

SIMULACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS DEL CALENTAMIENTO NO NUCLEAR DE UN REACTOR DE DISEÑO COMPACTO

Mariano I. Cantero, Juan E. Martín, Enzo A. Dari, Gustavo C. Buscaglia
Centro Atómico Bariloche e Instituto Balseiro, 8400 Bariloche, Argentina

RESUMEN

Describimos la simulación del flujo en convección natural en el interior de un reactor nuclear compacto en fase de precalentamiento. Para la misma fue necesario realizar importantes modificaciones a un programa de fluidodinámica pre-existente. En particular, se homogeneizaron regiones mediante una formulación de medio "poroso" equivalente, con intercambio de momento y energía entre el fluido y el sólido "distribuido". Con esta formulación, también utilizada en el modelado de solidificación de aleaciones, resulta posible representar la dinámica de todo el primario del reactor con más realismo que con los programas usuales unidimensionales y sin el costo computacional de modelar todos los detalles geométricos.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo presentamos una formulación de elementos finitos apropiada para la simulación de grandes dispositivos de intercambio de calor. La compleja geometría de los dispositivos tecnológicos hace imposible la modelación de todos los detalles en forma directa, pero tampoco puede omitirse, ya que en ellos se concentra gran parte de la pérdida de carga y de la transferencia de calor, además de ocupar muchas veces una fracción importante del volumen. La alternativa apropiada es su homogeneización como una "fase" sólida dispersa, típica en la simulación de la solidificación de aleaciones.

La formulación presentada, que sigue a las Refs. [4, 7], ha sido tratada con elementos finitos estabilizados mediante una formulación SGS (Sub-Grid Scales, [5]) introducida recientemente por Codina [2]. Se consideran efectos de convección natural, de transferencia de calor a los sólidos estructurales (modelados y homogeneizados) y a través de los mismos, llegándose a una simulación realista de un reactor nuclear de tipo compacto en fase de precalentamiento no nuclear.

ECUACIONES GENERALIZADAS DE MASA, MOMENTO Y ENERGÍA

Consideremos una región compuesta por dos fases, una sólida y una fluida, cuyos tamaños representativos son mucho menores que el del dominio que se pretende modelar. Nos interesa encontrar ecuaciones promediadas espacialmente, que modelen el comportamiento macroscópico de ambas fases sin necesidad de simular las pequeñas escalas.

Definiciones

En lo que sigue dV representa la región en la que se realiza el promedio espacial y contiene las dos fases, la fluida (supuesta de densidad constante ρ_f en dV) y la sólida. El tamaño de dV es suficientemente chico como para tener una variación continua de las cantidades promediadas pero suficientemente grande como para obtener valores promedios representativos de las propiedades de la región. ddV es una porción diferencial de dV , A_{sf} es el área interfacial y \vec{n} es la normal a A_{sf} con sentido hacia la fase fluida.

Si ϕ_f es una propiedad del fluido definimos su promedio intrínseco en el fluido como

$$\bar{\phi}_f = \frac{1}{g_f dV} \int_{dV} \gamma_f \phi_f ddV \quad (1)$$

donde γ_f es la distribución de fluido, que vale 1 en la región fluida y 0 en la sólida; además se define la fracción de fluido

$$g_f = \frac{1}{dV} \int_{dV} \gamma_f dV = \frac{dV_f}{dV} \quad (2)$$

donde dV_f es el volumen de fluido dentro de dV .

En el caso que nos interesa la fase sólida está inmóvil, como así también la interfase sólido-fluido. En este caso utilizaremos, para velocidad, el siguiente promedio (escrito aquí para una propiedad genérica ϕ_f)

$$\bar{\phi}_f = g_f \bar{\phi}_f \quad (3)$$

Conservación de la masa

Considerando las densidades ρ_f y ρ_s conocidas, la conservación de la masa de sólido es automática de su condición de reposo, mientras que para el fluido la ecuación correspondiente es

$$\text{div } \bar{u}_f = 0 \quad (4)$$

o, lo que es lo mismo, $\text{div} (g_f \bar{u}_f) = 0$. Preferimos partir de la ecuación (4) y utilizar como incógnita computacional \bar{u}_f , ya que esta ecuación coincide con la utilizada en flujo incompresible.

