

ANÁLISE DA INTERAÇÃO PLACA-GRUPO DE ESTACAS COM O SOLO UTILIZANDO-SE O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos,
Universidade de São Paulo, av. Dr. Carlos Botelho, 1465, São Carlos, SP, Brasil

Ângelo Vieira Mendonça
João Batista de Paiva

RESUMO

O problema da interação placa-estaca-solo, em uma análise elástico linear, é representado pelo método dos elementos de contorno. A superfície do semi-espaco mobilizada do problema é discretizada em elementos triangulares, onde as reações do solo no domínio do elemento de contorno são aproximadas por uma função interpoladora linear. As estacas têm rigidez axial finita e cada uma delas é representada por um único elemento de contorno linear, no qual estão discretizados 4 pontos nodais. A tensão cisalhante, que age no fuste, é assumida ter uma distribuição quadrática. A tensão normal, que age na base da estaca, é assumida ter distribuição uniforme na área da mesma. A placa de união, que capeia o topo das estacas, é assumido ter apenas movimento de corpo rígido.

ABSTRACT

The problem of plate-pile-soil interaction, under linear elastic analysis, is represented by Boundary Element Method. The mobilized surface of half space of problem is discretized into triangular elements where the subgrade reactions on domain of boundary element are approximated by linear function. The piles have a finite axial rigidity that are discretized four nodal points. The shear stress that acts along the shaft is assumed to have a quadratic distribution. The normal stress that acts on the tip of pile is assumed to have an uniform distribution on its area. The union bending plate that caps the top of pile is assumed to have only rigid body movement.

INTRODUÇÃO

A análise teórica do problema envolvendo a interação do grupo de estacas com o solo tem sido feita envolvendo diversas metodologias, dentre elas, tem-se [1] onde a contribuição das estacas é obtida por superposição elástica da influência de todas as estacas tomadas duas a duas.

[2] utiliza as equações de Mindlin para obter a contribuição de cada estaca no grupo ligado a uma placa de união rígida. [3] estende o trabalho de [2] incorporando a análise de placa de união flexível ligada a estacas rígidas utilizando o método dos elementos de contorno. Em [4]-[5] encontram-se extensões [3] introduzindo, principalmente, o efeito da flexibilidade axial das estacas no conjunto.

Este trabalho mantém as hipóteses utilizadas em [4] e analisa problemas de interação de grupos de estacas flexíveis solidarizados por uma placa de união rígida com o semi-espaco utilizando o método dos elementos de contorno.

SISTEMA DE EQUAÇÕES PARA A INTERFACE PLACA-SOLO

O plano que contém a interface entre o elemento de união do grupo de estacas e o solo é estudado nesta seção. As hipóteses admitidas na análise desse problema estão descritas em [3], de forma que apenas os tópicos essenciais serão abordados na seqüência.

(a) O solo é considerado um semi-espaco elástico linear, isotrópico e homogêneo e com forças de volume desprezadas.

(b) A direção de deslocamentos compatibilizada e aplicação de carregamentos é a vertical.

A contribuição do solo nos deslocamentos verticais u_3 dos pontos pertencentes à interface em análise pode ser expressa por uma equação integral, que relaciona um problema elástico real a um outro dito *fundamental*, conhecida como identidade de *Somigliana*, isto é:

$$u_3 = \int_{\Gamma} u_{33}^* p_3 d\Gamma \quad (1)$$

Onde

u_{33}^* : é a solução fundamental em deslocamento para uma carga unitária aplicada no ponto-fonte na direção vertical e com resposta no ponto-campo na direção vertical indicada no apêndice A4.

p_3 : é a força de superfície externa aplicada na direção vertical.

Γ : é uma sub-região do contorno do semi-espaço onde p_3 está definido

Embora o problema elástico fundamental de Mindlin seja perfeitamente aplicável ao problema real da interface placa-superfície do solo, as soluções fundamentais de Boussinesq, que é um caso particular do primeiro, são mais simples e mais atraentes sob o ponto de vista computacional.

Ao discretizar-se a equação (1), passa a ser escrita como:

$$u_3 = \sum_1^{nel} \int_{\Omega_{el}} u_{33}^* p_3 d\Omega_{el} \quad (2)$$

Ω_{el} : é o domínio do elemento de contorno; nel é o número de elementos que compõem o contorno Γ .

