

**ESTUDO DOS EFEITOS DE LONGA DURAÇÃO NA CONFIABILIDADE DE
ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO**

Herbert M. Gomes Armando M. Awruch
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS,
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil - CPGEC
Av. Osvaldo Aranha, 99 -3ª, 90035-190 - Porto Alegre - RS. Brasil

RESUMO

O objetivo deste trabalho é a análise da confiabilidade de uma estrutura de concreto armado levando-se em conta os efeitos de longa duração. A análise é feita empregando-se o método de simulação direta de Monte Carlo com Amostragem por Importância.

ABSTRACT

The main objective of this paper is a reliability based analysis of a reinforced concrete structure taking into account long terms effects. This analysis is performed using the Direct Monte Carlo Simulation with the Importance Sampling Technique

INTRODUÇÃO

É apresentado neste trabalho a análise de confiabilidade de uma estrutura de concreto armado levando-se em conta os efeitos de longa duração. A aproximação adotada tira vantagem do esforço empregado em trabalhos determinísticos anteriores na predição do comportamento estrutural do concreto armado. Desta forma, importantes efeitos tais como não-linearidades do material, podem ser levados em consideração prontamente, sem dificuldades computacionais.

Devido ao grande tempo de processamento computacional requerido para uma análise determinística, a técnica de Amostragem por Importância é escolhida. Esta técnica reduz significativamente a quantidade de simulações, conservando a precisão dos resultados numéricos. Os efeitos dos fenômenos de longa duração na confiabilidade global são estudados utilizando esta aproximação e as recomendações do CEB-FIP-90⁽⁴⁾. É assumido como variáveis aleatórias básicas as intensidades dos carregamentos permanente e variável, e propriedades do aço e do concreto tais como resistência média à compressão aos 28 dias (f_c), coeficiente de Poisson (ν), módulo de Young (E) e tensão de escoamento do aço (f_s). Os resultados de confiabilidade são comparados com índices de confiabilidade "alvo" citados em trabalhos de referência.

**MODELO DETERMINÍSTICO PARA ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO
ARMADO**

O modelo determinístico para a análise de estruturas de concreto armado utilizado neste trabalho é baseado no modelo apresentado na Ref.[3]. A formulação adotada fornece a avaliação de características comuns observadas em estruturas de concreto armado, tais como elasto-viscoplasticidade, fissuração e esmagamento. O modelo de Ottosen[7], com quatro parâmetros, é empregado como superfície limite de falha e de plastificação para o concreto. O modelo de fissuras distribuídas é utilizado neste trabalho para a avaliação das descontinuidades no concreto.

A estrutura de concreto é discretizada utilizando elementos tridimensionais isoparamétricos de 20 nós, com três graus de liberdade por nó (translações), entretanto elementos tridimensionais de oito nós podem ser utilizados como alternativa. A análise é feita utilizando o método iterativo de

Newton Raphson levando em consideração efeitos não lineares devido à fissuração, viscoplasticidade e fluência.

O aço é modelado como uma camada distribuída bidimensional de espessura "t" equivalente e inserida no elemento tridimensional de concreto, coincidente com a superfície correspondente a dois dos eixos naturais. É assumido perfeita aderência entre o concreto e o aço. Um modelo clássico unidimensional elasto-plástico com encruamento linear é utilizado como modelo constitutivo para o aço.

SIMULAÇÃO DIRETA DE MONTE CARLO COM AMOSTRAGEM POR IMPORTÂNCIA

Devido ao grande tempo de processamento computacional requerido pela análise determinística, o índice de confiabilidade β é avaliado usando a Simulação Direta de Monte Carlo com Amostragem por Importância[2],[5]. Ao invés de avaliar a probabilidade de falha P_f como indicado na (eq.(1)), é empregada uma função de densidade de probabilidade de amostragem (eq.(2)), o que traz as simulações para próximo da região de falha, fornecendo mais casos de falha no processo de simulação. Esta função de densidade de probabilidade deve ser corretamente escolhida próxima ao IFM-point (Iterative Fast Monte Carlo procedure)[2], a fim de assegurar um baixo coeficiente de variação para a probabilidade de falha.

