

MODELO PARA MATERIALES COMPUESTOS CON DESLIZAMIENTO DE FIBRAS

Daniel E. López

Instituto de Estructuras
Universidad Nacional de Tucumán, CC 134, Correo Central,
S.M. de Tucumán, Argentina
e-mail: ingedlopez@tutopia.com

Bibiana Luccioni, Rodolfo Danesi

CONICET
Instituto de Estructuras
Universidad Nacional de Tucumán, CC 134, Correo Central,
S.M. de Tucumán, Argentina
e-mail: bluccioni@herrera.unt.edu.ar

RESUMEN

Se presenta un modelo para materiales compuestos reforzados con fibras largas, que considera el deslizamiento relativo entre ambas faces. El modelo se formula en el marco de la teoría de mezclas para materiales compuestos, considerando las faces correspondientes a la matriz y a las fibras, modificándose el comportamiento de la última para vincularlo a la ecuación constitutiva de la interface. Esto permite simular en forma macroscópica los mecanismos de adherencia observados experimentalmente. El modelo resultante posee gran potencialidad para modelar problemas a escala macroestructural ya que no requiere la discretización explícita de las fibras ni de la interface. Para la integración de la ecuación constitutiva de las fibras se desarrolla un algoritmo de tipo retorno mapeado que permite integrar simultáneamente las ecuaciones constitutivas de las fibras y de la interface. Se concluye con ejemplos de aplicación y comparación con resultados experimentales de elementos de hormigón armado que muestran la capacidad del modelo propuesto.

ABSTRACT

A constitutive model for long fiber reinforced composites that takes into account fiber debonding is presented in this paper. The model is formulated in the context of mixture theory, with two components: matrix and fiber. The fiber response is linked to the interface behavior. In this way, bonding mechanism experimentally observed can be simulated at macroscopic level. As there is no need to discretize the fibers or the interface, the resultant model is useful to simulate structural problems at the macroscopic level. A return mapping algorithm that simultaneously integrates the constitutive equations of the fibers and the interface is developed. The paper is completed with application examples and comparisons with experimental results of reinforced concrete elements that show the ability of the proposed model.

INTRODUCCION

El desempeño de estructuras de materiales compuestos está gobernado por diversos factores, siendo

uno de los más importantes el mecanismo de transferencia de tensiones entre las distintas faces de su material constitutivo [1]. Esta transferencia de tensiones se verifica en la interface entre matriz y fibras de refuerzo. A medida que las acciones aumentan, se incrementan las tensiones en la interface y con ellas, comienza a deteriorarse la misma, extendiéndose este daño paulatinamente al material próximo. Con la evolución de este proceso, la capacidad para transferir tensiones a través de la interface se ve seriamente afectada y se producen importantes deslizamientos de las fibras respecto de la matriz [2]-[3].

Los fenómenos que gobiernan los mecanismos de transferencia entre matriz y fibras, se producen a escala micromecánica. Se han realizado muchos ensayos experimentales con el objeto de entender dichos fenómenos [4]-[5]-[6] y un gran esfuerzo para describir los mismos a distintas escalas y poder predecirlos numéricamente. Sin embargo, la mayoría de los modelos propuestos no son adecuados para predecir comportamientos a escala macroestructural por el elevado costo computacional que ello supone. [7]- [8]-[9]-[10]-[11]-[12].

MODELO PROPUESTO

El modelo se formula en el marco de la teoría de mezclas modificada para tener en cuenta el deslizamiento de las fibras respecto a la matriz sin necesidad de discretizar la interface [1].

La Teoría de Mezclas Clásica [13] se basa en las siguientes hipótesis: (i) en cada volumen infinitesimal del compuesto participan el conjunto de sustancias componentes, (ii) cada componente contribuye en el comportamiento del compuesto en la misma proporción que su participación volumétrica, (iii) el volumen ocupado por cada componente es mucho menor que el volumen ocupado por el compuesto, (iv) todos los componentes poseen la misma deformación (ecuación de cierre o compatibilidad). Para pequeñas deformaciones, esta hipótesis se escribe como:

$$\varepsilon_{ij} = (\varepsilon_{ij})_1 = (\varepsilon_{ij})_2 = \dots = (\varepsilon_{ij})_n \quad (1)$$

donde ε_{ij} y $(\varepsilon_{ij})_n$ representan las deformaciones del conjunto y de la n-ésima componente del material.

