EXTENSIÓN DEL MÉTODO DE LA SUPERFICIE DE RESPUESTA A CALIBRACIÓN DE CÓDIGOS SISMORRESISTENTES

Oscar Möller

Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras (IMAE) Universidad Nacional de Rosario - Riobamba y Berutti, 2000 Rosario - Argentina e-mail: moller@fceia.unr.edu.ar

RESUMEN

El método de la superficie de respuesta se utiliza en la evaluación de la probabilidad de falla de estructuras con comportamiento no lineal bajo acciones dinámicas sísmicas, donde los métodos de simulación standard resultan impracticables.

Se presenta en este trabajo una extensión de dicho método a la calibración de códigos sismorresistentes con formato determinístico y factores parciales a optimizar para minimizar las diferencias con índices de confiabilidad objetivos preestablecidos para tres niveles de performance: operacional, control de vidas y colapso.

Se realiza una aplicación a estructuras tipo péndulo invertido ubicadas en la ciudad de Mendoza.

ABSTRACT

The response surface method is used for the evaluation of the failure probability of structures with nonlinear behavior under seismic actions, where standard simulation procedures are impracticable.

It is presented in this paper an extension of the response surface method applied for the calibration of seismic code with deterministic format and partial factors. These are optimized in order to minimize the differences with target reliability indices for three performance levels: operational, damage control and collapse.

An application is performed for inverted pendulum structures located in the city of Mendoza.

INTRODUCCIÓN

La "Ingeniería sísmica basada en la performance" [1] aparece como una respuesta a las grandes pérdidas económicas y de vidas humanas ocurridas en los últimos terremotos. Tiene por objetivo obtener diseños con comportamiento sísmico más predecible y cuantificable, para controlar el riesgo sísmico con un predeterminado nivel de aceptabilidad, minimizando el costo total durante la vida útil.

Se definen varios niveles de performance que son estados límites de daño, y niveles de terremotos de diseño con diferentes periodos de retorno. Luego, en función del tipo y destino de construcción, se seleccionan objetivos de performance que significan lograr un nivel de performance para cada nivel de terremoto de diseño.

Sin embargo se deben reconocer las incertidumbres presentes en las variables de demandas y capacidades. Entonces la cuantificación del comportamiento debe realizarse en términos probabilísticos, y luego evaluar la probabilidad de excedencia anual (probabilidad de falla) de cada nivel de performance establecido.

and the second secon

En general, en problemas de estructuras con comportamiento no lineal bajo acciones dinámicas, no existe una relación explícita entre las variables aleatorias básicas y los parámetros de respuesta. Luego la evaluación de la probabilidad de falla debe realizarse por simulación [2]. El método de Monte Carlo standard requiere de un enorme esfuerzo computacional, y entonces son utilizadas técnicas numéricas aproximadas como el método de la superficie de respuesta [3] [4] [5] [6] [7]. La verdadera respuesta, en general compleja e implícita, es aproximada por una función explícita en las variables básicas, definida con un número reducido de simulaciones (análisis dinámico no lineal), facilitando sustancialmente el cálculo de la probabilidad de falla.

Una discusión sobre distintas formas de superficies de respuesta fue presentada en [8], donde los mejores resultados se obtuvieron con una superficie cuadrática que cumple con requerimientos específicos de borde del problema, junto con un coeficiente de variación promedio para considerar su dispersión.

En este trabajo se presenta una extensión del método de la superficie de respuesta a la calibración de códigos sismorresistentes, con formato determinístico similar al reglamento INPRES-CIRSOC 103 y factores parciales a optimizar para minimizar las diferencias con índices de confiabilidad objetivos preestablecidos para tres niveles de performance: operacional, control de vidas y colapso.

Se realiza una aplicación a estructuras tipo péndulo invertido ubicadas en la ciudad de Mendoza. Se discuten distintas posibilidades de optimización de los factores parciales y se comparan resultados obtenidos con el actual INPRES-CIRSOC 103.