$$P_f = \int_{\{x|h(x)<0\}} f_x(x) dx \quad (1)$$

$$P_f = \int_{\text{todo dominio}} I[h(x) \leq 0] \frac{f_x(x)}{l_v(x)} l_v(x) dx \quad (2)$$

onde, x é o vetor de variáveis aleatórias básicas, $h(x)$ é função de estado limite, $f_x(x)$, é a função de densidade de probabilidade conjunta, $l_v(x)$ é a função de densidade de probabilidade de amostragem e $I[.]$ é a função indicadora, a qual assume os seguintes valores:

$$I[h(x)] = \begin{cases} 0 & \text{para } h(x) > 0 \\ 1 & \text{para } h(x) \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

O modelo proposto é esquematizado na fig.1. Primeiramente, amostras das variáveis aleatórias básicas, uniformemente distribuídas, são geradas e transformadas ao espaço Gaussiano normal. Então, a matriz de correlação destas variáveis é imposta através do modelo de Nataf[5]. Após este estágio, as amostras são retornadas ao espaço original, sendo o método da transformação inversa usado para aplicar as correspondentes funções de densidade de probabilidade. As simulações são então feitas com o modelo determinístico para cada uma das amostras geradas. O valor médio da probabilidade de falha e coeficiente de variação são calculados como indicado na eq.(4). O índice de confiabilidade β é calculado usando a relação dada pela eq.(5).

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[h(x_i) \leq 0] \frac{f_x(x_i)}{l_v(x_i)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_w \quad ; \quad \hat{\delta}_{\hat{P}_f} = \frac{\hat{\sigma}_{\hat{P}_f}}{\hat{\mu}_{\hat{P}_f}} = \frac{1}{N\hat{P}_f} \sqrt{\sum_{i=1}^N I_w^2 - N\hat{P}_f^2} \quad (4)$$

$$\beta = -\phi^{-1}(\hat{P}_f) \quad (5)$$

onde, N é o número de simulações, ϕ é a função de densidade de probabilidade Gaussiana Normal, \hat{P}_f é uma estimativa da probabilidade de falha, $\hat{\sigma}_{\hat{P}_f}$ e $\hat{\mu}_{\hat{P}_f}$ são os valores estimados do desvio padrão e do valor médio da probabilidade de falha respectivamente e $\hat{\delta}$ é o coeficiente de

variação. Os parâmetros para a análise de confiabilidade do exemplo estudado são resumidos na tab.I.

