

MODELADO NUMÉRICO DE CANALES EN EBULLICIÓN CON INVERSIONES TEMPORARIAS DE CAUDAL

Luis E. Juanicó y Darío F. Delmastro
Centro Atómico Bariloche e Instituto Balseiro
8400 Bariloche, Río Negro, Argentina

Alejandro Clause*
Lab. de Plasmas Densos, Universidad Nacional del Centro
7000 Tandil, Argentina

RESUMEN

En el presente trabajo se presentan las ecuaciones no lineales que gobiernan el fenómeno de ondas de densidad. Se emplea una combinación de dos técnicas conocidas para estudiar estados oscilatorios con inversiones temporarias de caudal. Una de ellas consiste en resolver las ecuaciones a lo largo de las características, refiriendo la solución en cada punto a la historia de la velocidad de entrada; la otra técnica deriva de una aproximación nodal de Galerkin con elementos finitos móviles. Con el modelo desarrollado se analizó el comportamiento de un canal en ebullición ante ambos tipos de bifurcaciones de Hopf.

ABSTRACT

In this paper the density waves nonlinear equations were presented. Combining two previous methods, oscillatory behaviors with temporary flow reversals were studied. One of them result from integrating the equations along characteristics, while in the other one a Galerkin nodal approximation with one-dimensional variable-length finite elements is used. The model developed was used to analyze the boiling channel behavior in both kinds of Hopf's bifurcations.

INTRODUCCIÓN

Los flujos bifásicos en ebullición tienen importantes aplicaciones en distintas ramas de la ingeniería. Bajo ciertas condiciones estos sistemas se vuelven inestables dando origen al fenómeno conocido como "ondas de densidad" [1]. En esta situación el estado estacionario del flujo no puede ser mantenido, y el sistema evoluciona hacia un estado de oscilación autosostenida. Las amplitudes de estas oscilaciones pueden ser considerables, llegando en circunstancias a causar la inversión del caudal refrigerante (flujo reverso).

(*) Miembro de la CNEA y del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas, Argentina.

CANAL EN EBULLICIÓN

Consideremos un canal refrigerante como el que se muestra en la figura 1. Este consta de un tramo de ingreso adiabático de longitud L_i , y una sección calefaccionada de longitud L_c en la cual se entrega una potencia constante y uniforme Q . El fluido ingresa al tramo de entrada como líquido subenfriado a una cierta temperatura T_i constante pasando luego a la sección calefaccionada donde al alcanzar la temperatura de saturación comienza a hervir, dejando finalmente el canal como una mezcla bifásica de líquido y vapor.

La dinámica de un flujo en ebullición está gobernada por las ecuaciones de conservación de la masa, el momento y la energía planteadas para cada fase (líquido y vapor). Dada la complejidad del problema, se plantearon las siguientes hipótesis respecto al flujo:

- flujo homogéneo (deslizamiento despreciable entre las fases) en equilibrio termodinámico,
- las variaciones de presión son pequeñas frente a la presión total del sistema,
- ambas fases se consideran incompresibles,
- flujo de calor uniforme y constante en el tiempo,
- área de pasaje uniforme,
- la disipación viscosa, las energías cinética y potencial y el trabajo de flujo, son despreciables,
- las fricciones están concentradas en ambos extremos del canal calefaccionado, y
- la temperatura de entrada del fluido al primer tramo, T_i , es constante.

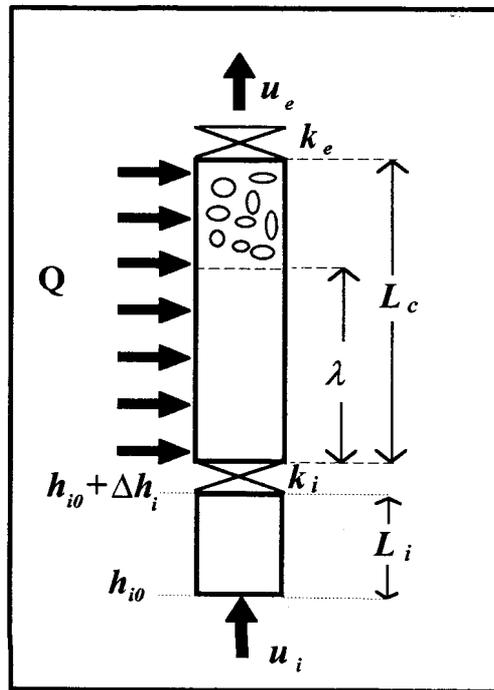


Figura 1: esquema del canal en ebullición

Bajo estas suposiciones las ecuaciones de conservación para un flujo unidimensional bifásico se pueden escribir en forma adimensional como [2]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho h u)}{\partial z} = 0 \quad \text{en el tramo adiabático} \quad (2a)$$

