

ANÁLISIS DINAMICO CONSIDERANDO INTERACCIÓN SUELO -ESTRUCTURA

Norma L. Ercoli, Javier I. Ezeberry
Departamento de Estructuras, Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires,
Av. Del Valle 5737, 7400 Olavarría, Argentina
e-mail: nercoli@fio.unicen.edu.ar

RESUMEN

En el presente trabajo se analiza el comportamiento de estructuras de fundación con la consideración de la Interacción Suelo-Estructura. Para ello se estudia el comportamiento de una fundación circular rígida apoyada en la superficie de un semiespacio elástico, isotrópico y homogéneo, sujeta a la acción de una carga armónica vertical, la cual actúa en el eje de simetría de la fundación. Se obtiene el desplazamiento vertical de la base en la interfase suelo - fundación, con la adopción de dos criterios para la condición de radiación de energía: el de contornos alejados y el de contornos transmisores.

ABSTRACT

In this work the behavior of Structures is analyzed considering the Interaction Soil - Structures. For this is studied the behavior of a rigid circular foundation supported in the surface of an elastic semi-space, isotropic and homogeneous, submitted to the action of a vertical harmonic load, which acts in the axis of symmetry of the foundation. It is obtained the vertical displacement from the base in the interface soil-foundation, with the two criteria adoption for the condition from radiation energy: the removed contours and the transmitting contours.

INTRODUCCION

El tratamiento del fenómeno de propagación de ondas con la consideración de un medio semi-infinito elástico, isótropo y homogéneo presenta dos ventajas principales:

- La radiación de energía desde la zona de excitación a un campo lejano es descripta adecuadamente con esta suposición.
- El concepto de infinito es matemáticamente conveniente cuando el propósito es encontrar soluciones analíticas para sistemas homogéneos simples.

El *modelo del semiespacio* (fig. 1) fue desarrollado por E. Reissner ^[4], permitiendo obtener desplazamientos estacionarios en la superficie de un semiespacio elástico, isotrópico y homogéneo para cualquier distribución de carga axilsimétrica, en el dominio de la frecuencia, siendo posible calcular la respuesta de una fundación rígida en interacción con el suelo aún en el rango de frecuencias bajas. Afortunadamente, este rango incluye las frecuencias de operación de la mayoría de las máquinas y por lo tanto estas soluciones son muy utilizadas en una importante cantidad de casos prácticos.

El modelo del semiespacio difiere de los más clásicos sistemas dinámicos debido a que sus dimensiones son infinitas. Esta peculiaridad geométrica causa una aparente pérdida de energía por la propagación de la onda en el semiespacio (*amortiguamiento geométrico*). Se puede demostrar que el efecto de la pérdida de energía es asimilable a un amortiguador en el modelo del oscilador simple

amortiguado. Esta observación ha llevado a la adopción de una analogía simplificada resorte – amortiguador (fig. 2) para realizar los cálculos prácticos.

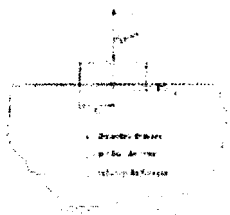


Fig 1: Modelo del semiespacio



Fig.2: Analogía masa – resorte – amortiguador

En el desarrollo de este trabajo se propone estudiar el comportamiento dinámico de una fundación circular con una relación altura/radio de 1/3, descansando en la superficie de un *semiespacio elástico, isotrópico y homogéneo* (fig-1), la cual es solicitada por una excitación armónica actuando en el baricentro de la superficie superior con el objetivo de obtener el desplazamiento vertical en el baricentro de la superficie inferior.

Para la formulación y resolución de los modelos se emplea software con utilización del Método de los Elementos Finitos.

El análisis paramétrico se efectúa a partir de la variación de los parámetros involucrados: frecuencia de excitación, G módulo de corte, y μ módulo de Poisson, verificando la influencia en la respuesta del modelo.