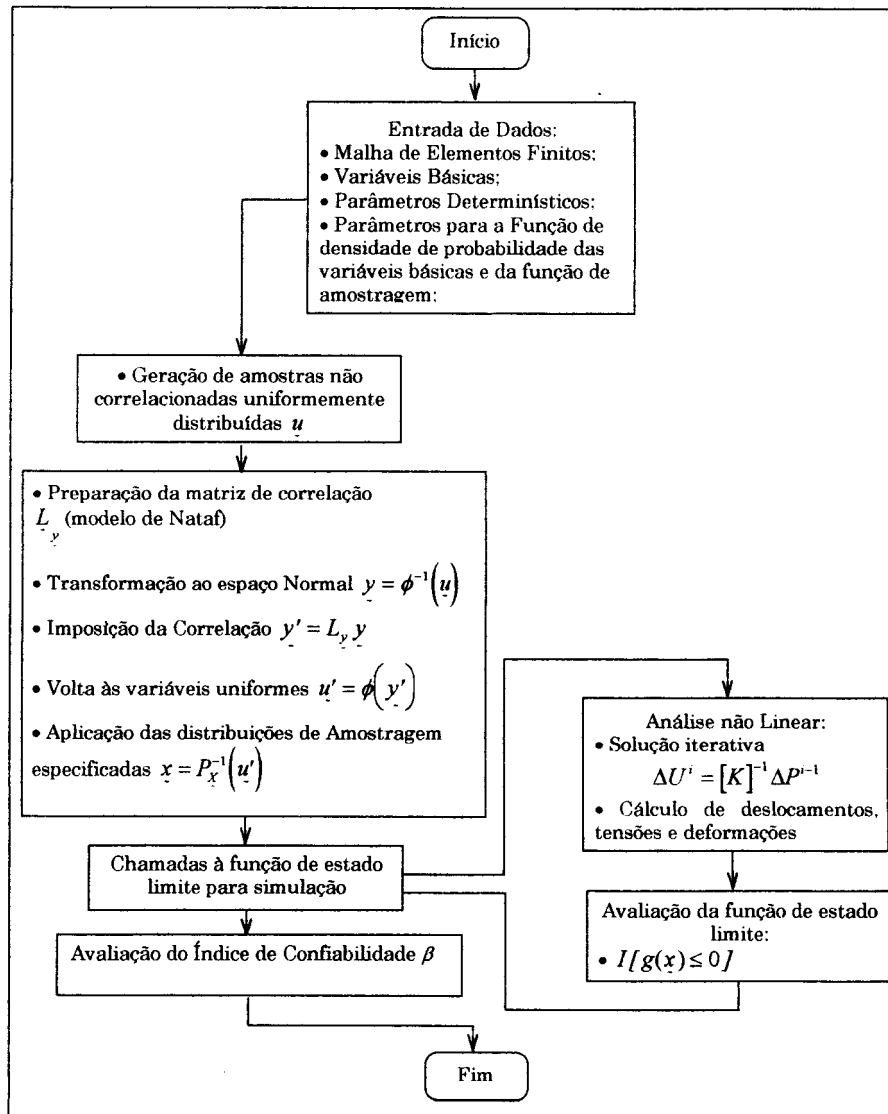


fig.1 Esquema do Modelo para Simulação Direta com Amostragem por Importância

tab.I Variáveis aleatórias básicas e parâmetros para as funções de densidade de probabilidade

Variável	Função Densidade de Probabilidade	Unidade	Valor Médio μ	Desvio Padrão σ
f_c	Log-Normal	MPa	0.195×10^2	0.500×10^1
f_y^2	Log-Normal	MPa	0.325×10^3	0.300×10^2
f_y^1	Log-Normal	MPa	0.320×10^3	0.300×10^2
ν	Log-Normal	-	0.200×10^0	0.200×10^{-1}
G	Normal	-	0.100×10^1	0.100×10^0
Q	Normal	-	0.100×10^1	0.400×10^0

Para efeito de comparação, alguns índices de confiabilidade citados na Ref.[8] são apresentados na tab.II abaixo:

tab.II Índices de Confiabilidade e Níveis de Segurança

Nível de Segurança	Índice β		
	1	2	3
Estado limite último	4.5	4.7	5.2
Estado limite de utilização	2.5	3.0	3.5

MODELO REOLÓGICO PARA O CONCRETO

Os efeitos de longa duração em estruturas de concreto armado são caracterizados por deformações e tensões dependentes do tempo. Estes fenômenos são observados nos primeiros meses, mas prolonga-se durante quase toda a vida útil da estrutura, resultando, por exemplo, em deslocamentos da mesma ordem daqueles devidos as deformações instantâneas das cargas de serviço.

Segundo a teoria proposta por Bazant[1], é possível associar um modelo reológico ao comportamento de um pequeno elemento do material. De acordo com Bazant[1] esta associação pode ser dada por:

$$\dot{\epsilon}_w(t) = \frac{\dot{\gamma}(t-t')}{V(t)} \quad (6)$$

onde $\dot{\gamma}(t-t')$ e $V(t)$ são respectivamente a taxa de deformação viscoelástica do material sem envelhecimento e o volume do material solidificado para um dado instante de tempo t . Assim, emprega-se o modelo reológico apenas para a determinação das deformações no material sem envelhecimento. A principal vantagem no uso deste modelo reside na característica sem envelhecimento do modelo reológico, i.e., as viscosidades e módulos de elasticidade dos elementos reológicos são independentes do tempo, como na visco-elasticidade clássica.

