

## ANÁLISIS COMPUTACIONAL DE SUBENSAMBLAJES

### VIGA-COLUMNA

**Guillermo Etse**

*Departamento de Construcciones y Obras Civiles - Universidad Nacional de Tucumán  
Av. Roca 1800, C.C. 134,(4000) S. M. de Tucumán, Argentina  
CONICET*

**Ricardo H. Lorefice**

*Departamento de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías Univ. Nac. de Santiago del Estero,  
Av. Belgrano (S) N° 1912, (4200) Sgo. del Estero, Argentina*

**Marcelo Rubinstein - Oscar Moller**

*Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras (I.M.A.E.)-Universidad Nacional de Rosario  
Riobamba y Berutti, (2000) Rosario, Argentina*

### RESUMEN

El presente trabajo se refiere a la simulación computacional del comportamiento no lineal hasta la falla de subensamblajes viga-columna de hormigón armado bajo carga monotónica energéticamente equivalente a la acción sísmica. A nivel material se emplea un modelo continuo para hormigón basado en la teoría del flujo de la plasticidad cuya capacidad para predecir el comportamiento triaxial del hormigón ha sido demostrada en diversos trabajos anteriores ver Etse y Willam<sup>2</sup> y Lorefice y Etse<sup>10</sup>. Los resultados muestran la dramática variación del mecanismo de falla que gobierna la rotura de la unión viga-columna con respecto a la relación geométrica y a la rigidez flexional entre columna y viga. En ese sentido el criterio de diseño columna fuerte-viga débil conduce a un sistema de gran capacidad disipativa, caracterizado por un comportamiento estable de postpico. Adicionalmente los resultados demuestran la capacidad del modelo computacional para predecir el comportamiento de falla de sistemas de gran complejidad como los nudos viga-columna de hormigón armado.

### ABSTRACT

In this paper we analyze the failure behavior of beam-column connections of reinforced concrete under monotonic loads which are energetically equivalent to seismic action. At material level, we consider a continuous model for concrete based on the flow theory of plasticity. The capability of this model to predict the behavior of plain concrete under multiaxial states of stresses has been tested in different analysis, see Etse & Willam<sup>2</sup> and Lorefice & Etse<sup>10</sup>. The results show the dramatic variation of failure mechanism that govern the cracking of the beam-column connection with respect to the geometrical relationship and the flexural rigidity between beam and column. On this sense the design criterion, strong column-weak beam, leads to a system with great capacity to dissipate energy, characterized by a stable post-peak behavior. In addition, the results show the ability of the numerical model to predict the failure behavior of complex systems like reinforced concrete beam-column connections.

### INTRODUCCION

El diseño de pórticos de hormigón armado sismorresistentes se basa en la premisa fundamental de que la disipación energética del sistema durante acciones de historias de carga que incurrieran marcadamente en el régimen no lineal se desarrolla o localiza en los elementos sometidos a flexión dominante o vigas. Es evidente que el desarrollo de este mecanismo depende fuertemente de la integridad del nudo y de la columna. En otras palabras, la capacidad y rigidez de columna y nudo debe mantenerse en niveles lo suficientemente elevados durante el proceso de plastificación de las vigas, evitando así la formación anticipada de mecanismos en la columna.

En el caso de subensamblajes exteriores, el complejo comportamiento no lineal de los mismos se complica aún más por el tortuoso camino de las armaduras provenientes de la viga, las cuales mediante codos a 90° deben proveer un anclaje suficientemente rígido a la viga. La complejidad implícita y la incertidumbre en cuanto al

mecanismo que gobierna la falla de dichos subsensamblajes para relaciones geométricas y mecánicas variables entre viga y columna o nudo han sido motivo suficiente para la gran atención que ha despertado en la comunidad científica el estudio de tales sistemas. Desde el punto de vista computacional, el estudio de estos subsensamblajes es también muy complejo, no sólo por el marcado comportamiento no lineal de los materiales sino también por la gran cantidad de parámetros involucrados y por la fuerte inestabilidad numérica que se genera.