A função interpoladora das forças de superfície p_3 é admitida variar linearmente no domínio de cada respectivo elemento de contorno, de forma que podem ser expressas em função dos nós do elemento, no caso de um elemento triangular como:

$$p_3 = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_i \\ p_j \\ p_k \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \quad (3a)$$

Onde $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ são as clássicas coordenadas homogêneas; p_i, p_j, p_k são as forças de superfície nodais definidas nos nós do elemento conforme indicados na figura 1.

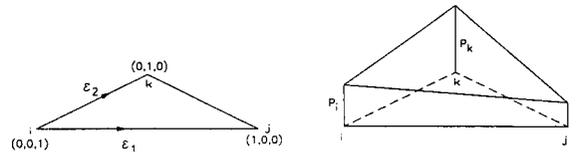


Figura 1-Coordenadas homogêneas e forças de superfície ao longo do elemento de contorno.

SISTEMA DE EQUAÇÕES PARA O CONJUNTO ESTACA-SOLO.

O problema abordado nesta seção consiste na interação das superfícies de contato das estacas e o solo. As hipóteses incorporadas na análise estão expostas em [5]. Além das apresentadas na seção anterior, algumas outras hipóteses são apresentadas sucintamente na seqüência:

(a) As estacas estão totalmente imersas em um semi-espaço e não interferindo na homogeneidade e isotropia do mesmo.

(b) As estacas têm equações constitutivas no regime elástico linear e suas superfícies de contato são ásperas.

O deslocamento vertical u em uma profundidade z de um ponto pertencente à superfície solo-estaca pode ser expresso mediante a seguinte equação integral:

$$u_3(z) = \sum_{i=1}^{np} \left\{ \int_{\Gamma_{pi}} u_{33}^* \tau_i d\Gamma_{pi} + \int_{\Gamma_{bi}} u_{33}^* \sigma_i d\Gamma_{bi} \right\} \quad (4)$$

np : é o número de estacas

Γ_{pi} e Γ_{bi} : são o contorno do fuste e da base da estaca i , respectivamente.

O problema elástico fundamental conveniente a esse caso é o de Mindlin, já que os pontos campo e fonte podem localizar-se em quaisquer pontos do semi-espaço. Na discretização da equação integral (4) é utilizado um único elemento de contorno linear representando cada estaca. As tensões de cisalhamento são aproximadas por polinômios de segundo grau, necessitando-se, portanto, de três nós funcionais ao longo do fuste. Apenas um desses três nós localizam-se em uma extremidade do fuste, os demais localizam-se no início e término do segundo terço do comprimento da estaca, portanto, as formas clássicas das funções interpoladoras unidimensionais quadráticas devem ser alteradas para:

$$(\theta_{p1} \quad \theta_{p2} \quad \theta_{p3})^T = [0,5(9\zeta^2 - 9\zeta + 2) \quad -9\zeta^2 + 6\zeta \quad 0,5(9\zeta^2 - 3\zeta)] \quad (5)$$

$$\zeta = \frac{z}{L} \quad (5a)$$

Onde :

Z : representa a cota de um ponto genérico pertencente à estaca e o comprimento da estaca.

L : é o comprimento da estaca.

Um quarto nó adicional é necessário incorporar-se na base da estaca, com a finalidade de computar-se a resistência de ponta da estaca. As tensões normais na base das estacas são admitidas com distribuição uniforme na área da mesma. Na figura 2 estão indicadas as tensões atuantes na estaca.

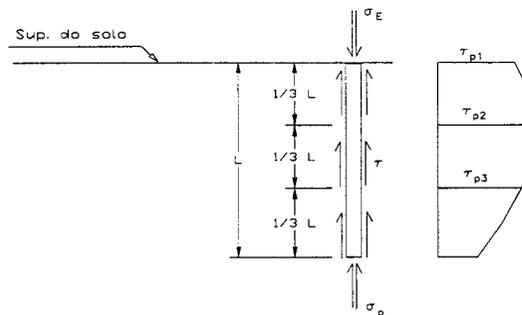


Figura 2- Tensões atuantes na estacas

SISTEMA DE EQUAÇÕES PARA O CONJUNTO PLACA-GRUPO DE ESTACAS-SOLO

Nesta seção é analisado o problema quando todos os contribuintes para os deslocamentos verticais do conjunto placa-grupo de estacas estão presentes. A equação governante do problema geral pode ser obtida pela superposição de efeitos dos casos anteriores, isto é:

$$\underline{u}_3 = \sum_{j=1}^{nel} \int_{\Omega_d} u_{33}^* p_3 d\Omega_{el} + \sum_{i=1}^{np} \left\{ \int_{\Gamma_p} u_{33}^* \tau_i d\Gamma_{pi} + \int_{\Gamma_M} u_{33}^* \sigma_i d\Gamma_{bi} \right\} \quad (6)$$

Após o cálculo das integrais pertencentes a representação integral dos deslocamentos um sistema de equações algébricas pode ser escrito como:

$$\underline{U} = \underline{L} \underline{T} \quad (7)$$

$\underline{U}, \underline{T}$: são os vetores que contêm os deslocamentos e forças de superfície nodais discretizados na superfície do semi-espaco e das estacas.

\underline{L} : é a matriz de correlação entre \underline{U} e \underline{T} .

As linhas da matriz \underline{L} referente aos três nós do fuste e o quarto da base da estaca k são representadas por:

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ u_{mi} \\ \vdots \\ u_p \\ u_{p1} \\ u_{p2} \\ u_{p3} \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & b_{mi} & \dots & b_{mp} & b_{m,p1} & b_{m,p2} & b_{m,p3} & \dots \\ \vdots & \vdots \\ b_{qi} & b_{qp} & b_{q,p1} & b_{q,p2} & b_{q,p3} & \dots & \vdots \\ b_{ri} & b_{rp} & b_{r,p1} & b_{r,p2} & b_{r,p3} & \dots & \vdots \\ \dots & b_{si} & \dots & b_{sp} & b_{s,p1} & b_{s,p2} & b_{s,p3} & \dots \\ b_{ti} & b_{tp} & b_{t,p1} & b_{t,p2} & b_{t,p3} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ p_{mi} \\ \vdots \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \sigma \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (8)$$

Conforme [3],[5] o sistema algébrico (8), após a incorporação das relações constitutivas das estacas, pode ser escrito apenas em função dos deslocamentos do topo da estaca, isto é:

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ u_{mi} \\ \vdots \\ u_p \\ u_p \\ u_p \\ u_p \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & b_{mi} & \dots & b_{mp} & b_{m,p1} & b_{m,p2} & b_{m,p3} & \dots \\ \vdots & \vdots \\ b_{qi} & \Psi_1 & b_{q,p1} & b_{q,p2} & b_{q,p3} & \dots & \vdots \\ b_{ri} & b_{rp} & \Psi_2 & b_{r,p2} & b_{r,p3} & \dots & \vdots \\ \dots & b_{si} & \dots & b_{sp} & b_{s,p1} & \Psi_3 & b_{s,p3} & \dots \\ b_{ti} & b_{tp} & b_{t,p1} & b_{t,p2} & \Psi_4 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ p_{mi} \\ \vdots \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \sigma \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\Psi_i = b_{q,pi} - f_i \quad (10a)$$

Onde as funções f_i são explicitadas no anexo A1.

A tensão no topo de cada estaca é obtida pela carga divisão da carga total mobilizada pela respectiva estaca dividida pela área transversal, isto é:

$$\sigma_E = C_1 \tau_1 + C_2 \tau_2 + C_3 \tau_3 + C_4 \sigma \quad (11)$$

Onde os coeficientes C_i estão expressos no apêndice A2.

Fazendo-se a multiplicação de cada termo de (11) por sua respectiva linha da inversa de (10) seguida da combinação linear entre as linhas, o sistema algébrico pode ser alterado para:

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \\ \vdots \\ \sigma_E^k \\ \vdots \\ \sigma_E^p \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & a_{1k}^* & \cdots & a_{1p}^* \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} & a_{2k}^* & & a_{2p}^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & a_{nk}^* & \cdots & a_{np}^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{k1}^* & a_{k2}^* & & a_{kn}^* & a_{kk}^* & & a_{kp}^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{p1}^* & a_{p2}^* & \cdots & a_{pn}^* & a_{pk}^* & \cdots & a_{pp}^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \\ \vdots \\ u_p^k \\ \vdots \\ u_p^p \end{pmatrix} \quad (12)$$

Com isso, a dimensão do sistema algébrico inicial é reduzido ficando apenas dependente dos nós discretizados na interface elemento de união, topo das estacas e o solo.