FORMATO DETERMINÍSTICO PROPUESTO

Este procedimiento abarca estructuras de hormigón armado sismorresistente que se puedan modelar como péndulo invertido, cuyo esquema general se muestra en la fig.1. Las acciones a considerar son el peso propio W, concentrado en la parte superior, y la acción sísmica.



Figura 1: Estructura tipo

Siguiendo el conocido método estático equivalente, implementado en los códigos de diseño de estructuras sismorresistentes, se proponen las siguientes ecuaciones determinísticas con coeficientes parciales a calibrar.

$$M_{y} = F_{k} H = \frac{\lambda_{S} S_{an}(T)}{R} W H$$
(1)

$$K = \omega^2 \ m = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \ m \quad \rightarrow \quad EI = \frac{K H^3}{3} \tag{2}$$

$$\phi_{u} = \mu_{\phi} \phi_{y} = \mu_{\phi} \frac{M_{y}}{EI} = \left[1 + \frac{\lambda_{R} \mu_{n} - 1}{\frac{3l_{p}}{H} \left(1 - \frac{l_{p}}{2H}\right)}\right] \frac{M_{y}}{EI}$$
(3)

donde M_y es el momento flector de fluencia de la sección inferior a la columna asociado a un esfuerzo normal constante igual al peso W. EI es la rigidez a flexión que representa el comportamiento elástico de la sección de la columna. ϕ_u es la curvatura última de la sección, μ_{ϕ} es la ductilidad de curvatura, ϕ_y es la curvatura de fluencia y I_p la longitud de rótula plástica equivalente. Conociendo la resistencia (M_y) , rigidez (EI) y curvatura última (ϕ_u) se puede dimensionar la sección y armaduras correspondientes. En la ec. (1) λ_S es un factor parcial que multiplica al valor especificado o nominal de la acción sísmica representada por el espectro de seudoaceleraciones $S_{an}(T)$ función del período de vibración T. Se adopta como valor nominal $S_{an}(T)$ el espectro de seudoaceleraciones del INPRES-CIRSOC 103, para una relación de amortiguamiento $\xi = 0.05$.

R es el factor de reducción para considerar el comportamiento no lineal de la estructura y se relaciona con la ductilidad global de traslación, para estructuras con periodo largo, mediante:

$$R = \mu \quad , \text{ con } \mu = \lambda_R \, \mu_n \tag{4}$$

donde μ es la ductilidad global de traslación, λ_R factor parcial y $\mu_n = 3$ ductilidad nominal adoptada por el código actual.

FUNCIONES DE FALLA

Las funciones de falla $G(\mathbf{X})$ que representan los niveles de performance, pueden expresarse en forma genérica, con:

$$G(\mathbf{X}) = RLIM - R(\mathbf{X}) \tag{5}$$

donde *RLIM* es el valor límite del parámetro de respuesta, y R(X) es la respuesta de la estructura función del conjunto de variables aleatorias básicas X_i con i = 1, N.

Los factores parciales $\lambda_S y \lambda_R$ serán calibrados para satisfacer los siguientes niveles de performance:

Operacional, comportamiento elástico

$$G_1(\mathbf{X}) = 1.00(1 + \delta_M R_N) - \frac{\phi_{max}(\mathbf{X})}{\phi_v}$$
(6)

Control de daños

$$G_2(\mathbf{X}) = 0.40(1 + \delta_M R_N) - DIES(\mathbf{X})$$
 (7)

Colapso

$$G_3(\mathbf{X}) = 1.00 \left(1 + \delta_M R_N\right) - DIES(\mathbf{X}) \tag{8}$$

donde $\phi_{max}(\mathbf{X}) / \phi_y$ es la relación entre la curvatura máxima alcanzada y la de fluencia que establece el límite del comportamiento elástico, *DIES*(**X**) es el índice de daño obtenido con la formulación de Park y Ang [9], δ_M es un coeficiente de variación que considera la incertidumbre del modelo en lo que respecta a la definición del estado límite, y R_N una variable normal standard.