Además, la energía libre por unidad de volumen del compuesto puede escribirse como [13]:

$$\Psi(\varepsilon_{ij}, p) = \sum_{c=1}^n k_c \Psi_c(\varepsilon_{ij}, p_c) \quad (2)$$

donde $\Psi_c(\varepsilon_{ij}, p_c)$ es la energía libre por unidad de volumen correspondiente a cada una de las n sustancias componentes, $k_c = \frac{dV_c}{dV}$ la fracción de volumen y p_c un conjunto de variables internas correspondiente a dicha componente.

La ecuación constitutiva secante puede obtenerse a partir de las relaciones de Coleman que garantizan el cumplimiento de la desigualdad de Clausius Duhem [14]:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi(\varepsilon_{kl}, p)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^n k_c \frac{\partial \Psi_c(\varepsilon_{kl}, p_c)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^n k_c (\sigma_{ij})_c \quad (3)$$

donde las tensiones en cada una de las componentes $(\sigma_{ij})_c$ se obtienen de las ecuaciones constitutivas correspondientes.

La hipótesis de compatibilidad de deformaciones permite simular un compuesto con gran simplicidad pero constituye una limitación muy importante para la teoría de mezclas. En particular el fenómeno de despegue de fibras da lugar a un desplazamiento relativo entre fibras y matriz que constituye una discontinuidad en el campo de desplazamientos y deformaciones en el interior del compuesto.

Para poder simular este fenómeno se introducen dos nuevas hipótesis que dan lugar a la *Teoría de Mezclas con Deslizamiento*: (i) la deformación de las fibras de refuerzo es igual a la deformación de la matriz menos la deformación de la interface entre fibra y matriz, ii) la interface sólo se deforma en el sentido longitudinal de la fibra.

Para el caso de un compuesto formado por matriz y fibras, la ecuación de compatibilidad de deformaciones (1) se reemplaza por:

$$(\epsilon_{ij})_f = (\epsilon_{ij})_m - \epsilon_{ij}^d = \epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^d \quad (4)$$

$$\epsilon_{ij}^d = a_{ik} a_{jl} \delta_{k1} \delta_{l1} \epsilon_d \quad (5)$$

donde a_{ij} es el tensor de rotación de la dirección local longitudinal de las fibras a la dirección de referencia global x , ϵ_d es la deformación de la interface en la dirección longitudinal de las fibras y los subíndices f , m e d hacen referencia a las fibras, matriz e interface respectivamente.

La ecuación (4) supone una disminución en el nivel de deformación de la fibra al producirse el despegue de la misma e implica una reducción del nivel tensional, tanto mayor, cuanto mayor sea la deformación de la interface. Dicha deformación depende del estado tensional y puede representarse, en un caso general, mediante un modelo elastoplástico, ya que se trata de una deformación irreversible que tiene lugar cuando se produce el deslizamiento de las fibras respecto a la matriz.

Para representar el comportamiento de las fibras se utiliza un modelo elastoplástico. Se supone que la deformación de las fibras puede descomponerse en una parte elástica ϵ_{ij}^e y otra plástica ϵ_{ij}^p :

$$(\epsilon_{ij})_f = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p = \epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^d \quad (6)$$

La ecuación constitutiva secante de las fibras se escribe:

$$(\sigma_{ij})_f = (C_{ijkl})_f \epsilon_{kl}^e = (C_{ijkl})_f [(\epsilon_{kl})_f - \epsilon_{kl}^p] = (C_{ijkl})_f [\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^p - \epsilon_{kl}^d] \quad (7)$$