Segundo a teoria de solidificação, para um dado material, o comportamento quanto à fluência pode ser representado pela seguinte função de fluência:

$$J(t,t') = \frac{1}{E(t')} + \frac{\gamma(t,t')}{V(t')} \quad (7)$$

que quando comparada com a função de fluência dada pelo CEB-FIP/90[4] fornece as relações:

$$\gamma(t,t') = \beta_c(t-t') \quad (8)$$

$$V(t') = \frac{1}{\phi_0(t')} \quad (9)$$

relações estas utilizadas na aproximação pela série de Dirichlet, quando do cálculo dos parâmetros da cadeia. Neste trabalho adotou-se uma cadeia de Kelvin com 5 elementos (fig. 1).

$$\gamma(t, t') = \sum_{\mu=1}^N \frac{1}{E_{\mu}} (1 - e^{-(t-t')/t_{\mu}}) \quad (10)$$

onde $\tau_{\mu} = \eta_{\mu} / E_{\mu}$ é o tempo de retardamento à fluência da μ -ésima unidade. Na eq.(9), está representada a série de Dirichlet, a qual pode ser ajustada para várias funções $\gamma(t)$ e para diversos tempos de carregamento $(t-t')$ através de um simples algoritmo de aproximação por mínimos quadrados para funções não-lineares. Para a faixa de tempo que se deseja cobrir com a cadeia neste trabalho (de algumas décadas), os tempos de retardamento são tomados como:

$$\tau_{\mu} = 10^{\mu-1} \tau_1 \quad \mu = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

com $\tau_1 = 1$ dia, de forma a assegurar uma resposta da cadeia para longos períodos de carregamento (décadas).

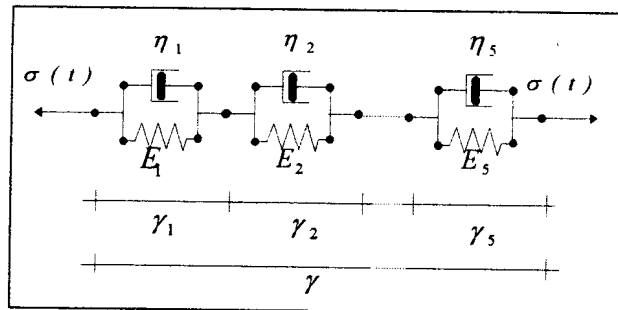


fig.1 Cadeia Kelvin

Fez-se o ajuste da eq.(10) utilizando-se o método de mínimos quadrados para funções não-lineares, encontrando-se os valores dos parâmetros dos elementos da cadeia utilizando-se 33 pontos para discretização da função descrita no CEB-FIP/90[4]. Os tempos de carregamentos foram então escolhidos em uma razão crescente em escala logarítmica, assim definidos:

$$(t_i - t') = 10^{(i/10)} (t_{i-1} - t') \quad (12)$$

e para as idades de carregamento, adotou-se:

$$t'_i = 10^{i/2} t'_{i-1}, \quad \text{com } t'_1 = 2,8 \text{ dias} \quad (13)$$

Para a cadeia de 5 elementos, obteve-se os seguintes parâmetros:

tab.III Parâmetros da Cadeia Kelvin de 5 Elem. p/ Função de Fluência do CEB

μ	1	2	3	4	5
E_{μ}	8.0408	9.3056	3.7884	2.5359	11.9834

Devido ao fato da formação de um sistema de equações diferenciais, a lei constitutiva para este modelo é dita do tipo de taxas, i.e., dada inteiramente por equações diferenciais. A integração numérica necessita do chamado algoritmo exponencial, o qual torna possível aumentar gradualmente os passos de tempo a valores bem maiores que o menor dos tempos de retardamento dos elementos da cadeia, mantendo-se ao mesmo tempo a estabilidade e a precisão. Neste algoritmo, é assumido que as tensões variam linearmente de um passo de tempo para outro, ou seja,

$$\sigma(t) = \sigma^i + \frac{(t-t^i)}{\Delta t} \Delta\sigma \quad (14)$$

onde $\Delta t = (t^{i+1} - t^i)$

A solução geral de (8), utilizando-se a condição inicial de $\gamma_\mu = \gamma_\mu^i$ em $t = t^i$, dada por Bazant[1] é:

$$\gamma_\mu^{i+1} = \gamma_\mu^i e^{-\Delta y_\mu} + \frac{\sigma^i}{E_\mu} (1 - e^{-\Delta y_\mu}) + \left(\frac{1 - \lambda_\mu}{E_\mu}\right) \Delta\sigma \quad (15)$$

onde $\Delta y_\mu = \frac{\Delta t}{\tau_\mu}$ e $\lambda_\mu = \frac{1 - e^{-\Delta y_\mu}}{\Delta y_\mu}$