Conservación de momento

Para la fase sólida como hemos dicho asumiremos un comportamiento rígido e inmóvil, por lo que esta ecuación también es trivial. Para la fase fluida resulta

$$\begin{aligned} \rho_{0f} \left[\frac{\partial \bar{u}_f}{\partial t} + (\bar{u}_f \cdot \nabla) \bar{u}_f \right] = & -g_f \nabla \bar{p}_f + \text{div} (2\mu \nabla^s \bar{u}_f) - \rho_{0f} \sigma \bar{u}_f + \\ & + \frac{\rho_{0f}}{g_f} (\nabla g_f \cdot \bar{u}_f) \bar{u}_f - g_f (\bar{\rho}_{0f} - \rho_f) \bar{g} \end{aligned} \quad (5)$$

El término $\sigma \bar{u}_f$ modela la fricción con la fase sólida, siendo $\sigma = \nu (C_D + C_F \mathbf{1} | u |)$, donde σ es un tensor de rango 2, C_D y C_F son constantes empíricas, la primera correspondiendo a un modelo de Darcy (posiblemente anisotrópico) y la segunda al modelo de Forchheimer [10, 8]. Notar también la aproximación de Boussinesq para las fuerzas boyantes.

La velocidad de transporte en el término de inercia es \bar{u}_f , la genuina velocidad media del fluido. Está claro que el flujo puede acelerarse sin que \bar{u}_f varíe, por el solo efecto de gradientes de g_f . Este fenómeno está implícito en el término $\frac{\rho_{0f}}{g_f} (\nabla g_f \cdot \bar{u}_f) \bar{u}_f$, esencial para que el modelo en flujo no viscoso satisfaga el principio de Bernoulli y para que la solución hidrostática en el fluido satisfaga las ecuaciones. Hacemos estas menciones porque son fundamentales en flujos de inercia no despreciable, mientras que en flujos subterráneos dicho término es seguramente de menor importancia y de hecho está ausente en modelos recientes [9].

Conservación de la energía

Comencemos con la fase fluida, que incluye términos convectivos ausentes en la fase sólida. Para ella, la ecuación promediada es

$$g_f \rho_{0f} c_{pf} \left[\frac{\partial \bar{T}_f}{\partial t} + \bar{u}_f \cdot \nabla \bar{T}_f \right] = \text{div} [(\rho_{0f} c_{pf} \alpha_d + k_f) \nabla \bar{T}_f] + H \frac{A_{sf}}{dV} (\bar{T}_s - \bar{T}_f) \quad (6)$$

donde T_f es la temperatura del fluido, c_{pf} su calor específico, k_f su conductividad térmica y se ha asumido que la única transferencia térmica se realiza con el sólido distribuido, considerando un coeficiente de transferencia H y un área de intercambio por unidad de volumen $\frac{A_{sf}}{dV}$. El coeficiente α_d modela la dispersión térmica causada por las diferencias entre los campos promediados de velocidad y temperatura y los verdaderos valores microscópicos.

La ecuación para la fase sólida resulta entonces

$$g_s \rho_s c_{ps} \frac{\partial \bar{T}_s}{\partial t} = \text{div} (k_s \nabla \bar{T}_s) + H \frac{A_{sf}}{dV} (\bar{T}_f - \bar{T}_s) \quad (7)$$

ASPECTOS NUMÉRICOS

Método de elementos finitos

El problema a resolver consta de 5 campos como incógnitas principales, a saber \tilde{u}_f , la velocidad del fluido, \tilde{p}_f , su presión, y las temperaturas de las fases \tilde{T}_f y \tilde{T}_s . Las diferentes ecuaciones se resolvieron siguiendo un esquema desacoplado, en el cual en primer lugar se resuelven las ecuaciones de masa y momento del fluido (acopladas entre sí), luego la ecuación de energía del fluido, y finalmente la ecuación de energía del sólido distribuido.