Para que as incógnitas do problema sejam determinadas ainda é necessário escrever-se a representação algébrica que recebe contribuição dos parâmetros elásticos advindos do elemento de união do grupo de estacas. Em muitos casos correntes de engenharia tal elemento tem uma rigidez elevada, obtida através de um módulo de elasticidade finito e de um aumento da espessura até atingir-se a mesma ordem de grandeza das duas outras direções, portanto, constituindo-se um elemento tridimensional. Neste trabalho a elevação da rigidez é obtida no sentido inverso do anterior, isto é, tem-se o elemento de pequena espessura e com um módulo de elasticidade elevado, portanto, pertencendo à categoria dos elementos de superfície, mais especificamente às placas.

A rigidez elevada confere à placa essencialmente movimentos de corpo rígido, de forma que o sistema algébrico (12) pode ser escrito apenas em função de um deslocamento vertical, isto é:

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \\ \vdots \\ \sigma_E^k \\ \vdots \\ \sigma_E^p \end{pmatrix} = u_p \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & a_{1k}^* & \cdots & a_{1p}^* \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} & a_{2k}^* & & a_{2p}^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & a_{nk}^* & \cdots & a_{np}^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{k1}^* & a_{k2}^* & & a_{kn}^* & a_{kk}^* & & a_{kp}^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{p1}^* & a_{p2}^* & \cdots & a_{pn}^* & a_{pk}^* & \cdots & a_{pp}^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

As incógnitas relativas às reações do solo e as tensões de contato placa-estaca podem ser expressas em função da somatória das linhas da matriz L^{-1} do sistema (13), a saber:

$$P_m = u_p \sum_{j=1}^{Nnos} L_{mj}^{-1} \quad (13a)$$

$$\sigma_i = u_p \sum_{j=1}^{Nnos} L_{ij}^{-1} \quad (13b)$$

Onde $Nnos$ é o número de nós discretizados na superfície do semi-espaco mobilizado.

O deslocamento vertical de corpo rígido u_p pode ser escrito em função de matrizes de coeficientes conhecidos assim como do vetor de forças de superfície prescritos, que contém o carregamento externo aplicado.

Com isso, ficam determinadas as incógnitas relativas às reações do solo e tensão normal de contato placa-estaca e através do sistema (13) os deslocamentos são também determinados.

INTEGRAÇÃO ANALÍTICA NA ESTACA QUASE-SINGULAR

Um outro aspecto incorporado por este trabalho tange quanto ao tipo de integração implementado na análise. Este tipo de estudo foi aplicado por [4] à análise de interação placa-estaca-solo em casos que as estacas têm comportamento de corpo de rígido. No presente trabalho a técnica é aplicada em casos de estacas axialmente flexíveis.

A técnica consiste em resolver as integrais analiticamente, incorporando algumas hipóteses, principalmente, na ocorrência de pontos fonte e campo posicionados na mesma estaca e são mostradas sucintamente na seqüência.

(a) O elemento de contorno é coincidente com o eixo longitudinal da estaca e as tensões de cisalhantes atuantes no fuste em local geométrico formado por um tubo cilíndrico com diâmetro igual ao da estaca.

A partir dessa hipótese conclui-se que não têm singularidades presentes, uma vez que a menor distância entre o pontos fonte e campo é o raio da estaca. Com isso, as integrais sobre a estaca podem ser calculadas analiticamente. Convém notar que quando o ponto fonte está distante da estaca a ser integrada, a interferência do raio da estaca na distância final pode ser desprezada e, portanto, tendo o mesmo efeito de tensões cisalhantes coincidentes com o eixo longitudinal da estaca.