Calculando-se o incremento de deformação tem-se:

$$\Delta\gamma = \sum_{\mu=1}^N (\gamma_\mu^{i+1} - \gamma_\mu^i) \quad (16)$$

Introduzindo (15) em (16), tem-se:

$$\Delta\gamma = \Delta\sigma \sum_{\mu=1}^N \frac{1 - \lambda_\mu}{E_\mu} + \sum_{\mu=1}^N \varepsilon_\mu^i (1 - e^{-\Delta y_\mu}) \quad (17)$$

$$\text{onde } \varepsilon_\mu^i = \frac{\sigma^i}{E_\mu} - \gamma_\mu^i \text{ e } \varepsilon_\mu^{i+1} = \frac{\sigma^{i+1}}{E_\mu} - \gamma_\mu^{i+1} \quad (18)$$

Lembrando que $\sigma^{i+1} = \sigma^i + \Delta\sigma$, a equação para atualizar as variáveis ε_μ em função do incremento de tensões $\Delta\sigma$ é escrita como:

$$\varepsilon_\mu^{i+1} = \frac{\lambda_\mu \Delta\sigma}{E_\mu} + \varepsilon_\mu^i e^{-\Delta y_\mu} \quad (19)$$

Para calcular a taxa de deformação total deve-se somar as parcelas devidas à parte elástica, viscoelástica, devido à temperatura, devido à retração e à fissuração.

$$\dot{\varepsilon}_{Total} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_{ve} + \dot{\varepsilon}_0 \quad (20)$$

$$\text{onde, } \dot{\varepsilon}_e = \frac{\dot{\sigma}(t)}{E(t)}, \quad \dot{\varepsilon}_{ve} = \frac{\dot{\gamma}(t-t')}{V(t)}, \quad \dot{\varepsilon}_0 = \dot{\varepsilon}_s(t) + \dot{\varepsilon}_T(t) + \dot{\varepsilon}_f(t) \quad (21)$$

sendo $\dot{\varepsilon}_e$, $\dot{\varepsilon}_{ve}$, $\dot{\varepsilon}_T$, $\dot{\varepsilon}_s$, $\dot{\varepsilon}_f$ as taxas de deformações elásticas, viscoelásticas, devido à temperatura, retração e à fissuração. Integrando-se (20) no intervalo de tempo $[t^i, t^{i+1}]$, obtém-se o incremento de deformação total:

$$\Delta\varepsilon = \int_{t^i}^{t^{i+1}} \frac{\dot{\sigma}(t)}{E(t)} dt + \int_{t^i}^{t^{i+1}} \frac{\dot{\gamma}(t-t')}{V(t)} dt + \int_{t^i}^{t^{i+1}} \dot{\varepsilon}_0(t) dt \quad (22)$$

Utilizando-se uma regra de integração, por exemplo do tipo trapézios, pode-se transformar a equação anterior em:

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta \sigma}{E_{i+1/2}} + \frac{\Delta \gamma}{V_{i+1/2}} + \Delta \varepsilon_0 \quad (23)$$

sendo o índice $i+1/2$ o meio do intervalo de integração $[t^i, t^{i+1}]$. A eq.(23) escreve-se também como:

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta \sigma}{E^*} + \Delta \varepsilon^* \quad (24)$$

$$\text{onde, } \frac{1}{E^*} = \frac{1}{E_{i+1/2}} + \sum_{\mu=1}^N \frac{1-\lambda_{\mu}}{V_{i+1/2} E_{\mu}} \quad (25)$$

$$\text{e, } \Delta \varepsilon^* = \sum_{\mu=1}^N \varepsilon_{\mu}^{i,*} (1 - e^{-\Delta y_{\mu}}) + \Delta \varepsilon_0 \quad (26)$$

sendo as variáveis $\varepsilon_{\mu}^{i,*}$ atualizadas por:

$$\varepsilon_{\mu}^{i+1,*} = \frac{\lambda_{\mu} \Delta \sigma}{V_{i+1/2} E_{\mu}} + \varepsilon_{\mu}^{i,*} e^{-\Delta y_{\mu}} \quad (27)$$

