nodos, tanto horizontales como verticales. Para el cálculo de cada fuerza nodal se empleó la ley de influencia de áreas, la cual nos dice que el área correspondiente a cada nodo es la de un casquete de ángulo al centro unitario (1 rad) y de altura igual a la suma de la mitad de la altura del elemento superior y la mitad de la altura del elemento inferior.

La forma de trabajo fue la siguiente: creación del archivo de datos de entrada por medio de un editor de textos, procesamiento con el programa PC-FEAP<sup>[5]</sup> y obtención del archivo de salida, por último, postprocesamiento del archivo de salida a través del programa EXCEL<sup>[6]</sup> y graficación de las distintas magnitudes.

## COMPARACION DE RESULTADOS

El análisis de las distintas soluciones obtenidas se realiza mediante gráficos comparativos de deformaciones y de tensiones. En la Figura 9 se muestran las deformaciones, desplazamientos y giros, mientras que en la Figura 10 podemos observar las tensiones, longitudinal y de zunchado, obtenidas para el cilindro y la tolva por los distintos métodos.

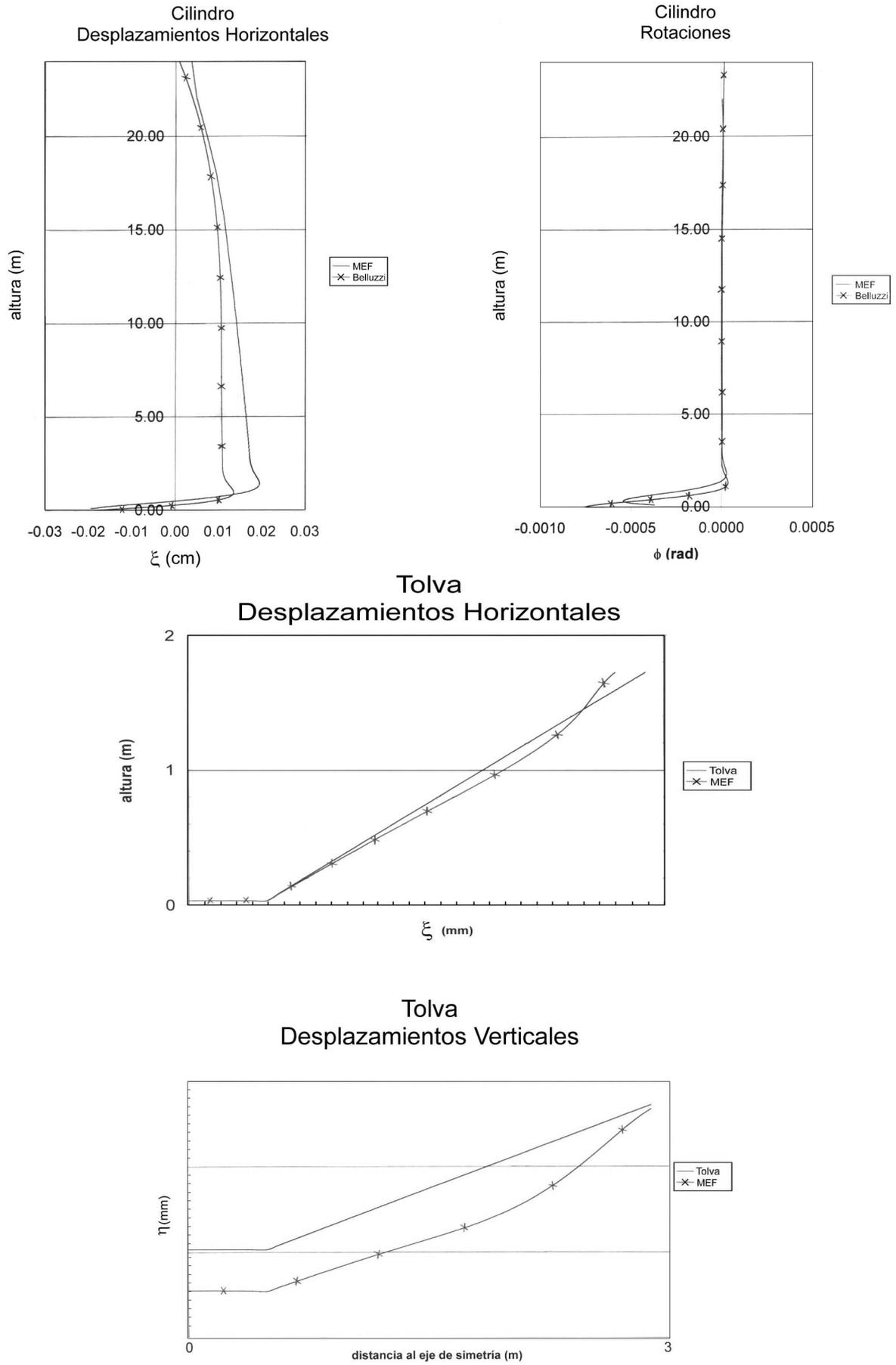


Figura 9: Deformaciones en cilindro y tolva.