### FORMULACION CONSTITUTIVA PARA HORMIGON

La formulación constitutiva empleada en este estudio, el Modelo Extendido de Leon, se basa en la teoría no asociada de la plasticidad, incluyendo endurecimiento isotrópico en el régimen de prepico y una formulación basada en conceptos de Mecánica de Fractura para el caso de ablandamiento para describir el comportamiento de pospico, ver Etse<sup>1</sup> y Etse y Willam<sup>2</sup>. El criterio de falla, tanto para el caso de endurecimiento como ablandamiento se define como

$$F = \left[ \frac{(1-k^2)}{f_c^2} \left( p + \frac{\rho g(\theta)}{\sqrt{6}} \right)^2 + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\rho g(\theta)}{f_c} \right]^2 + \frac{k^2 m}{f_c} \left( p + \frac{\rho g(\theta)}{\sqrt{6}} \right) - k^2 c = 0 \quad (1)$$

en la cual  $p$ ,  $\rho$  y  $\theta$  denotan las coordenadas del espacio de tensiones de Haigh-Weestergard,  $f_c'$  representa la resistencia uniaxial a la compresión y la función  $g(\theta)$  describe la variación de la resistencia al corte  $\rho = \rho(\theta, e)$  como una función del ángulo de Lode y la excentricidad  $1/2 \leq e = \rho_i / \rho_c \leq 1$  en analogía con la aproximación elíptica del modelo de 5 parámetros de Willam-Wranke<sup>3</sup>, y se define en la forma

$$g(\theta) = \frac{4(1-e^2)\cos^2\theta + (2e-1)^2}{2(1-e^2)\cos\theta + (2e-1)\sqrt{4(1-e^2)\cos^2\theta + 5e^2 - 4e}} \quad (2)$$

El crecimiento de la superficie de carga es controlado por el parámetro  $k$ , el cual varía entre 0.1 y 1.0. El valor  $k = 0.1$  define el límite elástico inicial y el valor  $k = 1.0$  indica que la envolvente de falla ha sido alcanzada. La evolución del parámetro  $k$  a medida que se incrementan las deformaciones plásticas viene dada por la siguiente función elíptica

$$k = k(\kappa_h) = k_0 + (1-k_0)\sqrt{\kappa_h(2-\kappa_h)}, \quad \text{con } \kappa_h = \frac{1}{x_p} \lambda \|\mathbf{m}\| \quad (3)$$

El parámetro  $x_p$  es una medida de la ductilidad que introduce la dependencia del comportamiento en endurecimiento con el nivel de confinamiento. El comportamiento de pospico se describe a partir de la degradación de la resistencia a tracción  $\sigma_t$  expresada en función del parámetro de ablandamiento  $\kappa_f$ , el cual representa la variación del desplazamiento de ruptura entre Modo I y Modo II de falla como

$$\sigma_t = \sigma_t(\kappa_f) = f_t \exp\left\{ \frac{-5\kappa_f}{u_r} \right\}, \quad \text{con } \kappa_f = \frac{1}{x_f} \lambda \langle \mathbf{m}^p \rangle \quad (4)$$

En la expresión anterior,  $f_t$  es la resistencia uniaxial a la tracción,  $u_r$  el desplazamiento de ruptura en Modo I de falla,  $x_f$  es una medida de la ductilidad en ablandamiento y el símbolo  $\langle \cdot \rangle$  representa el operador de McAuley. Para reducir la dilatación volumétrica en la región de bajo confinamiento, se considera una regla de flujo no asociada la cual se expresa mediante una modificación del criterio de rotura en la forma

$$Q = \left[ (1-k) \left( \frac{p}{f_c} + \frac{\rho g(\theta)}{\sqrt{6} f_c} \right)^2 + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\rho g(\theta)}{f_c} \right]^2 + \frac{k^2}{f_c} \left( m_Q + m \frac{\rho g(\theta)}{\sqrt{6}} \right) - k^2 c = 0 \quad (5)$$

con una redefinición del parámetro de fricción como una función del nivel de confinamiento ver Etse y Willam<sup>2</sup>, en la forma  $m \rightarrow m_Q = m_Q(p)$ . De este modo, el grado de no asociatividad queda completamente definido para este modelo constitutivo.