O primeiro termo de (6) para uma estaca genérica pode ser escrito como:

$$\int_{\Gamma_p} u_{33}^* \tau d\Gamma_p = \tau_1 \int_{\Gamma_p} u_{33}^* \theta_{p1} d\Gamma_p + \tau_2 \int_{\Gamma_p} u_{33}^* \theta_{p2} d\Gamma_p + \tau_3 \int_{\Gamma_p} u_{33}^* \theta_{p3} d\Gamma_p \quad (14)$$

Cada integral contribuinte ao longo da estaca pode ser expressa em termos de uma função que tem como argumentos (ζ^2, ζ, c) , que compõem as funções interpoladoras (5).

$$\tau_m \int_{\Gamma_p} u_{33}^* \theta_{pm} d\Gamma_p = \tau_m \int_{\Gamma_p} f(\zeta^2, \zeta, c) d\Gamma_p \quad (15)$$

$$\int u_{33}^* c d\zeta = k_1 c \left\{ (k_3 + 1) \ln(R_1 - R_3) + (k_2 + k_3) \ln(R_2 + R_4) + \frac{R_3}{R_1} - k_3 \frac{R_4}{R_2} + \right. \\ \left. 2 \frac{r_o^2 \eta_2 + \eta_2^2 \eta_1 + \eta_2^2}{r_o^2 R_2} + R_2 \left[\frac{-2R_4 \eta_2 (r_o^2 + 4\eta_2^2)}{r_o^2 R_2^2} + 2 \frac{r_o^2 R_4 \eta_2 - 3r_o^2 \eta_2^2 - 2R_4 \eta_2^2}{r_o^2 R_2^4} \right] \right\} \quad (16)$$

$$\int u_{33}^* \zeta d\zeta = k_1 \left\{ k_3 \left[R_1 + \eta_2 \ln(R_1 - R_3) \right] + k_3 \eta_2 \ln(R_2 + R_4) + \eta_2 \ln(R_1 - R_3) + \right. \\ \left. k_2 \left[R_2 - \eta_2 \ln(R_2 + R_4) \right] + R_1 \left[1 - \frac{-r_o^2 + \eta_1 \eta_2 - \eta_2^2}{R_1^2} \right] + k_3 R_2 \left[1 + \frac{r_o^2 + \eta_1 \eta_2 + \eta_2^2}{R_2^2} \right] + \right. \\ \left. 2 \frac{r_o^2 \eta_1 \eta_2 - r_o^2 \eta_2^2 - \eta_1 \eta_2^3 - \eta_2^4}{r_o^2 R_2} + 2 \frac{r_o^4 \eta_1 \eta_2 - 5r_o^4 \eta_2^2 - 13r_o^2 \eta_1 \eta_2^3 - r_o^2 \eta_2^4 + 4\eta_1 \eta_2^5 + 4\eta_2^6}{r_o^2 R_2^3} + \right. \\ \left. \frac{2}{r_o^4 R_2} \left(-r_o^4 \eta_1 \eta_2 + 14r_o^4 \eta_2^2 + 13r_o^2 \eta_1 \eta_2^3 + 13r_o^2 \eta_2^4 + 8\eta_1 \eta_2^5 + 8\eta_2^6 \right) - 4\eta_2 \ln(R_2 + R_4) \right\} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
\int u_{33}^* c^2 d\zeta = & k_1 \left\{ -2\eta_2 R_2 + \frac{k_3}{2} \ln \left[\left[R_1 - R_3 \right]^{(2\eta_1^2 - r_o^2)} \left[(R_2 + R_4)(R_1 - R_3) \right]^{1/k_3} \right]^{(2\eta_1^2 - 3r_o^2)} \right\} + \\
& \frac{k_2}{2} \left\{ (\eta_1 - 3\eta_2) R_2 + (2\eta_2^2 - r_o^2) \ln(R_2 + R_4) \right\} + \frac{R_1}{2} \left[(\eta_1 + 3\eta_2) + 2 \frac{r_o^2 \eta_1 + r_o^2 \eta_2 - \eta_1 \eta_2^2 - \eta_2^3}{R_1^2} \right] + \\
& \frac{k_3}{2} R_2 \left[(\eta_1 - 3\eta_2) + 2 \frac{r_o^2 \eta_1 - r_o^2 \eta_2 - \eta_1 \eta_2^2 - \eta_2^3}{R_2^2} \right] + \frac{\eta_2^5 - r_o^4 \eta_2 - 3r_o^2 \eta_1 \eta_2^2 + \eta_1 \eta_2^4}{r_o^2 R_2} + \frac{k_3 R_1}{2} (\eta_1 + \\
& 3\eta_2) + R_2 \left[6r_o^6 \eta_2 + 2 \frac{(6r_o^2 \eta_2 + 28r_o^4 \eta_1 \eta_2^2 - 29r_o^4 \eta_2^3 - 25r_o^2 \eta_1 \eta_2^4 - 25r_o^2 \eta_2^5 - 8\eta_1 \eta_2^6 - 8\eta_2^7)}{r_o^4 R_2^2} \right] + \\
& \left[2 \frac{r_o^6 \eta_2 - 7r_o^4 \eta_1 \eta_2^2 + 12r_o^4 \eta_2^3 + 25r_o^2 \eta_1 \eta_2^4 + 9r_o^2 \eta_2^5 - 4\eta_1 \eta_2^6 - 4\eta_2^7}{r_o^4 R_2^3} \right] - 36\eta_2^2 \ln(R_2 + R_4) \left\} \quad (18)
\end{aligned}$$