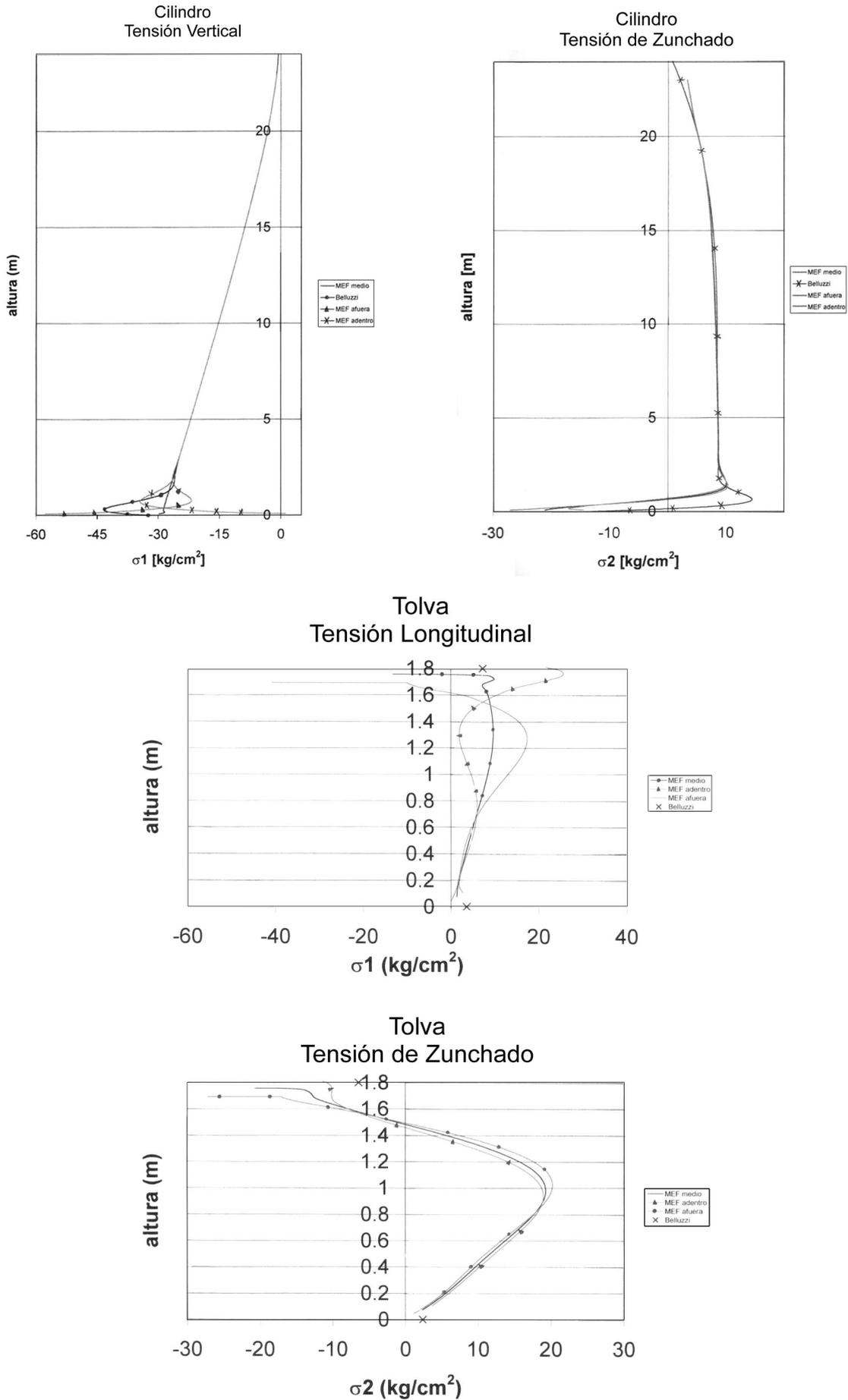


Figura 10: Tensiones en cilindro y tolva

## CONCLUSIONES

En primer lugar se puede decir que los resultados obtenidos fueron satisfactorios, debido a que los resultados fueron semejantes para los distintos métodos aplicados.

La resolución por la teoría de láminas (según Belluzzi<sup>[2]</sup>) coincide perfectamente con el MEF en la zona en que la estructura que se comporta como una membrana. Las variaciones obtenidas entre los dos métodos en la zona flexional de las losas nos condujeron a las siguientes conclusiones:

- Con el MEF se tiene mayor información sobre el comportamiento de la estructura, ya que nos muestra como es la variación real de las tensiones en el espesor de las losas. Mientras que con la teoría de láminas sólo se obtienen valores de desplazamientos y tensiones en el eje de la estructura, considerando dicha variación como lineal.
- En general las soluciones obtenidas mediante ambos métodos difieren un poco en su valor numérico, pero la forma es muy similar, de lo que se infiere que la estructura tuvo una respuesta muy similar por los distintos planteos y quizás deba analizarse con más detalle el diseño de la malla utilizada para la resolución con el MEF.

El trabajo realizado muestra que el modelado mediante el MEF requiere de mucho cuidado y de diversos análisis sobre los resultados obtenidos, para así lograr que los mismos sean confiables y no nos lleven a conclusiones erróneas; especialmente en aquellos casos en los que no se dispone de una solución conocida.