ECUACIONES DE MOVIMIENTO GOBERNANTES DEL PROBLEMA

Para las formas geométricas complicadas encontradas en la práctica de ingeniería de fundaciones, en muchos casos no es posible encontrar soluciones en forma analítica, por lo cual es necesario recurrir para su resolución matemática a métodos numéricos tales como las diferencias finitas, el método de los elementos finitos o modelos de masas discretas. Con estos métodos sólo un número finito de puntos nodales puede ser considerado, por lo que no pueden ser aplicados directamente a un sistema infinito.

La ecuación de movimiento de la dinámica para un sistema de N grados de libertad es

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{P\} \quad (1)$$

Donde $\{u\}$ es el vector desplazamiento y $\{P\}$ es el vector de la fuerza excitadora.

La matriz de masa $[M]$ es diagonal si todas las masas están concentradas en los puntos nodales. La matriz de rigidez es idéntica a la matriz de rigidez estática para el caso donde todos los puntos nodales están libres y puede ser determinada por métodos estándar. La deformación lineal de un elemento rectangular es utilizada. La matriz de amortiguamiento $[C]$ es una matriz diagonal conteniendo coeficientes discretos para los amortiguadores en el borde viscoso.

La solución en el estado estacionario del problema puede ser encontrada por el método de respuesta compleja. El vector de fuerza es

$$\{P\} = \{P_0\}e^{i\omega t} \quad (2)$$

Donde $\{P_0\}$ es un vector constante y la respuesta del sistema es:

$$\{u\} = \{U\}e^{i\omega t} \quad (3)$$

$$\{\dot{u}\} = i\omega\{U\}e^{i\omega t} \quad (4)$$

$$\{\ddot{u}\} = -\omega^2 \{U\} e^{i\omega t} \quad (5)$$

En donde $\{U\}$ es un vector desplazamiento de constante compleja. Por sustitución de (2), (3), (4) y (5) en (1), la ecuación de movimiento resulta independiente del tiempo y toma la forma

$$[S]\{U\} = \{P_0\} \quad (6)$$

En la cual $[S]$ es una matriz de rigidez compleja modificada definida por

$$[S] = [K] + i\omega[C] - \omega^2[M] \quad (7)$$

que recibe la denominación de *Matriz de Rigidez Dinámica* del sistema.

La ecuación (6) constituye un sistema de ecuaciones lineales de variables complejas y puede ser resuelta para los desplazamientos complejos desconocidos $\{u\}$ por cualquiera de los métodos estándar.

IMPLEMENTACION DEL MODELO MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS

Un factor de importancia para la resolución de los modelos por MEF es la selección adecuada de la malla de elementos finitos que se utiliza. Se adopta el criterio dado por Segol^[5], donde la dimensión mínima del elemento finito en la dirección de propagación debe ser menor a 1/12 de la longitud de onda mínima, en la zona cercana a la superficie y esta relación puede aumentar gradualmente a medida que se aleja de la superficie (aumenta la profundidad)

El elemento finito que se utiliza para representar el problema de esta fundación en estudio, es el *elemento plano axilsimétrico*, disponible en la biblioteca de elementos del software utilizado^[8]. En la fig. 4, se puede observar el modelo de elementos finitos, el cual representa una sección equivalente a un radián de "espesor", que gira alrededor del eje vertical (eje z) a lo largo de toda la circunferencia.

En este trabajo se utiliza para la obtención de la respuesta del sistema en análisis la técnica de Integración Directa, previa utilización del método de superposición modal, el cual presentó problemas para la obtención de resultados. Existen varios criterios para la selección del paso de tiempo, adoptando para este trabajo el establecido por Borja y Wu^{[1] y [2]}, que establece el paso de tiempo relacionado con el período de la excitación $\Delta t = T/16$, para una duración del evento de $t/6 = T$.