$$\frac{\partial (\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho h u)}{\partial z} = \frac{N_{sub}}{N_{pch}} \quad \text{en los tramos calefaccionados} \quad (2b)$$

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2)}{\partial z} = -k_i \delta(z - z_i) u_i |u_i| - k_e \delta(z - z_e) \rho_e u_e^2 - \frac{\rho}{Fr} - Eu \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3)$$

y las ecuaciones de estado correspondientes (con $h_f = 0$) son:

$$\rho = 1 \quad \text{si } h \leq 0 \quad (4a)$$

$$\rho = \frac{1}{1 + N_{pch} h} \quad \text{si } h > 0 \quad \dots\dots\dots(4b)$$

donde N_{sub} , N_{pch} , Fr y Eu son, respectivamente, los números de subenfriamiento, cambio de fase, Froude y Euler [2].

Modelo Numérico

Se divide el sistema en tres zonas para su resolución:

- una primera adiabática de longitud L_i , donde el fluido ingresa con entalpía constante, h_{io} , y sale con entalpía variable $h_i(t) = h_{io} + \Delta h_{io}(t)$ solución del problema.
- Una segunda zona de líquido subenfriado ubicada dentro de la sección calefaccionada, en la cual el líquido es calentado hasta alcanzar la entalpía de saturación, de longitud $\lambda(t)$.
- Una tercera zona de mezcla bifásica hasta la salida del canal, de longitud $L_c - \lambda(t)$.

La longitud de subenfriamiento en el canal calefaccionado, $\lambda(t)$, está determinada por las historias de la velocidad de entrada, $u_i(t)$, y de la entalpía de entrada, $h_i(t)$, dado que:

$$\lambda(t) = \int_{t-v(t)}^t u_i(t') dt' \quad (5)$$

donde el tiempo de residencia en una fase a un tiempo t , $v(t)$, puede calcularse como:

$$v(t) = 1 - \frac{\Delta h_i(t - v(t))}{N_{sub} / N_{pch}} \quad (6)$$

Se integran las ecuaciones de conservación de masa y energía (1-2) en las tres zonas, utilizando la historia de la velocidad a la entrada, la entalpía de entrada a la sección calefaccionada, la densidad a la salida del canal, ρ_e , y el momento total, W , como variables de estado.

Para las dos primeras zonas (de líquido subenfriado) se resuelven las ecuaciones integrando a lo largo de las características, utilizando una descripción Lagrangiana [3] en la cual el observador viaja sobre una partícula de fluido. Se calcula así la posición de la frontera de ebullición en cada instante y la entalpía de entrada a la sección calefaccionada utilizando las historias de la velocidad y entalpía de entrada, junto con las ecuaciones (5-6).

Para la tercera zona se integran las ecuaciones utilizando una aproximación nodal de Galerkin, considerando un único nodo con un perfil lineal de entalpía [4].

Zona adiabática

Integrando la ecuación de conservación de masa (1) a lo largo de este tramo, con fluido en una fase, se obtiene:

$$\frac{\partial u_i}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

Para integrar la ecuación de energía (2), se considera la longitud dentro de la sección adiabática que ocupan las partículas previamente calefaccionadas, L_o (ver figura 2). En un flujo siempre ingresante al canal, L_o tendrá naturalmente un valor nulo. Si temporariamente se invierte el sentido del flujo, L_o define la posición de la interfase entre la región de líquido a subenfriamiento constante h_{io} , y la región de entalpía mayor debido al calentamiento previo. Utilizando el método de las características se deduce su posición en función de la velocidad en una fase:

$$\frac{dL_o}{dt} = u_i(t) \quad (8)$$

Utilizaremos la técnica de elementos finitos móviles para determinar la entalpía de salida de esta zona en el caso de velocidades positivas. Asumiremos un perfil lineal dentro de un elemento finito móvil de longitud L_o , entre la entalpía constante h_{io} y $h_{io} + \Delta h_i(t)$. Integrando la ecuación de la energía dentro del elemento se obtiene:

$$\frac{d\Delta h_i(t)}{dt} = \frac{u}{L_o} \Delta h_i \quad \text{si } u_i > 0 \quad (9a)$$

para el caso de flujo desde la sección adiabática hacia la calefaccionada, y

$$\frac{d\Delta h_i(t)}{dt} = \frac{N_{sub}}{N_{pch}} \left(1 - u_i \frac{dh_i}{dx} \right) \quad \text{si } u_i < 0 \quad (9b)$$

para el otro caso, donde $\frac{dh_i}{dx}$ se obtiene a partir de la solución obtenida para el tramo siguiente, empleando nuevamente el método de las características.

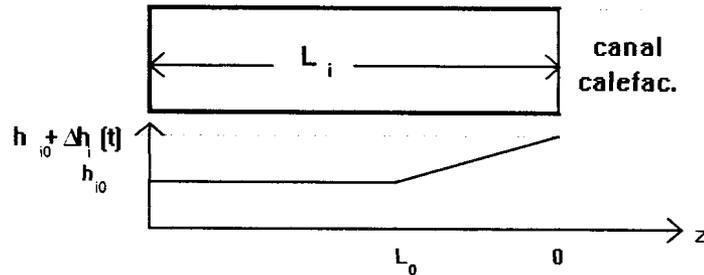


Figura 2: esquema del perfil de entalpía en el tramo adiabático

Zona calefaccionada en una fase

La ecuación de continuidad (7) obtenida para el tramo anterior es válida también en éste. Integrando la ecuación de energía a lo largo de este tramo calefaccionado, se halla la posición de la frontera de ebullición, resolviendo de forma iterativa las ecuaciones (5-6).

Zona de dos fases

Se eligió la densidad a la salida del canal como variable de estado. Su ecuación de conservación puede obtenerse integrando la ecuación de continuidad en esta región [5]:

$$\frac{d\rho_e}{dt} = \left(u_i - \rho_e u_e - \frac{(1 - M_{ch}) d\lambda}{1 - \lambda} \right) \cdot \left(\frac{(M_{ch} - \lambda) - \rho_e(1 - \lambda)}{\rho_e(1 - \rho_e)} \right)^{-1} \quad (10)$$

La velocidad a la salida u_e , puede ser calculada combinando primero las ecuaciones (1), (2b) y (4b), e integrando luego en la zona de dos fases:

$$u_e = u_i + N_{sub}(1 - \lambda) \quad (11)$$

Combinando (1) y (4), e integrando a lo largo del canal se obtiene la masa total del canal:

$$M_{ch} = L_i + \lambda + (1 - \lambda) \frac{\ln(1/\rho_e)}{1/\rho_e - 1} \quad (12)$$

Ecuaciones de impulso y condiciones de cierre

Integrando la ecuación de impulso entre los extremos del canal y usando como condición de contorno una caída de presión $\Delta p_{ext}(t)$ fijada externamente sobre el canal, se obtiene que:

$$Eu \Delta p_{ext}(t) = \Delta P_I + \Delta P_G + \Delta P_{fr} + \Delta P_a \quad (13)$$

Donde la caída de presión debida a la inercia

$$\Delta P_t = \int_0^{L_i+L_c} \frac{\partial}{\partial t} (\rho u) dz = \frac{d}{dt} \int_0^{L_i+L_c} \rho u dz = \frac{dW}{dt} \quad (14)$$

viene dada por:

$$\Delta P_t = \frac{d}{dt} \left(M_{ch} u_i + \frac{N_{sub} (1-\lambda)(1-M_{ch})}{(1/\rho_e)-1} \right) \quad (15)$$