Si se admite que el estado tensional de la interface puede obtenerse a partir del estado tensional de las fibras, es posible definir las siguientes reglas de flujo para la evolución de las deformaciones inelásticas de las fibras y de la interface:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda}_f \frac{\partial G_f}{\partial (\sigma_{ij})_f} \quad ; \quad \dot{\lambda}_f \begin{cases} \leq 0 & \text{si } F_f[(\sigma_{ij})_f, p_i] < 0 \\ > 0 & \text{para } F_f[(\sigma_{ij})_f, p_i] = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\dot{p}_i = \dot{\lambda}_f h_i^f$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^d = \dot{\lambda}_d \frac{\partial G_d}{\partial (\sigma_{ij})_f} \quad ; \quad \dot{\lambda}_d \begin{cases} = 0 & \text{si } F_d[(\sigma_{ij})_f, q_i] < 0 \\ > 0 & \text{para } F_d[(\sigma_{ij})_f, q_i] = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\dot{q}_i = \dot{\lambda}_d h_i^d$$

Donde G_f y G_d representan las funciones de potencial plástico; $\dot{\lambda}_f$ y $\dot{\lambda}_d$ los parámetros de consistencia; p_i y q_i conjuntos de variables internas y $F_f[(\sigma_{ij})_f, p_i] < 0$ y $F_d[(\sigma_{ij})_f, q_i] < 0$ las funciones umbrales de plasticidad de fibras e interface respectivamente. Las ecuaciones (7) a (9) permiten obtener el estado tensional de las fibras a partir de la deformación del compuesto como en la teoría de mezclas clásicas. Para ello es necesario admitir que en el conjunto fibra-interface se producen dos mecanismos disipativos: uno debido a la plastificación de las fibras mismas y otro debido a la plastificación de la interface (deslizamiento de las fibras). Asociados a estos dos mecanismos aparecen dos conjuntos de variables internas p_i y q_i .

INTEGRACION DE LA ECUACION CONSTITUTIVA

Conocido el incremento de deformación para un paso de carga n , la integración de la ecuación constitutiva se realiza por separado para la matriz y las fibras y luego se obtiene la tensión en el compuesto utilizando la ec. (3).

Para la integración de la ecuación constitutiva de las fibras se propone un algoritmo tipo retorno mapeado que permite la integración simultánea de las ecuaciones constitutivas de las fibras y de la interface. Para un paso de carga n , iteración k , se plantean las condiciones de consistencia plástica de las fibras e interface como una linealización alrededor de la iteración $k-1$:

$$F_f[(\sigma_{ij})_f, p_i]_k^n = (F_f)_{k-1}^n + \left(\frac{\partial F_f}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \right)_k^n \delta(\varepsilon_{ij}^p)_k + \left(\frac{\partial F_f}{\partial \varepsilon_{ij}^d} \right)_k^n \delta(\varepsilon_{ij}^d)_k + \left(\frac{\partial F_f}{\partial p_i} \right)_k^n \delta(p_i)_k = 0 \quad (10)$$

$$F_d[(\sigma_{ij})_f, q_i]_k^n = (F_d)_{k-1}^n + \left(\frac{\partial F_d}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \right)_k^n \delta(\varepsilon_{ij}^p)_k + \left(\frac{\partial F_d}{\partial \varepsilon_{ij}^d} \right)_k^n \delta(\varepsilon_{ij}^d)_k + \left(\frac{\partial F_d}{\partial q_i} \right)_k^n \delta(q_i)_k = 0 \quad (11)$$

Reemplazando las reglas de evolución definidas en ecs.(8) y (9) en las expresiones (10) y (11) se obtiene el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas a partir de las cuales se pueden obtener $(\delta\lambda_f)_k$ y $(\delta\lambda_d)_k$:

$$\begin{aligned} (F_f)_{k-1}^n - \left(\frac{\partial F_f}{\partial (\sigma_{ij})_f} \right)_k^n (C_{ijmn})_f (\delta \lambda_f)_k \left(\frac{\partial G_f}{\partial (\sigma_{mn})_f} \right)_k^n - \left(\frac{\partial F_f}{\partial (\sigma_{ij})_f} \right)_k^n (C_{ijmn})_f (\delta \lambda_d)_k \left(\frac{\partial G_d}{\partial (\sigma_{mn})_f} \right)_k^n + \\ + \left(\frac{\partial F_f}{\partial p_i} \right)_k^n (\delta \lambda_f)_k (h_i^f)_k = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} (F_d)_{k-1}^n - \left(\frac{\partial F_d}{\partial (\sigma_{ij})_f} \right)_k^n (C_{ijmn})_f (\delta \lambda_f)_k \left(\frac{\partial G_f}{\partial (\sigma_{mn})_f} \right)_k^n - \left(\frac{\partial F_d}{\partial (\sigma_{ij})_f} \right)_k^n (C_{ijmn})_f (\delta \lambda_d)_k \left(\frac{\partial G_d}{\partial (\sigma_{mn})_f} \right)_k^n + \\ + \left(\frac{\partial F_d}{\partial p_i} \right)_k^n (\delta \lambda_d)_k (h_i^d)_k = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Que permiten actualizar las variables del problema en forma iterativa:

$$(\epsilon_{ij}^p)_k = (\epsilon_{ij}^p)_{k-1} + (\delta \lambda_f)_k \left[\frac{\partial G_f}{\partial (\sigma_{ij})_f} \right]_{k-1} \quad (14)$$

$$(\epsilon_{ij}^d)_k = (\epsilon_{ij}^d)_{k-1} + (\delta \lambda_d)_k \left[\frac{\partial G_d}{\partial (\sigma_{ij})_f} \right]_{k-1} \quad (15)$$

$$((\sigma_{ij})_f)_k^n = (C_{ijkl})_f [(\epsilon_{ij})_k^n - (\epsilon_{ij}^p)_k - (\epsilon_{ij}^d)_k] \quad (16)$$

$$(p_i)_k = (p_i)_{k-1} + (\delta \lambda_f)_k (h_i^f)_k ; (q_i)_k = (q_i)_{k-1} + (\delta \lambda_d)_k (h_i^d)_k \quad (17)$$

EJEMPLOS DE APLICACION

Se presentan a continuación aplicaciones del modelo propuesto a la simulación del comportamiento de elementos de hormigón armado. Para el modelo constitutivo de la interface se adopta el Modelo de Cox y Herrman [2].

Ensayos de arrancamiento

En este ejemplo se comparan los resultados experimentales obtenidos por Malvar [5] en ensayos de arrancamiento de barras de acero ancladas en cilindros de hormigón con los que se obtienen con el modelo propuesto utilizando una discretización gruesa del problema. Los especímenes ensayados por Malvar eran de forma cilíndrica de 76.2 mm de diámetro y 101.6 mm de longitud de hormigón con una resistencia a rotura por compresión de 40.20 Mpa y 38.41 Mpa. En correspondencia con el eje longitudinal del cilindro se encontraba anclada una barra de acero nervurado tipo G60, #6 (ASTM A 615-89), aproximadamente 19.05 mm de diámetro, figura 1. Realizó cinco series con distintas cargas transversales de confinamiento.

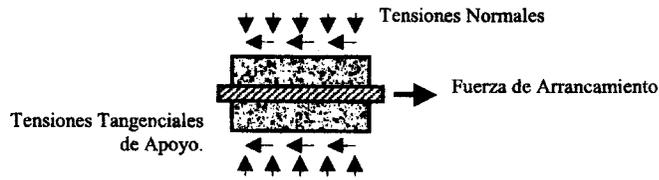


Figura 1. Esquema de los ensayos de Malvar

Se simuló estos ensayos con el modelo propuesto y las dos discretizaciones indicadas en Fig.2