Admitindo-se isotropia, as equações anteriores podem ser generalizadas para o caso tridimensional, ficando a eq.(24) na forma:

$$\{\Delta \sigma\} = [D^*] \{\Delta \varepsilon\} - \{\Delta \varepsilon^*\} \quad (28)$$

$$\text{com, } \{\Delta \varepsilon^*\} = \sum_{\mu=1}^N \varepsilon_{\mu}^{i,*} (1 - e^{-\Delta y_{\mu}}) + \Delta \varepsilon_0 \quad (29)$$

onde $[D^*]$ é a matriz de um material elástico-linear, utilizando-se E^* dada pela eq.(25) no lugar de E e $\{\Delta \varepsilon^*\}$ é o vetor de deformações de longa duração, que é atualizado através de:

$$\{\varepsilon_{\mu}^{i+1,*}\} = [D_{\mu}]^{-1} \{\Delta \sigma\} + \varepsilon_{\mu}^{i,*} e^{-\Delta y_{\mu}} \quad (30)$$

sendo a matriz $[D_{\mu}]^{-1}$ a inversa da matriz constitutiva isotrópica linear. Um esquema da análise determinística de longa duração é apresentado na fig.2.

RESULTADOS NUMÉRICOS

Primeiramente foi realizado uma análise determinística para uma viga, a qual está esquematizada na fig.3. A viga foi carregada com uma carga uniformemente distribuída de 3,04 KN/m (22,36% carga permanente ;77,63% carga variável). Na idade de carregamento (16º dia), a temperatura e a umidade eram 20°C e 70%, e na idade de 90 dias a temperatura e a umidade eram 25°C e 65%, respectivamente. Os resultados apresentados aqui são relacionados aos deslocamentos centrais da viga. Estas análises foram feitas para cargas de curta duração, e comparadas com resultados experimentais. A análise de confiabilidade foi feita para cargas de curta duração, usando a máxima flecha na seção central ($<1.9 \times 10^{-2}$ m), esmagamento de qualquer ponto de integração ou divergência no processo de solução como funções de estado limite.