Para la integración de las tensiones en incrementos finitos, el Modelo Extendido de Leon fue implementado según una estrategia directa y otra indirecta o multinivel. En el método directo, el proceso iterativo se reduce a la solución de la ecuación

$$F^{n+1}(\sigma^{n+1}, q^{n+1}) = F(\Delta\lambda^{n+1}) = 0 \quad (6)$$

en términos de la incógnita  $\Delta\lambda$ . Para la solución se emplea el método de Newton-Raphson con dirección constante, es decir, sin actualización de la dirección del flujo plástico durante la proyección de tensiones. En el método indirecto, la actualización de tensiones y de las variables de estado se realiza mediante dos procesos iterativos diferentes. Para la actualización de las tensiones, se aplica la (6) en el espacio cartesiano de tensiones considerando constantes las variables de estado. Estas últimas se actualizan mediante métodos de interpolación inversa de orden adaptable de acuerdo a lo propuesto por Etse y Willam<sup>4</sup>. Contrariamente a los esquemas iterativos, un esquema de interpolación conduce a soluciones que no dependen de los valores iniciales, lo que conlleva a una mayor estabilidad del proceso numérico. Por esta razón, para hallar la función de variables de estado actualizada  $q^{n+1}$ , se adopta un procedimiento que consiste en combinar una iteración de punto fijo (IPF) y una interpolación inversa de orden adaptable (IIOA). Este último esquema es el empleado en las simulaciones computacionales que se describen a continuación.

## ANÁLISIS NUMÉRICO

Se llevaron a cabo dos análisis numéricos distintos, utilizando en ambos el Modelo Extendido de Leon para modelar el hormigón y el modelo elastoplástico de von Mises para la armadura. En el primer grupo de ensayos se consideró la geometría de columna y viga indicada en la figura 1. La discretización de elementos finitos se realizó con elementos isoparamétricos bidimensionales Q4 para el hormigón y elementos de barra para el acero. El análisis numérico se llevó a cabo controlando los desplazamientos en el extremo de la viga y obteniendo mediante la simulación computacional la carga resultante en el mismo nodo. El segundo grupo de ensayos consistió en la simulación del test de extracción directa (pull-out test), empleando la misma geometría en la columna, pero variando la separación de apoyos a fin de estudiar la influencia en la respuesta de falla de la relación de rigideces entre viga y columna. En la figura 2 se muestra la geometría y condiciones de borde típica para uno de los casos estudiados.

En la figura 3 se muestra la respuesta carga-desplazamiento para el subensamble viga-clumna, considerando tres casos diferentes: ensayo con parámetros materiales normales (curva 1), columna con el doble de la armadura (curva 2) y finalmente disminución en los elementos de viga de un 25 % en el parámetro que controla la energía de fractura (3). Los resultados muestran que la respuesta hasta alcanzar la carga máxima tiene muy buena concordancia con los resultados experimentales en lo que respecta a la carga pico, apreciándose que en el caso de duplicación de la armadura de la columna sólo se obtiene una mayor rigidez inicial en el conjunto luego de la fisuración del hormigón. Esto no influye en la carga máxima, porque ésta está relacionada con la plastificación del extremo de la viga. En el caso de la disminución de la energía de fractura en un 25 % se produce una menor carga límite, con un comportamiento global de pospico que presenta un ablandamiento poco pronunciado, similar en todos los casos. En la figura 4 se observan las curvas carga-desplazamiento para el ensayo de extracción en hormigón simple, considerando diferentes separaciones entre apoyos y manteniendo el ancho de la cabeza de extracción constante para todos los casos. El análisis de los resultados indica que al aumentar la relación entre la separación de apoyos y el ancho de la cabeza del perno de extracción la respuesta es más dúctil, con un comportamiento en ablandamiento poco pronunciado, siendo también mucho menor la carga máxima alcanzada (curva (1), para valor  $D/H = 2$  de la relación). Un comportamiento totalmente diferente se aprecia en el caso en que la relación mencionada toma el valor 0.5, situación representada por la curva (3), donde se observa que la respuesta de falla es muy frágil y la carga máxima es aproximadamente 5 veces mayor que en el caso (1). La curva (2) muestra la respuesta para el caso en que la relación  $D/H = 1$ , situación intermedia a las anteriores.