Las formulaciones estabilizadas adoptadas son, con notación standard:

Momento del fluido

$$\int_{\Omega} \mathcal{M}(u_h^{n+1}) \cdot v_h \, d\Omega + a(u_h^{n+\theta}, v_h) - (g_f^{n+1} p_h^{n+\theta}, \operatorname{div} v_h) - (p_h^{n+\theta} \nabla g_f^{n+1}, v_h) + \sum_{k \in \mathcal{T}_h} \tau_1 \int_k \mathcal{R}(u_h^{n+1}, p_h^{n+1}) \cdot \mathcal{P}_1(v_h) \, dk + \sum_{k \in \mathcal{T}_h} \delta \int_k \operatorname{div}(u_h^{n+\theta}) \operatorname{div}(v_h) \, dk = 0 \quad (8)$$

donde

$$\mathcal{M}(u_h^{n+1}) = \rho \frac{u_h^{n+1} - u_h^n}{\Delta t} + \rho(u_h^* \cdot \nabla) u_h^{n+\theta} + \rho \left[\sigma - \frac{1}{g_f^{n+1}} (\nabla g_f^{n+1} \cdot u_h^*) \right] u_h^{n+\theta} - f \quad (9)$$

$$a(\tilde{u}_h^{n+\theta}, v_h) = \int_{\Omega} 2\mu \nabla^s u_h^{n+\theta} : \nabla^s v_h \, d\Omega \quad (10)$$

$$(f, g) = \int_{\Omega} f g \, d\Omega, \quad \mathcal{R}(u_h^{n+1}, p_h^{n+1}) = \mathcal{M}(u_h^{n+1}) + g_f^{n+1} \nabla p_h^{n+1} \quad (11)$$

y

$$\mathcal{P}_1(v_h) = (u_h^* \cdot \nabla) v_h - \lambda_{\text{sgs}} \sigma v_h \quad (12)$$

Observemos que el término $\operatorname{div}(2\mu \nabla^s(\cdot))$ no se incluye en \mathcal{R} ni en \mathcal{P}_1 debido a que se utilizan interpolantes lineales.

Masa del fluido

$$(q_h, \operatorname{div} u_h^{n+\theta}) + \sum_{k \in \mathcal{T}_h} \frac{\tau_1}{\rho} \int_k \mathcal{R}(u_h^{n+1}, p_h^{n+1}) g_f^{n+1} \nabla q_h \, dk = 0 \quad (13)$$

Los parámetros de estabilización que hemos implementado son

$$\tau_1 = \frac{1}{\frac{4\nu}{h^2} + \frac{2|u^*|}{h} + \sigma_h} \quad (14)$$

$$\delta = 4\mu + 2|u^*| h \rho \quad (15)$$

Energía del fluido

$$\int_{\Omega} g_f^{n+1} \rho c_p \left(\frac{T_f^{n+1} - T_f^n}{\Delta t} + u^{n+\theta} \cdot \nabla T_f^{n+\theta} \right) v_h \, d\Omega + \int_{\Omega} \rho c_p H \frac{A_{sf}}{dV} T_f^{n+\theta} v_h \, d\Omega + \int_{\Omega} (\rho c_p \alpha_d + k) \nabla T_f^{n+\theta} \cdot \nabla v_h \, d\Omega + \sum_{k \in \mathcal{T}_h} \tau_{\tau} \int_k \mathcal{R}(T_f^{n+1}) \mathcal{P}(v_h) \, dk = \int_{\Omega} H \frac{A_{sf}}{dV} T_s^n v_h \, d\Omega \quad (16)$$