En forma similar las caídas de presión gravitacionales, de fricción y de aceleración pueden expresarse como:

$$\Delta P_G = \int_0^{L_i+L_c} \frac{\rho}{Fr} dz = \frac{M_{ch}}{Fr} \quad (16)$$

$$\Delta P_{fr} = \int_0^{L_i+L_c} k_n \delta(z-z_n) \rho u^2 dz = k_i u_i |u_i| + k_e \rho_e u_e^2 \quad (17)$$

$$\Delta P_a = \int_0^{L_i+L_c} \frac{\partial \rho u^2}{\partial z} dz = \rho_e u_e^2 - u_i^2 \quad (18)$$

Cuando la frontera de ebullición sale fuera del canal el tratamiento de la evolución de las zonas de una fase no cambia, considerándose un canal ficticio que se prolonga más allá del final del canal real. En cuanto a la masa del canal, la densidad y la velocidad a la salida, estas valen L_i+1 , 1 y u_i respectivamente, mientras que la ecuación de momento se simplifica teniéndose en cuenta sólo los términos de una fase del canal real.

Integración temporal

Las ecuaciones diferenciales (8),(9),(10) y (14) que describen al canal en ebullición son integradas numéricamente en forma explícita utilizando el método de Euler[6].

En cuanto al rango de validez de nuestro modelo podemos señalar algunas limitaciones:

- se permiten casos en los cuales las oscilaciones de λ abarquen todo el canal calefaccionado e incluso con el mismo transitoriamente en una fase líquida, pero no casos donde todo el canal calefaccionado se encuentre en dos fases;
- se permite que la velocidad con la que ingresa el líquido al canal cambie transitoriamente de sentido, pero no que suceda lo mismo con el flujo de salida del canal.

RESULTADOS

Los flujos bifásicos en ebullición en ciertos rangos presentan un comportamiento estable, pero bajo ciertas condiciones estos sistemas se vuelven inestables dando origen a fenómenos oscilatorios autosostenidos, conocidos en la literatura bifásica como "ondas de densidad". La herramienta clásica para estudiar los márgenes de estabilidad ha sido el análisis de estabilidad lineal en el dominio frecuencial [7].

El estudio de el comportamiento no lineal de las inestabilidades de ondas de densidad a despertado un considerable interés, habiéndose utilizado técnicas perturbativas para estudiar la amplitud y frecuencia en bifurcaciones de Hopf [8].

En presencia de subcriticidad, las amplitudes de las oscilaciones tienen características divergentes. En casos supercríticos la amplitud de las mismas permanece acotada, pero aún en estos casos, si el margen de inestabilidad es lo suficientemente grande, el estado oscilatorio puede abandonar su cuenca.

En ambos casos, una vez que las oscilaciones crecen, pueden manifestarse nuevos fenómenos, de características dinámicas no lineales, siendo la inversión de caudal y la salida de la frontera de ebullición del canal dos fenómenos que tienden a "frenar" las oscilaciones.

En las figuras 3 a-b se presentan la proyección en el plano $u_i - \lambda$ y la evolución temporal de u_i y Δh_i , observándose el estado oscilatorio con inversiones temporarias de caudal al que arriba el sistema luego de un comportamiento divergente característico de subcriticidad.

Una característica dinámica particular observada es que el sistema puede llegar al nuevo estado oscilatorio (con inversiones de caudal) en forma subamortiguada (ver figura 3b). Por otra parte el estado final en algunos casos puede presentar un patrón irregular de oscilación.

En la figura 4 se muestra otro caso subcrítico en el cual además pueden observarse estados en los cuales la frontera de ebullición abandona el canal.