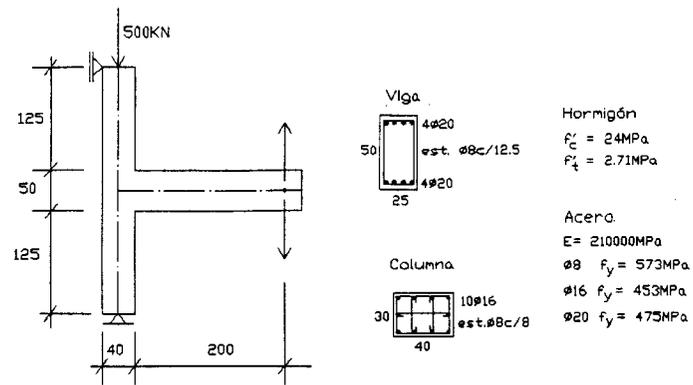


figura 1-Nudo viga-columna

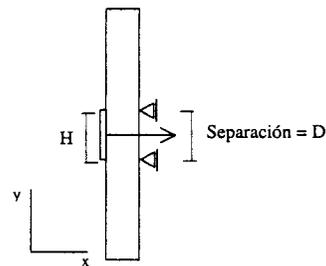


figura 2- Pull-Out test

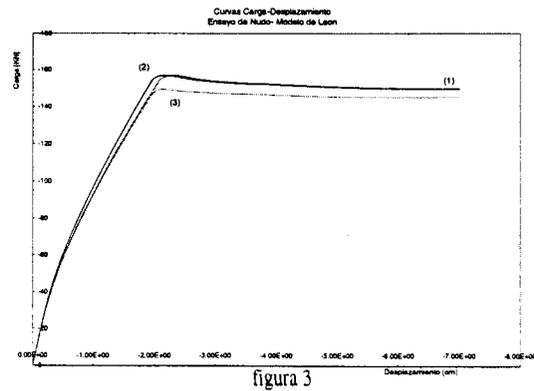


figura 3

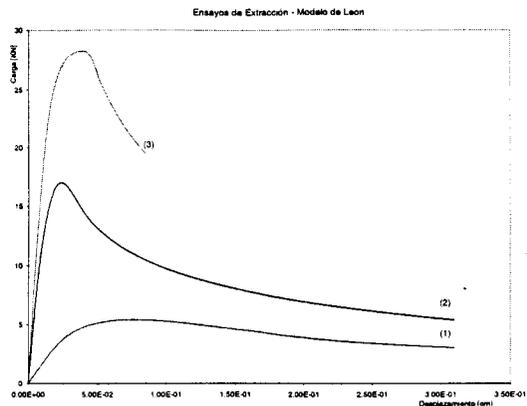
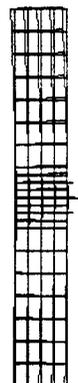