donde

$$\mathcal{R}(T_f^{n+1}) = \rho c_p g_f^{n+1} \left[\frac{T_f^{n+1} - T_f^n}{\Delta t} + \tilde{u}^* \cdot \nabla T_f^{n+\theta} \right] + H \frac{A_{sf}}{dV} (T_f^{n+\theta} - T_s^n) \quad (17)$$

y

$$\mathcal{P}(v_h) = u_h^* \cdot \nabla v_h - \lambda_T \frac{H}{\rho c_p} \frac{A_s f}{dV} v_h \quad (18)$$

$$\tau_T = \frac{1}{\frac{4(\rho c_p \alpha_d + k)}{\rho c_p h^2} + \frac{2|u^*|}{h} + \frac{H}{\rho c_p} \frac{A_s f}{dV}} \quad (19)$$

Energía del sólido distribuido

$$\int_{\Omega} g_s^{n+1} \rho_s c_{ps} \frac{T_s^{n+1} - T_s^n}{\Delta t} v_h d\Omega + \int_{\Omega} k_s \nabla T_s^{n+\theta} \cdot \nabla v_h d\Omega = \int_{\Omega} \left(Q + H \frac{A_s f}{dV} (T_f^{n+\theta} - T_s^n) \right) v_h d\Omega \quad (20)$$

Esta implementación no es incondicionalmente estable por la presencia de T_s^n en (16) y (20), pero esto se considera atrasado para garantizar conservación de energía y debe tenerse en cuenta el valor de Δt en el cálculo.

Algunas dificultades numéricas del modelo

Desde el punto de vista numérico el término adicional más relevante es $-\rho_0 f \sigma \bar{u}_f$ en (5), en la cual se comporta como un término de "reacción", convirtiendo esta ecuación en una de convección-difusión-reacción. Si bien se conoce razonablemente cómo estabilizar este tipo de ecuaciones [1, 6, 3], al acoplarse con la condición de incompresibilidad surgen serias dificultades. El método SGS en principio tiene en cuenta estos términos [2], pero como veremos en presencia de inhomogeneidades en σ esta estabilización no es suficiente.

Consideremos aquí como ilustración dos problemas simples de flujo en un recinto rectangular $\Omega = (0, 1) \times (0, 0.3)$, en el cual g_f es idénticamente uno. El primer problema supone que σ se incrementa linealmente con x_1 , $\sigma = \sigma_0 + m x_1$. Se imponen condiciones de flujo unidimensional, con $u_2 = 0$ en todo el borde y $u_1 = 1$ en el borde izquierdo. La solución exacta es, evidentemente, $u = (1, 0)$ y $p = \sigma_0(1 - x_1) + \frac{1}{2}m(1 - x_1^2)$ (omitimos el subíndice f ya que no hay sólido presente). A pesar de lo regular de la solución exacta, utilizando elementos lineales se observan errores considerables que aumentan a medida que se incrementan σ_0 y m . A través de varias pruebas hemos llegado a determinar que, tanto para el método SGS como para el SUPG-PGP, los parámetros adimensionales que determinan el comportamiento del método son:

$$a = \frac{\sigma_0 h^2}{5\frac{\mu}{\rho} + Uh}; \quad b = \frac{mh}{\sigma_0} \quad (21)$$

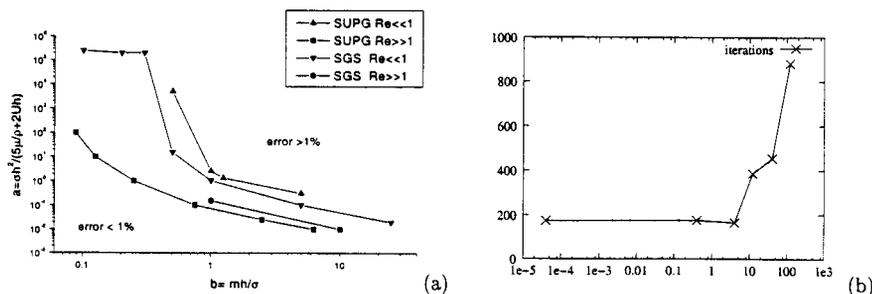


Figura 1: (a)-Representación paramétrica del error para el caso unidimensional, para los métodos SGS y SUPG, a distintas condiciones de número de Reynolds. (b)-Número de iteraciones para reducir el residuo en 10^{-4} en el caso bidimensional considerado.