El MEF se nos ha revelado como una herramienta eficaz para el aprendizaje de temas relativamente complejos a nivel de la enseñanza de grado.

## AGRADECIMIENTOS

En primer lugar queremos agradecerle al Dr. Carlos García Garino por iniciarnos en esta apasionante disciplina que es la del cálculo por el Método de los Elementos Finitos, y por facilitarnos todos los medios a su alcance para ello.

En segundo lugar a la Cátedra de Estructuras Especiales de nuestra facultad y especialmente a sus profesores, los Ingenieros Francisco Crisafulli y Elbio Villafañe, que nos apoyaron en todo momento y nos guiaron en la aplicación de los conceptos del MEF a un problema concreto.

## REFERENCIAS

- [1] Marcel y André Reimbert, Silos teoría y práctica, pp 129-183, Editorial Américalee SRL, 1979.
- [2] Odone Belluzzi, Ciencia de la Construcción, pp311-479, Aguilar S.A. de ediciones, 1970.
- [3] O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor "The Finite Element Method", Volume 2, Chapter 16, 4<sup>th</sup> Edition, Mc Graw Hill, 1991
- [4] Elaskar, S. and Godoy, L., Flow of granular solids modeled via plastic constitutive relations, en Computational Mechanics. New Trends and Applications. **WCCM'98**, Barcelona, 1998.
- [6] Programa PC-FEAP, Finite Element Analisis Program, de Robert L. Taylor.
- [7] Programa EXCEL, planilla de cálculo, de Microsoft Corporation.