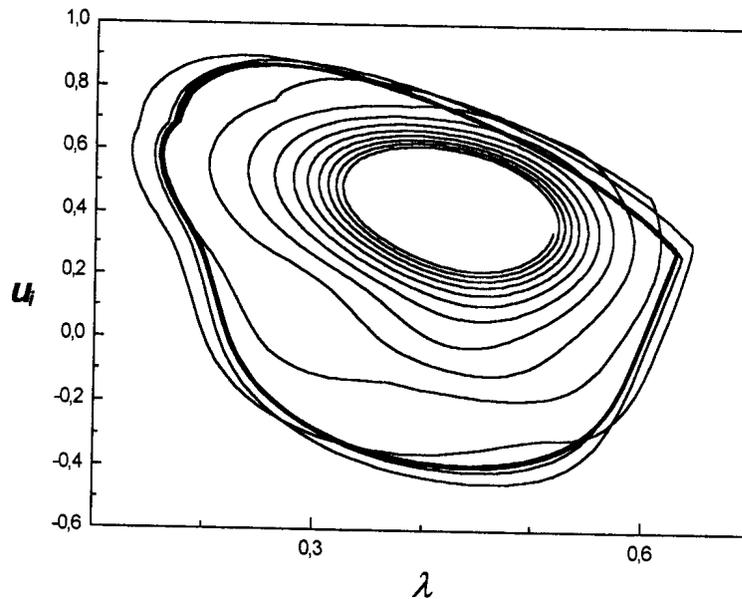


Figura 3a: proyección de la trayectoria en el plano $u_i - \lambda$ para un foco subcrítico
($k_i = 40$, $k_e = 1$, $N_{sub} = 30$, $N_{pch} = 70$, $Fr = 10^{-2}$)

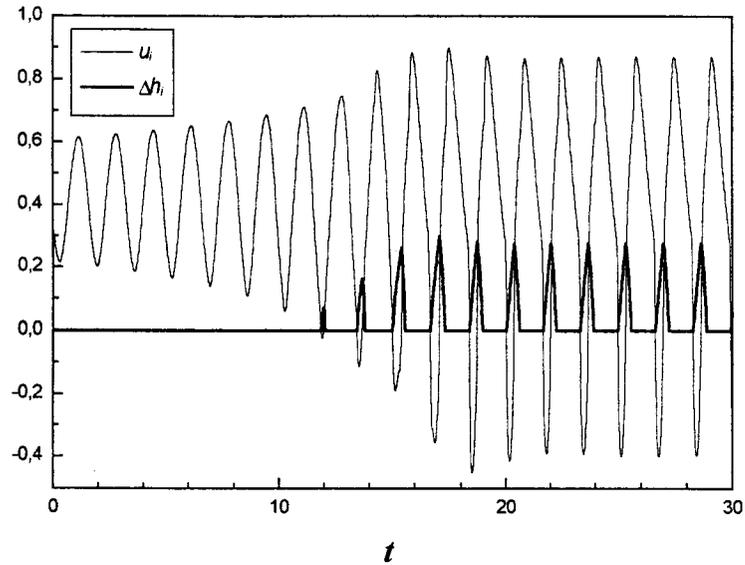


Figura 3b: evolución temporal de u_i y Δh_i para un foco subcrítico

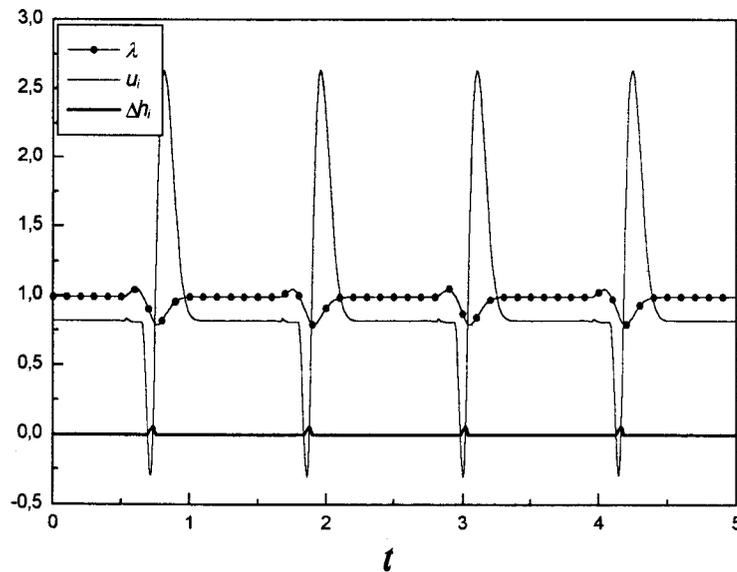


Figura 4: evolución temporal de u_i , λ y h_i ($k_i=20$, $k_r=10$, $N_{sub}=95,7$, $N_{pch}=98,0$, $Fr=3,4 \cdot 10^{-4}$)

Para un sistema supercrítico bajo condiciones marginalmente inestables es de esperar tener oscilaciones acotadas sin inversión de caudal, si la distancia al margen de estabilidad es suficientemente pequeña. Luego ante una dada perturbación el sistema decaerá entonces a un ciclo límite, pero si la perturbación es lo suficientemente grande para alejar al sistema de la cuenca anterior, éste evolucionará hacia un nuevo estado. Este comportamiento se ilustra en la figura 5 donde se observan los ciclos límites obtenidos con distintas perturbaciones del salto de presión impuesto externamente al canal bajo una condición oscilatoria supercrítica.