La elección de la probabilidad de falla objetivo para cada estado límite dependerá de un análisis del riesgo sísmico, minimizando el costo total de la construcción durante su vida útil. A los efectos de ejemplificar la metodología aquí propuesta, se adoptan los siguientes índices de confiabilidad objetivo con las correspondientes probabilidades de excedencia anual:

$$\beta_{10} = 2.00 \qquad \beta_{20} = 2.50 \qquad \beta_{30} = 3.00$$

$$Pf_{10} = 2.275 \ 10^{-2} \qquad Pf_{20} = 6.210 \ 10^{-3} \qquad Pf_{30} = 1.350 \ 10^{-3} \qquad (10)$$

SUPERFICIES DE RESPUESTA ESTRUCTURAL

La evaluación de la probabilidad de excedencia anual de los niveles de performance, ó estados límites, definidos en (6) a (8), se realiza mediante la utilización del método de la superficie de respuesta, donde la verdadera respuesta $R(\mathbf{X})$ es aproximada por la superficie $F(\mathbf{X})$:

$$F(\mathbf{X}) = F(\mathbf{X}) + COVRS \ \overline{F}(\mathbf{X}) R_N \tag{11}$$

$$\overline{F}(\mathbf{X}) = a_G \left(a + \sum_{i=2}^N b_i X_i + \sum_{i=2}^N c_i X_i^2 \right) + a_G^2 \left(a^* + \sum_{i=2}^N b_i^* X_i + \sum_{i=2}^N c_i^* X_i^2 \right)$$
(12)

con

ENIEF-XII Congreso de Métodos Numéricos y sus Aplicaciones

$$COVRS = \sqrt{\frac{1}{N_E - 1} \sum_{j=1}^{N_E} \left(\frac{R(\mathbf{I}_j) - \overline{f}(\mathbf{I}_j)}{\overline{F}(\mathbf{x}_j)}\right)^2}$$
(13)

(14)

donde $\overline{F}(\mathbf{X})$ es la superficie de respuesta media que cumple condiciones de borde para $a_G = 0$, y COVRS es el coeficiente de variación promedio que considera la dispersión producida por las diferentes secuencias de ángulos de fase en la generación de los acelerogramas y también por el proceso de ajuste de la superficie media por mínimos cuadrados [8]. N_E es el número total de evaluaciones, con análisis dinámico no lineal, de la verdadera respuesta $R(\mathbf{X})$.

Las variables aleatorias X_i , i = 1, N consideradas en la superficie de respuesta son:

- X(1) $(1.0 + X(2)) = a_G$: aceleración pico del suelo
- $X(3) = f_o$: frecuencia central del filtro del suelo
- $X(4) = M_v$: momento de fluencia de la sección

 $X(5) = \phi_{u}$: curvatura última

X(6) = EI : rigidez a flexión de la sección

Se generan las superficies de respuesta $\phi_{max}(\mathbf{X}) / \phi_r$ y *DIES*(**X**) para utilizarlas en las funciones de falla (6) a (8), cubriendo todo el rango de las variables que definen el campo de aplicación de las ecuaciones propuestas (1) a (3). Los rangos utilizados son: $a_G (cm/s^2)$: de 100 a 1200; $f_g (Hz)$: de 1.75 a 3.25; resistencia M_r (*KNm*) : de 500 a 30000; ductilidad de curvatura μ_{ϕ} : de 5 a 30; periodo de vibración T(seg) : de 0.2 a 2.0; peso W (*KN*) : de 500 a 2000; altura H(m) : de 6.00 a 18.00. A partir de *T*, *W* y *H* se calcula *EI* con (2) y ϕ_r con (3).