Onde η_1, η_2 são as coordenadas cartesianas da profundidade dos pontos fonte e campo, respectivamente.

c é o termo independente das funções interpoladoras das tensões cisalhantes dadas em (5).

$r_o, R_1, R_2, R_3, k_1, k_2, k_3$ são expressos no apêndice A3.

EXEMPLOS NUMÉRICOS

Os problemas que foram submetidos a um análise numérica para este trabalho constam de dois grupos de estacas contendo quatro no primeiro e duas estacas no segundo. Os resultados são apresentados em termos de um parâmetro λ que expressa uma rigidez adimensional e em função de uma relação α envolvendo o carregamento aplicado e as constantes elásticas do solo e as características geométricas da estaca dados por:

$$\lambda = \frac{E_p}{G_s} \quad (19)$$

$$\alpha = \frac{P}{G_s W D} \quad (20)$$

Onde E_p, D, W são o módulo de elasticidade longitudinal, diâmetro da estaca e o deslocamento vertical no topo da estaca, respectivamente.

G_s, P são o módulo de elasticidade transversal do solo e o carregamento aplicado no conjunto.

As dimensões da placa de união juntamente com a locação das estacas na mesma estão indicadas na figura 3.

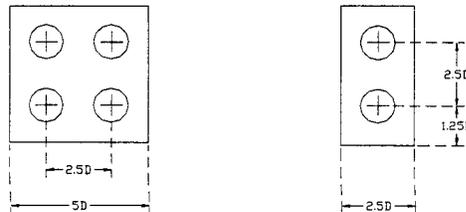


Figura3 -Dimensões das placas de união e locação das estacas nas mesmas.
Os resultados da análise estão indicados nas figuras 4 e 5.

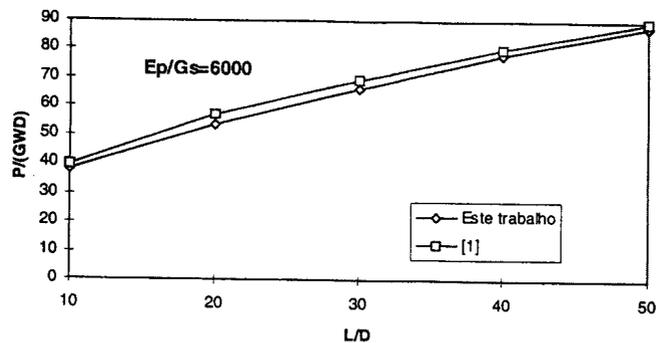


Figura 4- Relação carga-deslocamento para um grupo com quatro estacas.

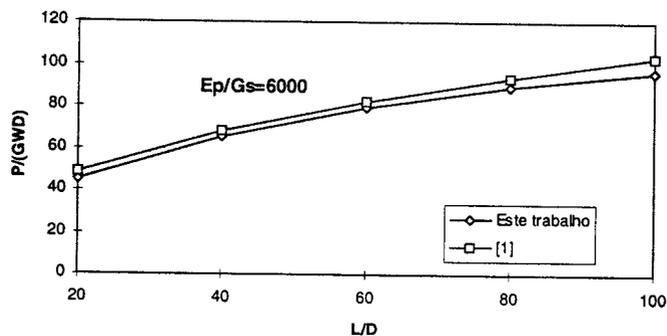


Figura 5- Relação carga-deslocamento para um grupo com duas estacas.