CONTORNO TRANSMISOR

Considerando un borde convexo imaginario que encierre a toda la fuente de perturbación y toda característica de geometría irregular. La propagación de energía ocurrirá solo desde el interior a la zona exterior. La energía debe ser absorbida o lo que es lo mismo no reflejada por el borde.

Esta observación conduce directamente a la premisa de determinar la respuesta de la región interior desde un modelo finito consistente de la región interior sujeta a condiciones de borde las cuales aseguren que la energía que arriba al borde sea absorbida. Lysmer y Kuhlemeyer^[3], a través de sus investigaciones han obtenido distintas posibilidades para expresar esta condición de borde en forma analítica, resultando como más óptimas las expresiones siguientes para las condiciones de borde :

$$\sigma = \rho V_p \dot{w} \quad (8)$$

$$\tau = \rho V_s \dot{u} \quad (9)$$

Donde σ es la tensión normal, τ la tensión de corte, w , u son las velocidades normal y tangencial respectivamente; ρ es la densidad de masa, V_s = la velocidad de la onda S, V_p = la velocidad de la onda P. La condición de borde propuesta puede ser interpretada como si en el borde convexo existieran *amortiguadores infinitesimales (Dashpots)* orientados en forma normal y tangencial al

borde. Basados en consideraciones energéticas los autores concluyeron que dicho borde viscoso es 98.5% efectivo en la absorción de ondas - P incidentes y 95% efectivo en la absorción de ondas S.

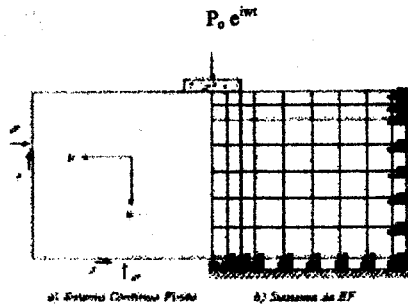


Fig. 3

Debido a que las características de absorción son independientes de la frecuencia, el borde definido por la ecuación 6-1 y 6-2 es denominado como *borde viscoso estándar*.

La velocidad de la onda S, es V_s

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (10)$$

La velocidad de la onda P, V_p .

$$V_p = \frac{1}{s} V_s \quad (11)$$

En la ecuación previa G es el módulo de corte y s es una constante elástica definida por

$$s^2 = \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \quad (12)$$

La modelización de este contorno presenta algunas particularidades, debido a que las condiciones de borde (fig. 3a) corresponden a un modelo continuo. En el caso de la utilización de modelos discretos de elementos finitos (fig. 3b) es necesario realizar algunas modificaciones. Esto se debe a que la modelización del contorno con elementos finitos *dashpot* sin rigidez presentaron problemas de inestabilidad numérica. Por esta razón el contorno transmisor utilizado en este trabajo fue una combinación de resortes y amortiguadores. Esto es posible con la utilización del elemento *truss*.

Si denominamos A al área de influencia de cada nodo, los coeficientes del amortiguador son $\rho V_p A$ (dirección perpendicular) y $\rho V_s A$ (dirección tangencial) lo que hace que en el borde del fondo el coeficiente del amortiguador vertical sea $\rho V_p A$ y el del amortiguador horizontal sea $\rho V_s A$. Para el borde lateral se invierten los coeficientes.

El valor del coeficiente de rigidez lineal del resorte, no está definido en el trabajo de Lysmer y Khulemeyer, quienes proponen un amortiguador infinitesimal, para solucionarlo se utiliza el contorno empleado por Wolf y Song^[6] en el método del amortiguamiento solvente, donde se introduce el amortiguamiento del sistema por medio de amortiguadores externos, los cuales son proporcionales a la masa. La ecuación de movimiento es modificada, únicamente en los nodos del borde exterior, siendo su formulación:

$$[M]\{\ddot{u}\} + 2\xi[M]\{\dot{u}\} + ([K] + \xi^2[M])\{u\} = \{P\} \quad (13)$$