En la fig.2 se representan las superficies $\phi_{max}(X) / \phi_y$ y DIES(X) en función de la aceleración pico del suelo para distintos valores de la resistencia M_y . La dispersión de los resultados es importante, COVRS es 0.6629 y 0.7879 respectivamente, pero de todas manera será tenida en cuenta para calcular la probabilidad de falla.



Figura 2: Superficies de respuesta media

SUPERFICIES DE ÍNDICES DE CONFIABILIDAD

Se calculan los índices de confiabilidad β_1 , β_2 y β_3 correspondientes a las funciones de falla $G_1(\mathbf{X})$, $G_2(\mathbf{X})$ y $G_3(\mathbf{X})$ definidas con (6) a (8), utilizando las superfícies de respuesta estructural, resultando para cada caso:

$$G_{k}(\mathbf{X}) = \overline{RLIM}_{k} - (\overline{F}_{k}(\mathbf{X}) + COVRS_{k} \ \overline{F}_{k}(\mathbf{X}) X_{N+1}) + COVRL_{k} \ \overline{RLIM}_{k} X_{N+2}$$
(15)

Las variables aleatorias X en (15) se relacionan con las variables de diseño de la siguiente manera: $a_G = X(1)(1.0 + \delta_{a_G} X(2));$ $f_g = X(3);$ $M_y = \overline{M}_y(1 + \delta_{M_y} X(4));$ $\phi_u = \overline{\phi}_u(1 + \delta_{\phi_u} X(5));$ $EI = \overline{EI}(1 + \delta_{EI} X(6));$ $X(7) = X_{N+1};$ $X(8) = X_{N+2}.$ X(1) es lognormal (94 cm/s², 130 cm/s²), X(3) es normal (2.5 Hz, 0.375 Hz). Las restantes variables son normales (0, 1). Los coeficientes de variación

354

son: $\delta_{a_G} = 0.25$, $\delta_{M_y} = 0.10$, $\delta_{\phi_H} = 0.15$, $\delta_{EI} = 0.10$. Los valores numéricos de las variables de la acción sísmica corresponden a los datos de la Microzonificación Sísmica para la Ciudad de Mendoza [10].

Con X(1) a X(6) se calculan a_G, f_g, M_y, ϕ_u , El que son las variables de las superficies de respuesta $\overline{F}_k(\mathbf{X})$ definidas en (14). Luego con X(7) y X(8) se computa $G_k(\mathbf{X})$. Aplicando FORM (first order reliability method) [2] se calcula el índice de confiabilidad β_{kG} para cada estado límite, si ocurre un evento, y su correspondiente probabilidad de falla P_{fkE} . Considerando la ocurrencia de terremotos como un proceso de Poisson con frecuencia anual v = 0.2 para la ciudad de Mendoza, se calcula la probabilidad de falla anual de cada nivel de performance analizado, y el índice de confiabilidad:

$$Pf_k(1aho) = 1 - \exp[-\nu Pf_{k_E} 1] \rightarrow \beta_k = -\Phi^{-1}(Pf_k)$$
(16)

Para cada combinación de $\overline{M}_y, \overline{\phi}_u, \overline{EI}$ que caracterizan una estructura en particular, y con los datos de la acción sísmica para la ciudad de Mendoza, se calcular los índices de confiabilidad β_k . Este análisis se repite para otras combinaciones, cubriendo todo el rango de las variables.

Los rangos de las variables utilizadas son: $\overline{M}_y(KNm)$: de 1000 a 28000; $\overline{\mu}_{\phi}$: de 8 a 26; \overline{T} (seg): de 0.25 a 1.80; \overline{W} (KN): de 600 a 1800; \overline{H} (m): de 8.00 a 16.00. Con $\overline{T}, \overline{W}, \overline{H}$ se calcula la rigidez \overline{EI} (2). Con $\overline{\mu}_{\phi}, \overline{M}_y, \overline{EI}$ se calcula ϕ_u (3).