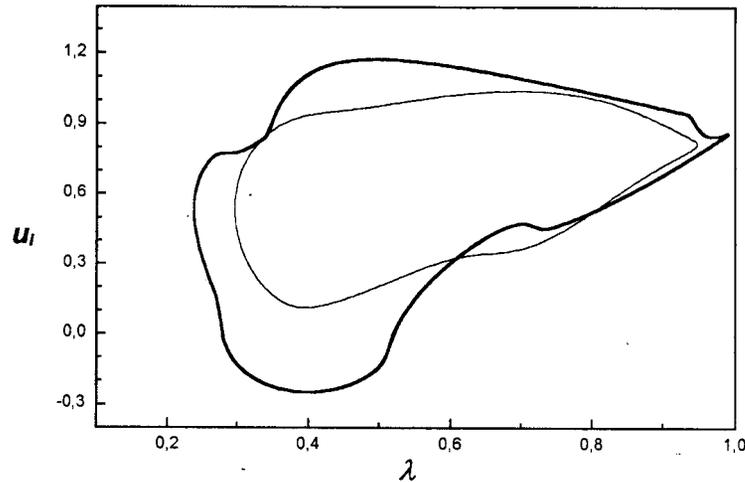


Figura 5: proyección de la trayectoria en el plano $u_i - \lambda$ para un foco supercrítico ($k_i = 400$, $k_r = 30$, $N_{sub} = 50$, $N_{pch} = 76,8$, $Fr = 1.5 \cdot 10^{-3}$ y $L_r = 0,3$)

CONCLUSIONES

Se presenta un modelo basado en una combinación de técnicas, elementos finitos móviles y método de las características, que permite representar la dinámica de canales en ebullición ante inversiones temporarias de caudal. Con el mismo se puede estudiar la respuesta del sistema ante estados oscilatorios con amplitudes grandes, derivados tanto de bifurcaciones de Hopf supercríticas como subcríticas.

Se encontraron nuevos estados oscilatorios, caracterizados por inversiones temporarias de caudal los cuales presentan características dinámicas distintivas que lo diferencian de las oscilaciones de pequeña amplitud.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado bajo el apoyo parcial de la Cooperativa de Electricidad Bariloche.

REFERENCIAS

- [1] **Lahey, R.T. y Moody, F.J.**, *The Thermal Hydraulics of a Boiling Water Nuclear Reactor*, ANS Monograph, 1977.
- [2] **Clausse, A., Delmastro D.F. and Lahey R.T.**, *The Analysis of Chaotic Instabilities in Natural Circulation Boiling Systems*. Eurotherm Seminar, Vol.16,1990, págs. 161-167.
- [3] **Rizwan-Uddin and Dorning J.J.**, "Chaotic Dynamics of a Triply-Forced Two-Phase Flow System", Nucl. Sci. Eng., Vol. 105, 1990, págs. 123-135.
- [4] **Delmastro D.F. y Clausse, A.**, "Modelado por medio de Elementos Finitos Móviles de la Dinámica de Flujos en Ebullición", Revista Int. de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Eng., Vol. 8, 4, 1992, págs. 463-471.
- [5] **Delmastro D.F. y Clausse, A.**, "Simulación numérica de canales refrigerantes en ebullición", XIX Reunión Anual de la AATN, Buenos Aires, Noviembre 1991.
- [6] **Marshall G.**, "Solución Numérica de Ecuaciones Diferenciales", Reverté Argentina, 1985.
- [7] **Clausse, A., Delmastro D.F. and Converti, J.**, "The Influence of Gravity on the Stability on Boiling Flows", Nuc. Eng. and Design, Vol. 127, 1991, págs. 129-139.
- [8] **Achard J.L., Drew, D.A. and Lahey, R.T. Jr.**, "The analysis of nonlinear density-wave oscillations in boiling channels", J. Fluid Mech., Vol. 155, 1985, págs. 213-232.