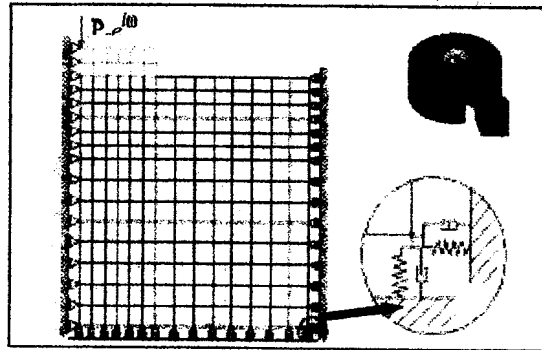


Fig. 4: Modelo de elementos finitos: Contorno transmisor

Partiendo de esta expresión, los autores proponen un contorno compuesto de amortiguadores con los coeficientes citados anteriormente y coeficientes de rigidez (por unidad de área) dados por $\xi \rho V_p$ en la dirección perpendicular y $\xi \rho V_s$ en la dirección tangencial, con $[\xi] = 1/\text{seg}$.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Este análisis se desarrolla a partir de los resultados obtenidos para el comportamiento de una fundación circular de hormigón armado, cuya relación altura/radio es de 1/3, con un radio de 3 m, excitada verticalmente por una carga armónica de 10000 N, la cual actúa en el eje de simetría, con variación de la frecuencia y del módulo de corte dinámico (G) será estudiada.

Como valor de referencia, para comparar los resultados obtenidos con el uso del *Contorno Transmisor*, se utiliza los modelos de *Contornos Alejados*. Por lo tanto primeramente se estudia la convergencia de distintos modelos de elementos finitos con distintas dimensiones, normalizando la respuesta con el valor teórico dado por Wolf. La fig. 5 presenta los resultados obtenidos con distintos modelos los cuales sucesivamente involucran porciones de suelo mayores comenzando con un rectángulo de radio 6m y profundidad de 3m por debajo de la base hasta alcanzar una profundidad de 108 m (36 veces el radio de la fundación) y un radio semejante, observando que los resultados convergen a partir del modelo 72x72 (72 m). El modelo seleccionado para el análisis de resultados corresponde al de 90x90 (30 veces el radio de la fundación). Los resultados obtenidos son normalizados con el valor teórico, dado por Wolf^[7] para el problema de vibraciones verticales en fundaciones circulares rígidas, fig. 5.

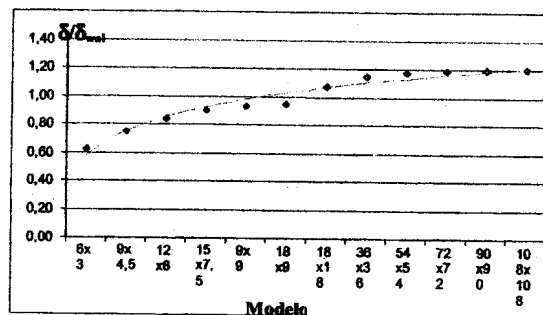


Fig. 5: Modelos de Contornos Alejados - Estudio de convergencia.

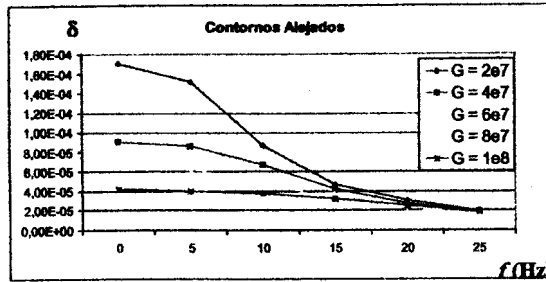


Fig. 6: Desplazamiento Vertical - Contornos Alejados

La fig. 6 presenta los resultados obtenidos (desplazamiento vertical) con el modelo 90x90, para los distintos valores de la frecuencia de excitación (f) y del módulo de corte dinámico (G) considerados. En la fig. 7 se muestran los mismos resultados con el empleo del modelo de Contorno Transmisor, para el de 9x9 (3 veces el radio de la fundación). Debe notarse la importante diferencia en el tamaño de los modelos para las dos adopciones de contorno efectuadas. La comparación de los resultados obtenidos con la aplicación de los dos modelos de contorno se aprecia en la fig. 8.