De esta manera el índice de confiabilidad para cada estado límite resulta una función de los valores medios de las variables de diseño.

$$\beta_{k} = \beta_{k}(\overline{W}, \overline{M}_{y}, \overline{\mu}_{\phi}, \overline{T}, \overline{H})$$
(17)

Para facilitar el proceso de optimización y cálculo de los factores parciales, se propone ahora representar (17) con una función cuadrática explícita en los valores medios de las variables $\mathbf{X} = \{\overline{W}, \overline{M}_y, \overline{\mu}_{\phi}, \overline{T}, \overline{H}\}$, utilizando los mismos conceptos de superficie de respuesta.

$$\beta_{k}(\mathbf{X}) = (a_{k} + \sum_{i=2}^{5} b_{i_{k}} X_{i} + \sum_{i=2}^{5} c_{i_{k}} X_{i}^{2}) + \frac{1}{W} (a_{k}^{*} + \sum_{i=2}^{5} b_{i_{k}}^{*} X_{i} + \sum_{i=2}^{5} c_{i_{k}}^{*} X_{i}^{2})$$
(18)

Para $\overline{W} \to 0$, estructura sin masa, y el efecto de la acción sísmica es nula. Luego $\beta_k \to \infty \checkmark$ Para $\overline{W} \to \infty$, el período $T \to \infty$, y la respuesta es función del desplazamiento del suelo y no de la aceleración que genera la fuerza sísmica. Luego $\beta_k \to cte$ independiente de \overline{W} , reproducido por el primer término de (18) \checkmark .

Con los resultados para cada β_k se calculan los coeficientes de (18) mediante ajuste por mínimos cuadrados. La dispersión media calculada como un coeficiente de variación promedio con una expresión análoga a (13) resulta: $COV\beta_1 = 0.05167$; $COV\beta_2 = 0.28662$; $COV\beta_3 = 0.04966$.

En la fig.3 se representan β_1 , β_2 y β_3 en función de \overline{W} para distintos valores de resistencia \overline{M}_y y en función del período \overline{T} también para diferentes valores de \overline{M}_y .

PROCESO DE OPTIMIZACIÓN: CÁLCULO DE FACTORES PARCIALES

Factores parciales función de \overline{T}

El funcional a minimizar es:

$$\Psi = \sum_{\overline{W}} \sum_{H} \left[(\beta_{10} - \beta_1(\mathbf{X}))^2 + (\beta_{20} - \beta_2(\mathbf{X}))^2 + (\beta_{30} - \beta_3(\mathbf{X}))^2 \right]$$
(19)

donde β_{10} , β_{20} y β_{30} son los valores objetivos para cada estado límite, y β_1 (X), β_2 (X) y β_3 (X) se

calculan con las superficies de indices de confiabilidad (18). Si se conocen $\overline{W}, \overline{H}, \overline{T}$ se pueden calcular $\overline{M}_y, \overline{\mu}_\phi$ con (1) y (3) como función de λ_s y λ_R . Resulta entonces el funcional ψ (19) función de los factores λ_s y λ_R .



Figura 3: Superficies de índices de confiabilidad

Luego con

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_S} = 0 \quad , \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_R} = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda_S, \lambda_R \tag{20}$$

Las ecuaciones en (20) son no lineales y la búsqueda del valor mínimo del funcional se realiza con un método quasi-Newton [11]. De todas maneras el trabajo es simplificado sustancialmente porque ψ es una función explícita en las variables X que contienen a $\lambda_S y \lambda_R$.

Se consideran los siguientes rangos de valores: $\overline{W}(KN)$: de 600 a 1800; $\overline{H}(m)$: de 8.00 a 16.00.

Resultan factores parciales función del periodo $\lambda_S(\overline{T})$ y $\lambda_R(\overline{T})$ que se muestran en la fig.4.