CONCLUSÕES

Uma formulação para problemas em regime elástico linear, envolvendo a interação de estacas flexíveis capeadas por uma placa rígida utilizando o método dos elementos de contorno é apresentada. Uma das vantagens da formulação é incorporar o comportamento da flexibilidade da estaca utilizando apenas um elemento linear com 4 pontos nodais, o que promove um menor esforço e tempo de resolução problema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] POULOS, H. G. & DAVIS, E. H. *Pile foundation analysis and design*. John Wiley & Sons, New York, 1980.
- [2] BUTTERFIELD R.; BANERJEE P. K., *The problem of pile group-pile cap interaction*, *Geotechnique* vol. 21, n.2, 1971.

[3] PAIVA, J. B.. *Formulação do método dos elementos de contorno para análise da interação solo-estrutura*. São Carlos. Tese (livre-docência), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1993.

[4] PAIVA, J. B. & TRONDI, *A simplified BEM analysis of pile groups*, In: Proc. 3rd Internacional Conference on Computational Structures, Budapest, 1996.

[5] MENDONÇA, A. V. & PAIVA, J. B., *Sobre a flexibilidade axial das estacas no comportamento estaca-solo via o método dos elementos de contorn.*, In: XXVIII Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural. São Carlos, SP, Brasil, 1997.

APÊNDICE A1

$$f_1 = K_f \left(\frac{1}{4} \eta - \frac{3}{8} \eta^4 + \frac{3}{4} \eta^3 - \frac{1}{2} \eta^2 \right)$$

$$f_2 = K_f \left(\frac{3}{4} \eta^4 - \eta^3 \right)$$

$$f_3 = K_f \left(\frac{3}{4} \eta - \frac{3}{8} \eta^4 + \frac{1}{4} \eta^3 \right)$$

$$f_4 = K_b \eta$$

$$K_f = \frac{2L^2}{E_p R_b}$$

$$K_b = \frac{L}{E_p}$$

Onde L , E_p são o comprimento e módulo de elasticidade longitudinal da estaca, respectivamente.

η assume os valores 0, 1/3, 2/3, 1 quando o ponto fonte estiver sobre os 3 nós do fuste e sobre o nó da base, respectivamente.

APÊNDICE A2

$$C_1 = \frac{L}{2R_b}, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = \frac{3L}{2R_b}, \quad C_4 = 1$$

Onde L , R_b são o comprimento e o raio da base da estaca, respectivamente.

APÊNDICE A3

$$r_i = x_{ip} - x_{is}, \quad i=1,2,3;$$

$$R_1 = (r_j r_j)^{1/2}, \quad j=1,2,3;$$

$$R_3 = x_{3s} - x_{3p};$$

$$R_4 = x_{3s} + x_{3p};$$

$$R_2 = (r_1^2 + r_2^2 + R_4^2)^{1/2};$$

$$r_o = (r_i r_i)^{1/2}, \quad i=1,2;$$

$$k_1 = \frac{1}{16\pi G(1-\nu)};$$

$$k_2 = 8(1-\nu)^2 - (3-4\nu);$$

$$k_3 = 3-4\nu$$

Onde x_{ip} , x_{is} são as coordenadas cartesianas nas três direções dos pontos fonte e campo, respectivamente.

G , ν são o módulo de elasticidade transversal e o coeficiente de Poisson do solo, respectivamente.

APÊNDICE A4

A solução fundamental em deslocamentos para uma carga unitária aplicada na coordenada cartesiana, segundo a direção vertical η_1 , do ponto fonte e com resposta, na direção vertical η_2 , no ponto campo, é dada por:

$$u_{33}^* = \frac{1-\nu}{2\pi G r_o} \quad (\text{Boussinesq});$$

$$u_{33}^* = k_1 \left(\frac{k_3}{R_1} + \frac{k_2}{R_2} + \frac{R_3^2}{R_1^3} + \frac{k_3 R_4^2 - 2\eta_1 \eta_2}{R_2^3} + \frac{6\eta_1 \eta_2 R_3^2}{R_2^5} \right) \quad (\text{Mindlin})$$

Onde as constantes estão indicadas no apêndice A3.