Se observa que el comportamiento del sistema dinámico es sumamente sensible a la variación de G en el rango de frecuencia más bajas (0 – 10 Hz), pierde sensibilidad en el rango medio (15 Hz) y se hace insensible para las frecuencias más altas (20 – 25 Hz). Del análisis de la fig. 8, se puede concluir que el modelo con el empleo del Contorno Transmisor presenta en general buena aproximación, aunque sin embargo algunos resultados se alejan en más de un 20% de la respuesta obtenida con los contornos alejados.

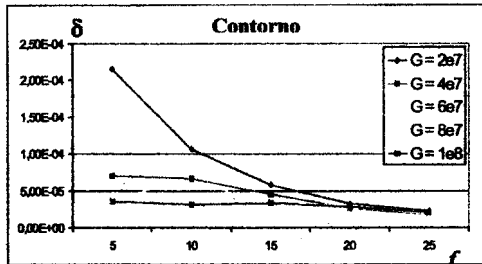


Fig. 7: Desplazamiento Vertical - Contorno Transmisor.

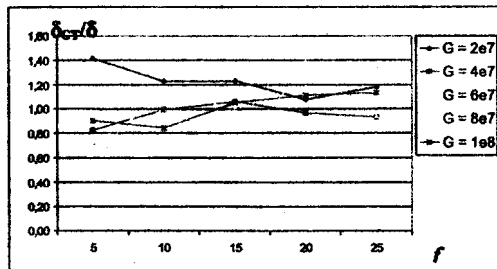


Fig. 8: Comparación de resultados obtenidos: Contorno Transmisor vs Contornos Alejados.

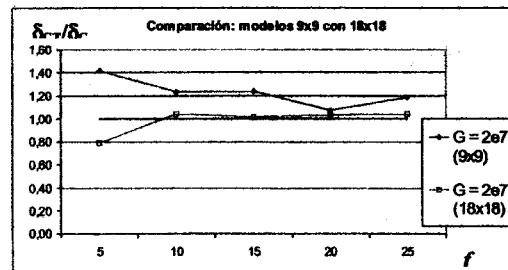


Fig. 9: Comparación de resultados obtenidos con el uso del Contorno Transmisor: modelo 9x9 vs modelo 18x18

En general, el valor de $G, 2e7$, presentó las discrepancias más significativas por lo que se realizó nuevamente el análisis pero con un modelo más grande (18x18), el modelo 9x9 dio resultados que en general superaban al valor de los contornos alejados y esto es atribuible a una falta de amortiguamiento en el sistema, en cambio el modelo de 18x18, por su naturaleza presentó un mayor amortiguamiento, debido a su mayor tamaño. En la fig. 9 se comparan los resultados obtenidos con ambos modelos. Se puede observar una diferencia de un 40% en exceso del modelo 9x9 excitado con 5 Hz, mientras que en el modelo 18x18 la diferencia fue de un 21 %, pero en defecto. El resto de los resultados obtenidos son sumamente precisos.

CONCLUSIONES

El problema de propagación de ondas en un medio semi-infinito fue modelado, a partir de la consideración del problema de vibraciones verticales en una fundación circular, descansando en la superficie del semiespacio.

La utilización de modelos de parámetros discretos sirve para tener una apreciación inicial del comportamiento, los cuales deben complementarse con los métodos modernos para la consideración de la Interacción Suelo Estructura. Modelos de parámetros discretos, como los de Wolf o Lysmer, fueron utilizados para establecer el orden del desplazamiento, sin embargo modelos de elementos finitos con Contornos Alejados, se tomaron como referencia para evaluar la precisión de los resultados obtenidos con el uso del contorno transmisor.