Factores parciales constantes

Se pretende encontrar valores de los factores parciales que sean independientes de las variables $\overline{W}, \overline{H}, \overline{T}$ para simplificar aún más el cálculo con el formato determinístico propuesto. Luego el funcional a minimizar resulta:

$$\Psi = \sum_{T} \sum_{W} \sum_{H} \left[(\beta_{10} - \beta_1(\mathbf{X}))^2 + (\beta_{20} - \beta_2(\mathbf{X}))^2 + (\beta_{30} - \beta_3(\mathbf{X}))^2 \right]$$
(21)

El rango de valores del período \overline{T} (seg): de 0.20 a 1.80. Los resultados se representan en la fig.4 con valores constantes y son: $\lambda_S = 2.389$, $\lambda_R = 1.048$.

Se observan diferencias importantes con respecto a $\lambda_S(\overline{T})$ y $\lambda_R(\overline{T})$ especialmente para los períodos bajos, mostrando la necesidad de trabajar con factores parciales dependientes del periodo. Además, los valores numéricos están señalando diferencias entre el espectro de seudoaceleraciones nominal del código y el correspondiente a la sismicidad de la ciudad de Mendoza. De todas maneras estos valores constantes aparecen en la fig.4 como promedio ponderado de todos los casos analizados, indicando un

correcto funcionamiento del proceso de optimización.



Figura 4: Factores parciales $\lambda_S \neq \lambda_R$

Verificaciones y análisis con el Reglamento INPRES - CIRSOC 103

Como verificación del procedimiento propuesto se presentan en la tabla I los resultados de índices de confiabilidad obtenidos con FORM para $\overline{W} = 1200 \text{ KN}$, $\overline{H} = 12.00 \text{ m}$, $\overline{T} = 0.60 \text{ seg}$, calculando \overline{M}_y , $\overline{\mu}_\phi$ con las ecuaciones determinísticas (1) a (3) y factores parciales con las distintas variantes consideradas. También se evalúan los índices de confiabilidad, asociados a los niveles de performance analizados, que resultan de aplicar el código vigente. Para este caso se utiliza $\lambda_S = \lambda_R = 1.00$.

Variante	λ_s	λ_R	₩ _y (KNm)	$\overline{\mu}_{\phi}$	β ₁ (FORM)	β ₂ (FORM)	β ₃ (FORM)
$\lambda_S(\overline{T}), \ \lambda_R(\overline{T})$	2.071	1.145	9119	19.5	2.339	2.132	2.852
λ_S , λ_R constantes	2.389	1.048	11498	17.3	2.443	2.323	3.074
INPRES – CIRSOC 103	1.00	1.00	5040	16.2	2.167	1.849	2.487

Tabla I: Índices de confiabilidad calculados para $\overline{W} = 1200 \text{ KN}$, $\overline{H} = 12.00 \text{ m}$, $\overline{T} = 0.60 \text{ seg.}$

Se observan las diferencias ya mencionadas entre los resultados con factores parciales dependientes del periodo y con valores constantes. La aproximación a los valores objetivos es aceptable pero no es perfecta. Eso no depende de la metodología sino de cómo se interrelacionan las variables de diseño en las superficies de respuesta consideradas en los estados límites que se han definido, y en la cantidad de factores parciales. La resistencia M_y requerida por el código es sensiblemente menor, y consecuentemente los valores de β obtenidos son inferiores a los objetivos fijados.

CONCLUSIONES

• Se propone un proceso de calibración para códigos de estructuras sismorresistentes, con aplicación a estructuras tipo péndulo invertido. Se define un formato de diseño determinístico siguiendo el conocido método estático equivalente, donde se incorporan dos factores parciales: uno relacionado con el espectro de seudoaceleraciones $S_a(T) = \lambda_s S_{an}(T)$ y otro con la ductilidad global $\mu = \lambda_R \mu_n$.

 Siguiendo los lineamientos de la "ingeniería sísmica basada en la performance" se definen los niveles de performance con las correspondientes funciones de falla y los valores objetivo de la probabilidad de excedencia anual para cada uno de ellos. Se trabaja con tres niveles: Operacional (comportamiento elástico), Control de daños y Colapso.