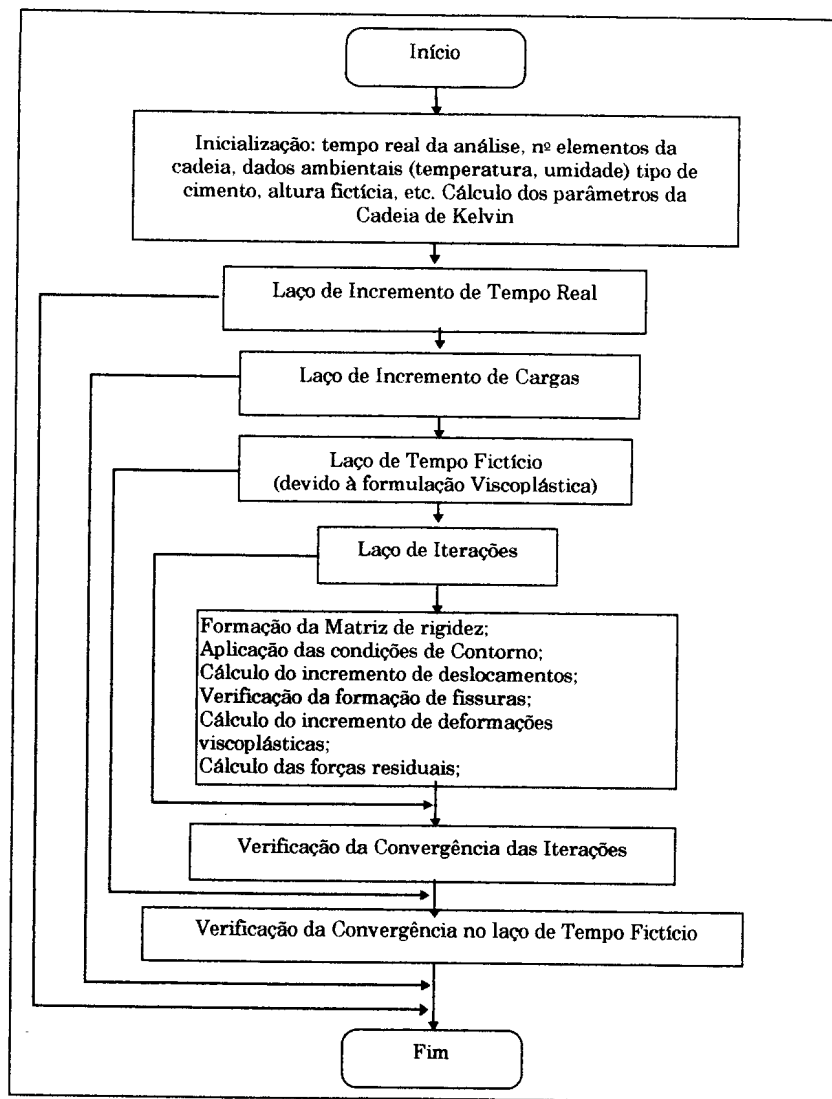


fig.2 Fluxograma para Análise Estática Não-Linear de Longa Duração

Na fig.4 é apresentado uma comparação entre os resultados numéricos e experimentais para cargas de longa duração. Resultados de uma análise determinística são apresentados na fig.5 para 10.000 dias (~27 anos). A análise de confiabilidade foi feita para esta idade. Para cargas de longa duração, o índice de confiabilidade calculado foi $\beta=0.71$ com um coeficiente de variação de $\delta=0.21$, enquanto que para cargas de curta duração, o valor do índice de confiabilidade calculado foi de $\beta=1.96$, com um coeficiente de variação de $\delta=0.20$.