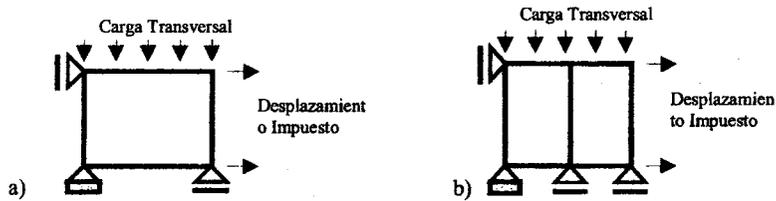


Figura 2. Discretización del ensayo. a) un elemento, b) dos elementos en serie

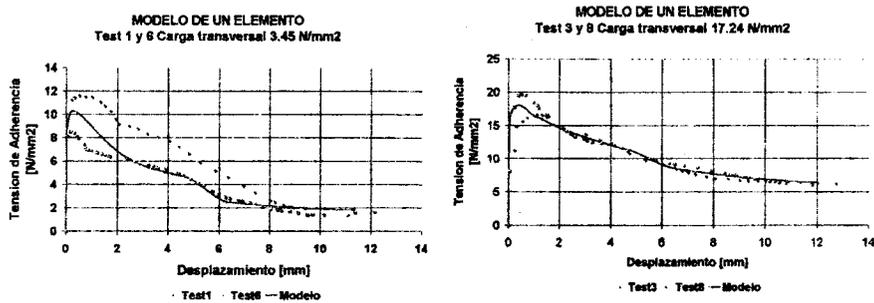


Figura 3. Curvas tensión de adherencia-desplazamiento

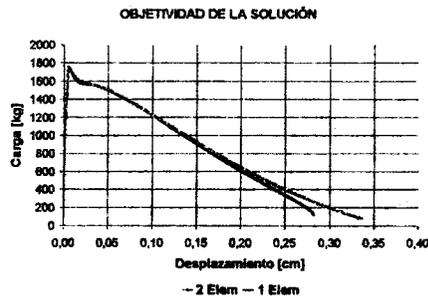


Figura 4. Objetividad de la solución

En las Figs.3 se muestran las curvas tensión de adherencia - desplazamiento obtenidas con el modelo

propuesto para dos niveles distintos de carga transversal, observándose una muy buena concordancia entre resultados numéricos y experimentales.

En la Fig.4 se muestra la coincidencia de las respuestas fuerza-desplazamiento obtenidas con las dos discretizaciones. Esto se logra introduciendo en la ecuación constitutiva de la interface una longitud característica que es función de la longitud del elemento en la dirección de la fibra

Viga en voladizo

En este ejemplo se predice el comportamiento de una viga empotrada en un extremo, solicitada por desplazamiento impuesto en el borde libre. Tiene una longitud de 1,60 m, con una sección transversal rectangular de 0,20x0,30 m de hormigón tipo H17 (CIRSOC 201), tensión rotura en compresión 16,57Mpa, reforzado con armadura superior e inferior simétrica de 2,26x10,4 m² de sección (2 barras de 12 mm de diámetro) de acero tipo ADN4250 (CIRSOC 201) tensión de fluencia 411,8 Mpa, ancladas una longitud de 0,20 m.

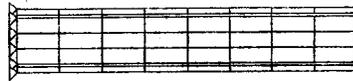


Figura 5. Discretización

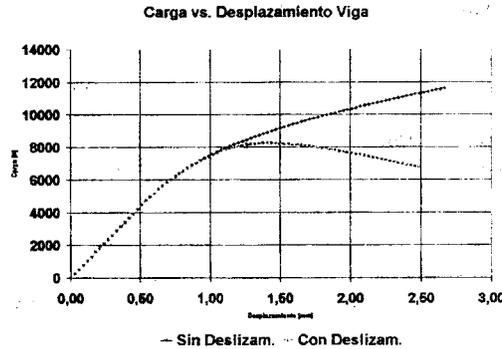


Fig.6 Curvas carga [N] - desplazamiento [mm]

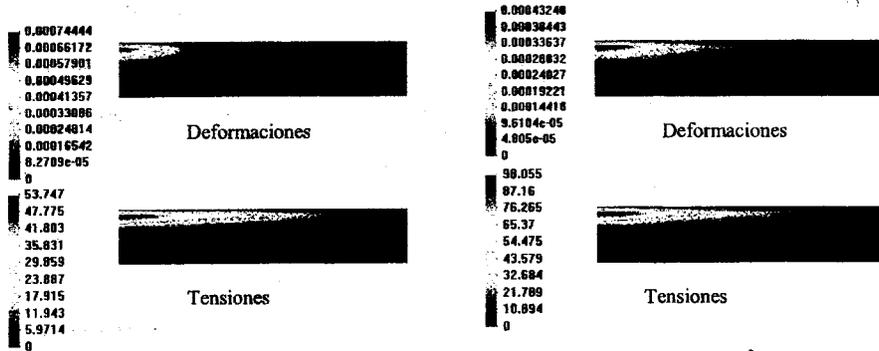


Figura 7. Deformaciones y Tensiones en el Compuesto [Kgf/cm²]. Modelo propuesto (izq) Sin deslizamiento (der)

El modelo se discretizó con 56 elementos de cuatro nodos (Fig.5). Para los elementos en correspondencia con las armaduras de refuerzo se utilizó un material compuesto (hormigón y acero) y el modelo propuesto.