En la Fig.1.a se muestran los límites para un error del 1%, en el plano paramétrico $a - b$. Superados este límite pueden observarse desviaciones de la velocidad de hasta un 30%, mientras

que la presión no es severamente afectada. Cabe destacar que estos problemas, previamente no reportados en la literatura, aparecen en otras formulaciones completamente diferentes tales como métodos de pasos fraccionados (R. Lohner, comunicación personal) y métodos mixtos P_2/P_1 (R. Codina, comunicación personal) al agregarse el término de fricción.

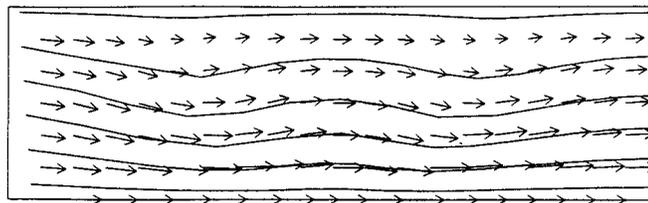


Figura 2: Solución de velocidad, para un caso bidimensional y de inercia despreciable, con $a < 1$

Los efectos de esta patología numérica se agravan en problemas bidimensionales. Si tomamos una distribución de σ continua, con una variación bilineal en una región trapezoidal (en $0.3 < x < 0.7$) el flujo resulta bidimensional, ver Fig.2. Para este problema tomamos una malla de 2800 nodos, en la cual al aumentarse σ se observan errores numéricos y un empeoramiento del condicionamiento de la matriz imposibilitando el uso de métodos iterativos. En la Fig.1.b se muestra el número de iteraciones en función de a_{\max} , el máximo valor de a en el dominio, para una dimensión del espacio de Krylov de 100. Puede verse que a partir de $a_{\max} \sim 10$ el número de iteraciones crece aceleradamente, no observándose convergencia para $a > 100$ aproximadamente.

RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados de la simulación del precalentamiento de un reactor nuclear. La simulación se realizó sobre un recinto que representa el recipiente de presión del reactor (RP), que por ser de diseño integrado incluye tanto al núcleo como a los generadores de vapor (GV). El núcleo del reactor tiene un diámetro de 1.56 m, una longitud de 1.95 m y un área de transferencia de 261m^2 . El RP pesa del orden de 100 ton y alberga en su interior unas 70 ton de metal y unos 45m^3 de agua. Existen 12 GV rodeados por una región ocupada por agua, el espacio "interGV". Se permite la circulación en el interGV a través de un huelgo, ver Fig.—refgeom-carem. Cada GV tiene un diámetro de 0.61 m, una longitud de 4.2 m y un área de transferencia de 273m^2 .

El problema consiste en la inyección de $10\text{m}^3/\text{h}$ de agua a una temperatura 80°C mayor que la del agua del reactor (inicialmente a 20°C), por un toroide de 0.04 m de diámetro que se encuentra debajo del GV, permitiendo la salida por otro toroide ubicado sobre el GV, ver Fig.3. La temperatura de referencia se alcanza aumentando linealmente la temperatura de entrada durante una hora, a partir del valor inicial del sistema.

En la simulación buscamos respetar las dimensiones y secciones transversales de los componentes y sus masas, así como los volúmenes de fluido. Debido al carácter 2D de la simulación idealizamos los GV y el espacio interGV como cilindros concéntricos.