• Con simulación dinámica no lineal se construyen las superficies de respuesta estructural $\phi_{max}(\mathbf{X})/\phi_y$ y DIES(X). Se utiliza el método de la superficie de respuesta para evaluar la probabilidad de excedencia anual de los niveles de performance analizados. Con estos resultados se construyen superficies de índices de confiabilidad con funciones cuadráticas explícitas en las variables de diseño. Esta propuesta es una extensión del concepto de superficie de respuesta, y cumple con "condiciones de borde" para $\overline{W} \to 0 \text{ y } \overline{W} \to \infty$.

 En las variables de diseño que definen las superficies de índices de confiabilidad están presentes los factores parciales. Mediante un proceso de minimización del cuadrado de la diferencia con los índices de confiabilidad objetivo, se optimizan los factores parciales.

 Se pone en evidencia la gran ventaja de la utilización de las superficies de índices de confiabilidad. porque el funcional a minimizar resulta función explícita de los factores parciales y entonces el proceso iterativo de optimización no lineal se realiza sin dificultad, cuando es necesario recalcular los índices β_k en cada iteración. Se evita así el gran inconveniente de rediseñar las estructuras con los nuevos factores parciales en cada iteración.

 Los resultados de los análisis numéricos realizados muestran que los factores parciales función del período, es decir $\lambda_S(\bar{T})$ y $\lambda_R(\bar{T})$ constituyen la mejor opción para aplicar en las ecuaciones de diseño determinístico, y obtener índices de confiabilidad suficientemente constantes dentro del rango de las variables estudiadas.

 La aproximación a los valores objetivo es aceptable pero no perfecta, debido a la interrelación de las variables de diseño en las diferentes funciones de falla y al número de factores parciales. Estructuras de este tipo, ubicadas en la ciudad de Mendoza, diseñadas con el código actual, presentan índices de confiabilidad variables con el período y sensiblemente inferiores a los valores objetivo fijados.

REFERENCIAS

[1] SEAOC (1995). Vision 2000. "Performance based seismic engineering of buildings". Structural Engineers Association of California, Sacramento, California, U.S.A.

[2] Melchers, R.E. (1987). Structural Reliability: Analysis and Prediction - Ed. Ellis Horwood Limited -Halsted Press: a division of John Wiley & Sons.

[3] Wong, F.S. (1984). "Uncertainties in dynamic soil-structure interaction". Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.110, pp.308-324.

[4] Wong, F.S. (1985). "Slope reliability and response surface method". Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.111, pp.32-53.

[5] Bucher, C.G., Bourgund, U. (1990). "A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems". Structural Safety, Vol.7, Nº 1, pp.57-66.

[6] Bucher, C.G., Chen, Y.M., Schüeller, G.I. (1989). "Time variant reliability analysis utilizing response surface approach". Reliability and Optimization of Structural Systems'88, P. Thoft Christensen ed. (Lecture Notes in Engineering 48), Springer Verlag, Berlin, pp.1-14.

[7] Faravelli, L. (1989). "Response surface approach for reliability analysis". Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.115, pp.2763-2781.

[8] Möller, O. (2000). "Superficies de respuesta para cálculo de la probabilidad de falla de estructuras sismorresistentes". Mecánica Computacional Vol. XIX, pág. 299-304, AMCA.

[9] Park, Y.J., Ang. A.H-S (1985). "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete". Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.111 (ST4), pp.722-739.

[10] INPRES (1995). "Microzonificación Sísmica del Gran Mendoza". Instituto Nacional de Prevención Sísmica, Publicación Técnica Nº 19.

[11] Fletcher, R. (1972). "FORTRAN subroutines for minimization by Quasi-Newton methods". Harxell, England: Research Group Report 7125, Theoretical Physics Division, Atomic Energy Research Establishment.