En las Fig.6 y 7 se presentan las curvas carga - desplazamiento y las tensiones y deformaciones del

compuesto obtenidas con el modelo propuesto y con adherencia perfecta. Puede observarse la disminución de las tensiones y considerable pérdida de capacidad portante debidas al deslizamiento de la armadura.

CONCLUSIONES

Se ha presentado un modelo constitutivo para materiales compuestos con fibras largas que permite simular macroscópicamente el efecto del deslizamiento de las fibras respecto a la matriz. El modelo está basado en la teoría de mezclas y no requiere la discretización de las fibras ni de la interface. El deslizamiento entre fibras y matriz se considera a través de una deformación inelástica adicional que se introduce en el modelo constitutivo de las fibras. La implementación computacional del modelo propuesto es sencilla, similar a la de otros modelos multidisipativos. Los ejemplos de aplicación en elementos de hormigón armado muestran la capacidad del modelo para predecir el deslizamiento de las fibras sin necesidad de utilizar una discretización fina.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al CONICET y a la Universidad Nacional de Tucumán por el apoyo económico brindado para la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Car, E., "Modelo Constitutivo Continuo para el Estudio del Comportamiento Mecánico de los Materiales Compuestos". Tesis Doctoral, Depto de Resistencia de Materiales y Estructuras en la Ingeniería. Universidad Politécnica de Cataluña, España, 2000.
- [2] Cox, J. V. and Herrmann, L., "Development of a plasticity bond model for steel reinforcement", Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, Mech. Cohes.-Frict. Mater. 3, 1998, 155-180.
- [3] Campi, V., Eligehausen, R., Bertero, V. and Popov, E., "Analytical Model for Concrete Anchorages of Reinforcing Bars Under Generalized Excitations", Report No. UCB/EERC-82/23, Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, 1982.
- [4] Eligehausen, R., Bertero, V. and Popov, E. "Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars Under Generalized Excitations", Report No UCB/EERC 83-19, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California, October, 1983.
- [5] Malvar, L. J., "Bond of Reinforcement under controlled confinement", ACI Material Journal, Title no. 89(6), 1992, pags.593-601.
- [6] Gambarova, P. G., Rosati, G. P., and Zasso, B., "Steel-to-concrete bond after concrete splitting: test results", Mater. Struct., 22(127), 1989, pags. 35-47.
- [7] Soh, C., Chiew, S. P. and Dong, Y. X., "Damage Model for Concrete-Steel Interface", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol 125, No 8, 1999, pags. 979-983.
- [8] Ayoub, A. and Filippou, F. "Mixed Formulation of Bond-Slip Problems Under Cyclic Loads", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol 125, No 6, 1999 pags. 661-671.
- [9] Hild, F. Y Burr A., "Matrix Cracking and Debonding of Ceramic Matrix Composites". Int. J. Solids Structures, Vol.33, No.8, 1996, pags. 1209-1220
- [10] Owen, D. y Lynes J., "Investigation of Bond Failure in Fibre-Reinforced Materials by the Finite Element Method". Fibre Sci. Technol., 5, 1972, pags.129-141.
- [11] Agarwal, B.D. y Bansal, R.K., "Effect of an Interfacial Layer on the properties of Fibrous Composites: a Theoretical Analysis", Fibre Sci. Technol., 5, 1979, pags, 129-141.
- [12] Chaboche, J.L., Girard R., Schaff A., "Numerical Analysis of Composite Systems by Using Interphase/Interface Models", Comp. Mechanics 20, 1997, pags.3-11.
- [13] Truesdell, C. and Toupin, R., *The classical field theories*. Ed. by S.Flugge - Handbuch der Physik III/1 - Springer Verlag - Berlin, 1960.
- [14] J. Lubliner, On the Thermodynamic Foundations of Non-Linear Mechanics, Int. Journal Non Linear Mechanics, Vol.7, 1972, 237-254.