Las regiones del núcleo y del GV las modelamos como un medio poroso, con un coeficiente de fricción σ isotrópico e independiente de la velocidad del fluido. El valor utilizado es menor al que correspondería debido a los problemas de convergencia descriptos ($a \sim 100$). El coeficiente de transferencia térmica H lo calculamos haciendo uso de la analogía de Reynolds, $H = \frac{f Re Pr^{1/3}}{8 D_h}$.

Utilizamos una malla no estructurada de 32842 elementos triangulares. Las regiones sólidas no porosas las representamos por una capa de elementos. La malla está refinada en las regiones del huelgo del inter GV y de la conexión entre la chimenea y los GV.

Las condiciones de contorno del problema para la velocidad son de simetría en el eje del RP ($x = 0 \forall y$), adherencia en el resto de los contornos mostrados en la Fig.3, velocidad impuesta

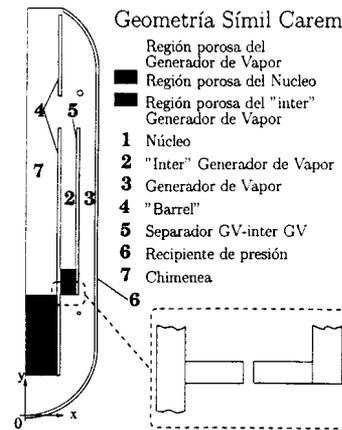


Figura 3: Geometría de la simulación Símil CAREM.

en la superficie inferior del toroide de entrada de agua y velocidad libre en el toroide de salida. Se impone también aislamiento térmico del dominio y el valor de la temperatura del agua de entrada.

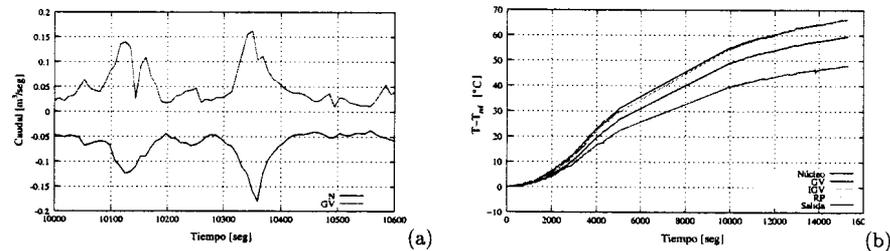


Figura 4: (a)-Detalle de los caudales en las regiones del núcleo (N) y del GV (GV). (b)-Evolución temporal de la temperatura media del agua en las diversas regiones del dominio.

El problema se corrió en 8 procesadores Pentium II (300 MHz) tardando del orden de 65 segundos por paso de tiempo, y un tiempo total de cálculo de 30 hs, para cinco horas de simulación. En ese tiempo la temperatura media del agua en el RP alcanza aproximadamente los $85^{\circ}C$. De las simulaciones se puede concluir que el problema está gobernado por las fuerzas boyantes, transformándose el jet de entrada en una pluma luego de recorrer sólo 0.15 m. Se establece entonces una circulación de convección natural cuyas características se pueden apreciar en las Fig.4.a y 5.a. En la Fig.4.b vemos la evolución de la temperaturas medias del agua en las diferentes regiones. El agua en el RP se calienta de manera más o menos uniforme, manteniéndose una diferencia de temperatura de $5^{\circ}C$ entre la región superior e inferior del RP. En la región inferior existe una estratificación parcial que es "barrida" periódicamente por grandes vórtices, ver Fig.5.a. El calentamiento del inter GV se produce principalmente por conducción a través de las paredes del inter GV y chimenea, sumado a una recirculación interna característica en cavidades. Finalmente, se presentan algunas soluciones de temperatura, Fig.5.b.