De la correcta simulación de la condición de radiación depende la *precisión* de los resultados obtenidos, y de la correcta selección de los parámetros (G, μ, γ) depende la *exactitud* del resultado obtenido.

Para la implementación del modelo con MEF, el mallado y el tamaño de los elementos finitos es un ítem de mucha importancia, deben seleccionarse adecuadamente, y en cuanto al segundo factor, un tamaño excesivamente grande genera resultados imprecisos y un modelo con elementos de tamaño pequeño genera una demanda computacional exagerada. Similar criterio se debe tener en cuenta para la elección del paso de tiempo en la resolución utilizando integración directa.

El método de análisis por *Integración directa* empleado para un medio semi-infinito es una opción en el cual el tiempo necesario se vuelve considerablemente menor al requerido por el método de superposición modal, dado que este último requiere de un elevado número de formas modales. Por

este motivo la sensibilidad de la respuesta dinámica a la variación de G fue estudiada empleando Integración Directa.

El comportamiento del sistema dinámico es sumamente sensible a la variación de G en el rango de frecuencia más bajo (0 – 10 Hz), pierde sensibilidad en el rango medio (15 Hz) y se hace insensible para las frecuencias más altas (20 – 25 Hz). Es de destacar que en este último rango se presentaron las mayores diferencias con los modelos de parámetros discretos (mayores a medida que el G dinámico disminuye), los cuales arrojaron valores mayores y quedaron por tanto del lado de la seguridad. Por otro lado en el rango de frecuencias más bajo (0 – 10 Hz) estos modelos de parámetros discretos arrojaron valores algo inferiores para los valores de G mayores.

Los resultados obtenidos con el uso del modelo de contorno transmisor propuesto por Lysmer y Kuhlemeyer (1969) difieren poco de los obtenidos con los modelos de contornos alejados, con la ventaja que reducen significativamente el número de GDL, y por tanto el tiempo computacional y los requerimientos de hardware. Constituyen una alternativa válida a la hora de generar modelos más pequeños. Según los resultados obtenidos, la distancia del contorno transmisor no debe ser menor a 3 veces el radio de la fundación, tanto en ancho como en profundidad.

REFERENCIAS

- [1] **Ronaldo I. Borja** y **Wen-hwa Wu**. "*Vibration of foundation on incompressible soils with no elastic region*". Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 120, No. 9, setiembre 1994.
- [2] **Ronaldo I. Borja**, **Wen-Hwa Wu**, y **H. Allison Smith**. "*Nonlinear response of vertically oscillating rigid foundation*". Journal of geotechnical Engineering, vol. 119, No. 5, Mayo 1993.
- [3] **John Lysmer** y **Roger L. Kuhlemeyer**. "*Finite dynamic model for infinite media*". Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol 95, No. EM4, Agosto 1969.
- [4] **Reissner, E.** "*Stationäre, axialsymmetrische durch eine schüttelnde Masse erregte Schwingungen eines homogenen elastischen Halbraumes*". Ingenieur-Archiv, Vol. 7, December, 1936, pp. 381-396.
- [5] **Genevieve Segol**, **John F. Abel**, y **Peter C. Y. Lee**. "*Finite element mesh gradation for surface waves*". Journal of Geotechnical Engineering Division, Vol. 101, no. GT11, Junio 1975
- [6] **John P. Wolf** y **Congmin Song** "*Finite element modeling of unbounded media*". Swiss Federal Institute of Technology, Switzerland © 1996 by JOHN WILEY & SONS.
- [7] **John P. Wolf**. "*Spring-dashpot-mass models for foundation vibrations*". Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, 931-949, Enero 1997.
- [8] **Software ALGOR: Software Package y sus publicaciones: Constantine Spyrakos – John Raftoyiannis.** "*Finite Element Analysis*" y "*Finite Element Modeling*". 1994 y 1997.