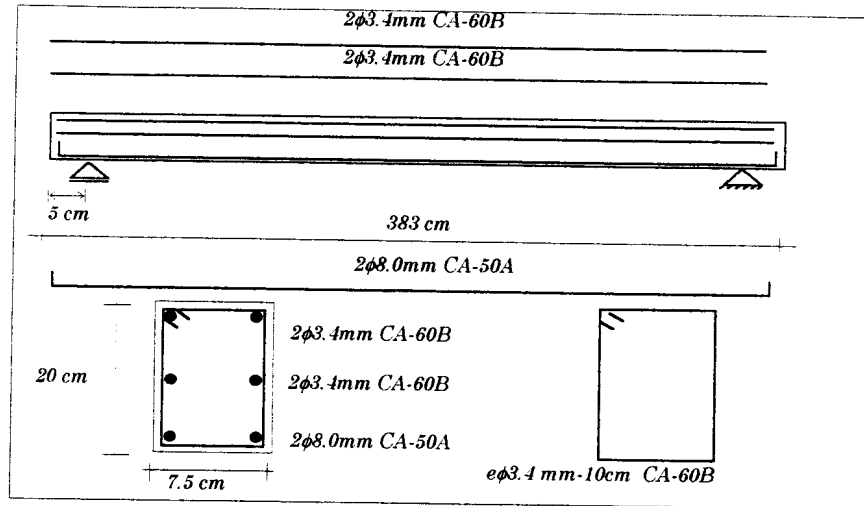


fig.3 Esquema da viga analisada

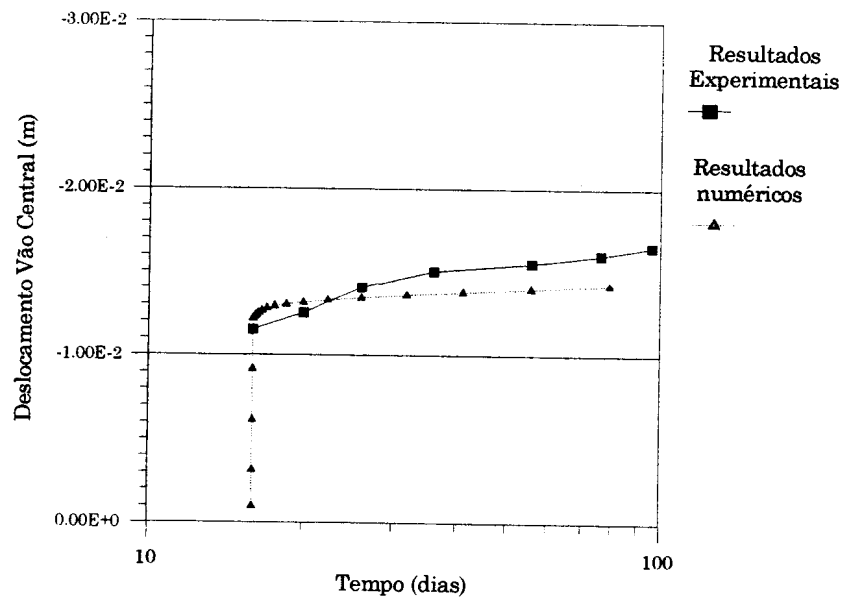


fig.4 Deslocamentos no vão central em 100 dias para a viga analisada

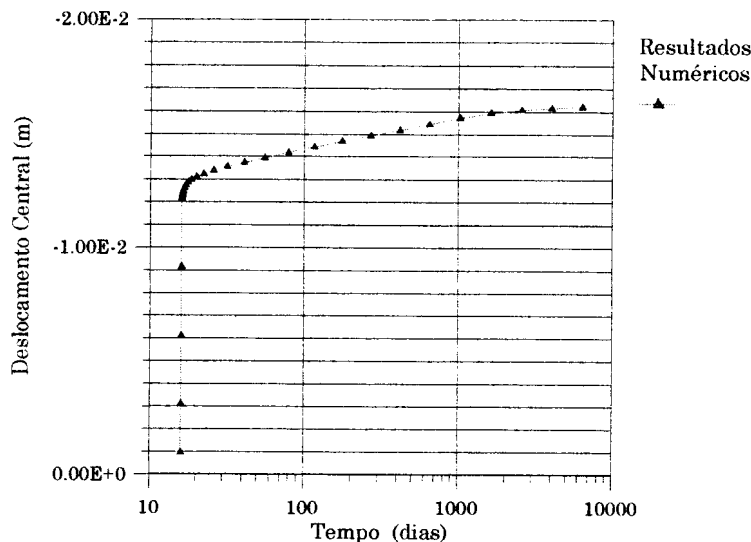


fig.5 Deslocamentos no Vão Central em 27 anos para a Viga Analisada

CONCLUSÕES

Observou-se que os efeitos de longa duração são decisivos para a avaliação do índice de confiabilidade em estruturas de concreto armado. Uma simples análise de curta duração pode levar a um índice diferente de confiabilidade quando comparado com aquele obtido considerando os efeitos de longa duração. Em ambos os casos, os índices de confiabilidade calculados estão um tanto abaixo dos índices alvos citados na Ref. [8], para qualquer nível de segurança considerado.

REFERÊNCIAS

- [1]. **Bazant, Z. P.; et al.** *Solidification Theory for Concrete Creep*. Journal of Engineering Mechanics, Vol 115, 1989, No.8, August, pp.1691-1725.
- [2]. **Bourgund, U.; Ouypornprasert, W.; Prenninger, P. H. W.** *Advanced Simulations Methods for the Estimation of Systems Reliability*. Internal Working Report No. 19-86, 1986, Institute of Engineering Mechanics, Innsbruck, Austria.
- [3]. **Cervera, M.; Hinton, E.; Bonet, J.; Bicanic, N.** *Numerical Methods and Software for Dynamic Analysis of Plates and Shells*. Pineridge Press: Swansea, UK, 1988.
- [4]. **Comité Euro-Internacional Du Beton.** *CEB-FIP Model Code 1990*. Lausanne, 437p., May, 1993 (CEB Bulletin d'Information nº 213/214).
- [5]. **Liu, P.L.; Der Kiureghian, A.** *Multivariate Distribution Models with Prescribed Marginals and Covariances*. Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 1, 1986, No. 2., pp.105-112.
- [6]. **Melchers, R. E.** *Structural Reliability Analysis and Prediction*. Wiley: Chichester, 400p., 1987.
- [7]. **Ottosen, N. S.** *Constitutive Model for Short-Time loading of Concrete*. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, V. 105 No EM1, February, 1979, pp. 127-141.
- [8]. **Vismann, U.; Zilch, K.** *Non-Linear Analysis and Safety Evaluation by Finite-Element-Reliability Method*. New Developments in Non-Linear Analysis Methods. (CEB-Bulletin D'Information N°229), 1991, pp.49-73.