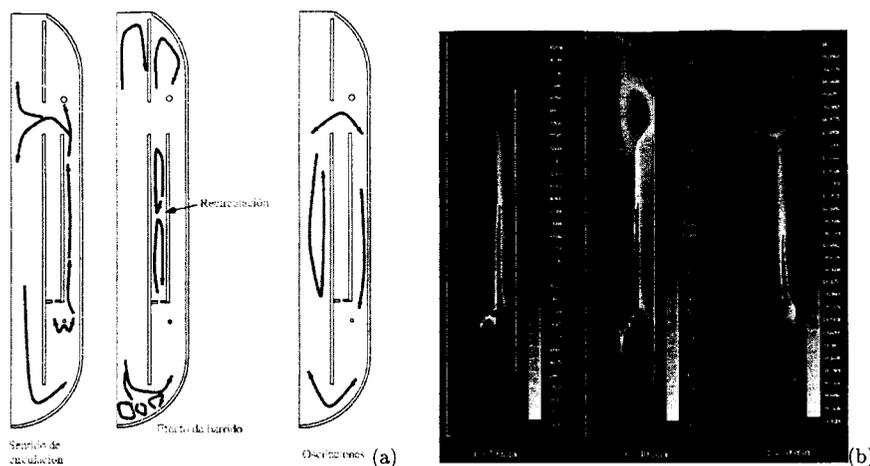


Figura 5: (a)-Mecanismos principales del flujo. Sentido de circulación en los distintos componentes, zonas de recirculación y de oscilaciones del flujo. (b)-Soluciones de temperatura. Se presentan de izquierda a derecha, las isotermas entre $1^{\circ} C$ y $3^{\circ} C$ ($t=20$ min), $5^{\circ} C$ y $8^{\circ} C$ ($t=40$ min) y $15^{\circ} C$ y $20^{\circ} C$ ($t=60$ min). Todos los valores corresponden a la diferencia respecto de la temperatura inicial

CONCLUSIONES

Se ha detallado una simulación del circuito primario completo de un reactor nuclear compacto en fase de precalentamiento no nuclear. Se reportaron las principales componentes del modelo numérico y método de elementos finitos, y algunas dificultades asociadas al mismo. Se discutieron los resultados en cuanto a una aplicación de la fluidodinámica computacional en dispositivos tecnológicos de transferencia de calor.

Los autores agradecen la financiación parcial de la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica a través del PICT 12-000982. Este trabajo se enriqueció con interesantes discusiones con S. Felicelli.

Referencias

- [1] R. Codina. Comparison of some finite element methods for solving the diffusion-convection-reaction equation. *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Engrg.*, 156:185-210, 1997.
- [2] R. Codina. A stabilized finite element method for generalized stationary incompressible flows. *Comp. Meth. Appl. Mech. and Engrg.*, submitted, 1999.
- [3] L. Franca, C. Farhat, M. Lesoinne, and A. Russo. Unusual stabilized finite element methods and residual free bubbles. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 27:159-168, 1998.
- [4] S. Ganesan and D. R. Poirier. Conservation of Mass and Momentum for the Flow of Interdendritic Liquid during Solidification. *Metall. Trans.*, 21B:173-181, 1990.
- [5] T. Hughes, G. Feijóo, L. Mazzei, and J.-B. Quincy. The variational multiscale method - a paradigm for computational mechanics. *Comp. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 166:3-24, 1998.

- [6] S. Idelsohn, N. Nigro, M. Storti, and G. Buscaglia. A Petrov-Galerkin formulation for advection-reaction-diffusion problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1996.
- [7] J. Ni and C. Beckermann. A Volume-Averaged Two-Phase Model for Transport Phenomena during Solidification. *Metall. Trans.*, 22B:349-361, 1991.
- [8] D. A. Nield and A. Bejan. *Convection in Porous Media 2da ed.* Springer-Verlag New York Inc , New York , 1999.
- [9] P. Nithiarasu, K. Seetharamu, and T. Sundararajan. Natural convective heat transfer in a fluid saturated variable porosity medium. *Int. J. Heat. Mass Transfer*, 40:3955-3967, 1997.
- [10] J. Reddy and D. Gartling. *The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics.* CRC Press, Inc. , London , 1994.