figura 4

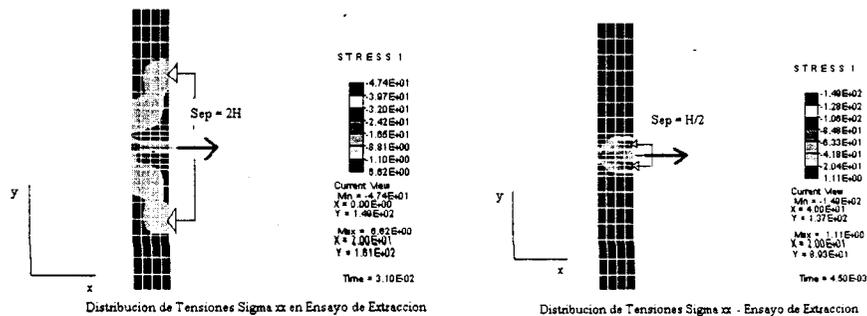


Deformada para D/H = 2



Deformada para D/H = 0.5

figura 5 – Deformadas en ensayo de extracción



Distribucion de Tensiones Sigma xx en Ensayo de Extracción

Distribucion de Tensiones Sigma xx - Ensayo de Extracción

figura 6 – Tensiones horizontales en ensayos de extracción

En la figura 5 se aprecia la deformada para los casos  $D/H = 2$  y  $D/H = 0.5$ . En la figura 6 se muestran las distribuciones de tensiones normales horizontales para estos mismos ensayos. En las mismas se aprecia claramente la formación del cono de falla generado por la cabeza de extracción en cada caso.

### CONCLUSIONES

Del análisis de la respuesta del ensayo de nudo, puede deducirse que la ductilidad del modo de falla es función de la capacidad de rotación plástica de la viga y/o columna, y la carga máxima es función de la resistencia asociada principalmente a la armadura longitudinal de la viga y/o columna. En cuanto al análisis del ensayo de extracción se deduce que la respuesta de falla y la carga pico dependen fuertemente de la relación  $D/H$ , presentándose un comportamiento estable y dúctil para valores altos de esta relación. A medida que ésta disminuye, se aprecia un importante diferencia en la forma de falla, produciéndose una rotura de tipo frágil y con un comportamiento en ablandamiento muy pronunciado.

### REFERENCIAS

- [1] Etse G., "Theoretische und numerische Untersuchung zum diffusen und lokalisierten Versagen in Beton" Ph.D.thesis, University of Karlsruhe, Germany, 1992.
- [2] Etse G. and Willam K., "A Fracture Energy Formulation for Inelastic Behavior of Plain Concrete". ASCE, J.Mech.Div., 120(9) 1983-2011, 1994.
- [3] Willam, K. y Warnke, E., "Constitutive Models for the Triaxial Behavior of Concrete", Int. Assoc. Bridge Struct. Proc., Vol. 19, 1975.
- [4] Etse G. and Willam K., "Integration Algorithms for Concrete Plasticity", Engineering Computations, 1994.
- [5] Casellas, Juan J. "Comportamiento Anelástico de Uniones Exteriores de Hormigón Armado Sismorresistente". Tesis de Magister en Ingeniería Estructural, 1993.
- [6] J. Ozbolt, Y. J. Li y R. Eligehausen., "3D Cyclic Fracture Analysis of Beam-Column Connections". Engineering Computations, 1996.
- [7] INPRES CIRSOC, Partes I y II. Normas argentinas para Construcciones Sismorresistentes.
- [8] J. Penzien y R. Clough, "Dynamics of Structures", McGraw Hill, 1975.
- [9] Hanson, N.W. y Corne, H.W., "Seismic Resistance of Reinforced Concrete Beam-Column Joints", Journal of the Structural Division, ASCE, Octubre 1967.
- [10] R. Lorefice y G. Etse, "Estudio de Predicciones Computacionales 3D de Procesos de Falla en Hormigón", ENIEF 97, publicado en Mecánica Computacional, Vol. XVIII, noviembre de 1997.
- [11] R. Lorefice y G. Etse, "Estrategias implícitas para la integración de ecuaciones constitutivas en modelos cohesivo-friccionales", MECOM 99, publicado en Mecánica Computacional, Vol. Especial en CD ROM, .
- [12] R. Lorefice, "Sobre Análisis Computacionales de Procesos de Falla 3D de Estructuras de Hormigón", Tesis de Magister en Ingeniería Estructural.