



EFFECTO DE LA NO LINEALIDAD FISICA DEL SUELO EN LA RESPUESTA SISMICA DE ESTRUCTURAS

Ricardo Daniel AMBROSINI

Profesor Adjunto, Universidad Nacional de Tucumán, Argentina.
Lola Mora 380. (4000) San Miguel de Tucumán, Tucumán, Argentina
Tel/Fax: 00-54-81-241338. E-mail: rnlabest@arcrde.edu.ar

Jorge Daniel RIERA

Profesor Titular, CPGEC, Univ. Fed. de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

Rodolfo Francisco DANESI

Director del Laboratorio de Estructuras, Univesidad Nacional de Tucumán, Argentina.
Muñecas 586, 1o A., (4000) San Miguel de Tucumán, Tucumán, Argentina

RESUMEN

El objetivo principal de este trabajo es contribuir a la cuantificación de los efectos de la no linealidad física del suelo sobre las variables más importantes del diseño sísmico de estructuras de edificios, tales como el esfuerzo de corte y momento flector en la base. Para tal fin se utilizó un modelo de suelo no lineal hipoeástico y un esquema aproximado de integración que permite emplear un modelo lineal de interacción suelo-estructura formulado en el dominio de la frecuencia. Dicho modelo de interacción está formado por un modelo general de vigas como modelo de estructura y un modelo de parámetros discretos para representar el suelo y el mecanismo de interacción. Dicho estudio está restringido a estructuras prismáticas fundadas sobre plateas rectangulares similares a la planta del edificio, localizadas sobre un plano arbitrario debajo del nivel de piso.

Los resultados obtenidos permiten obtener, en primera instancia, una aceleración pico del acelerograma de diseño, a partir de la cual la no linealidad física del suelo comienza a tener importancia relevante.

ABSTRACT

The main objective of this paper is to contribute to a quantification of the effect of the soil nonlinearity on the most important design variables in the seismic response of building structures with prismatic rectangular foundations. An hypoelastic soil model was used for this purpose jointly with an approximate integration method that allow to use a linear soil-structure interaction model in the frequency domain. In this SSI model a general beam formulation was adopted to represent the physical model of the structure and a lumped parameter model was adopted to represent the soil and the interaction mechanisms.

The results obtained suggest, at first, a peak ground acceleration of reference to take into account the non linearity of the soil in the dynamic analysis.

1. INTRODUCCION

Es un hecho de suma importancia y todavía hoy abierto al debate la influencia del comportamiento no lineal del suelo en el análisis de interacción suelo-estructura. Son muy escasos los trabajos en la literatura, en este tema, que tienen un modelo que represente fielmente dicha no linealidad física del suelo. En general, se utiliza la hipótesis del semiespacio homogéneo, isótropo y elástico. La utilización de un modelo no lineal de suelo, juntamente con un tratamiento integral del mismo que reconozca las tres fases que pueden

existir en dicho medio, requiere de un gran esfuerzo tanto teórico como computacional, incursionando en teorías y propuestas muy diversas y de difícil aprehensión, tales como: teoría de la plasticidad, métodos de descomposición en subdominios, acoplamiento entre los sistemas de ecuaciones del suelo con los de filtración del agua en el mismo (Modelos multifase), algoritmos de discretización temporal y esquemas de programación eficientes ya que el volumen de datos a manejar será muy grande.

Además de esto, otras razones mencionadas en la literatura a favor de los modelos lineales son: a) El análisis de interacción suelo estructura es muy ventajoso realizarlo en el dominio de la frecuencia. Esto es debido a que los coeficientes de rigidez dinámica del suelo que tienen en cuenta la radiación de energía son complejos y dependientes de la frecuencia. Además, es mucho más sencillo incluir el amortiguamiento (viscoso o histerético) en el dominio de la frecuencia. Sin embargo, como es conocido, si se quiere trabajar en el campo no lineal, debe hacerse en el dominio del tiempo, perdiendo las ventajas antes enunciadas.

b) Es un intento vano tratar de afinar extremadamente las modelaciones del suelo y de la estructura mientras no se superen las amplias incertidumbres que involucran a los datos de entrada al análisis de interacción suelo-estructura. Específicamente, el acelerograma de diseño que constituye el punto de partida del análisis, está teniendo en cuenta el riesgo sísmico de la región, a través del pico de aceleración, como así también el mecanismo de origen del terremoto, el camino hasta el lugar de la estructura, la geología local, y las condiciones del suelo en el sitio, a través de su duración y contenido de frecuencias. Obviamente, deben hacerse gran cantidad de hipótesis, no siempre debidamente verificadas, por lo que, todos los factores mencionados anteriormente, son tenidos en cuenta en forma apenas aproximada y con grandes incertidumbres.

En relación a estas razones puede decirse lo siguiente: Con respecto a los costos computacionales, debido al impresionante avance de los recursos de hardware, tanto en memoria y almacenamiento como en velocidad, es un punto que no debería causar preocupación. Además, en los últimos años están apareciendo algunos métodos que permiten trabajar en el dominio de la frecuencia con modelos no lineales, p. ej. *Aprile et al* [1]. En cuanto al argumento esgrimido por diversos autores en relación a que se hacen grandes simplificaciones en otros puntos del análisis, puede pensarse que cada rama de la investigación debe tratar de representar lo más fielmente posible el fenómeno físico en estudio y así, conjuntamente, se llegará a una mejor visión global del problema.

Entre los trabajos que tratan el problema y consideran despreciables los efectos de la no linealidad del suelo, en primer lugar debe mencionarse a *Wolf* [2] y *Wolf* [3], que si bien reconoce que el suelo se comporta con una marcada no linealidad cuando es excitado con los terremotos de gran magnitud, que son los de mayor interés ingenieril, sugiere que la porción de suelo que tiene este comportamiento es pequeña y adyacente a la base, por lo que puede tratársela como una parte de la estructura, obviamente con diferentes propiedades, y el resto del suelo considerarlo lineal. *Kausel et al* [4], dividen la no linealidad del suelo en *primaria* o causada solamente por las ondas sísmicas del terremoto y *secundaria* debido a las deformaciones inducidas por la presencia de la estructura en el suelo. En relación a las no linealidades secundarias, que son las que interesan, sostiene que son despreciables en el diseño. *Wong et al* [5] realizaron ensayos de vibración forzada a escala natural y sostienen que, si la fundación actúa como un cuerpo rígido, es posible predecir con el uso de modelos simples los efectos de interacción suelo estructura en forma bastante precisa. Por último, *Romborg* [6] sostiene que, para la consideración de la interacción suelo-estructura, en la mayoría de los casos es suficiente usar estructuras simples apoyadas sobre resortes horizontal, vertical y rotacional.

Por otra parte, entre los trabajos que consideran importante los efectos de la no linealidad del suelo, *Smith* y *Molekamp* [7] sostienen que dicho factor es de suma importancia en el diseño de plataformas costa afuera (offshore) debido a que, en este caso, la fundación está apoyada y no enterrada, como así también que las ondas del océano (olas) tienen un contenido de frecuencia mucho menor que en el caso de sismo. En forma similar, *Fowrie* y *Beer* [8], sostienen que, en el caso de tuberías enterradas, el semiespacio elástico resulta en un mecanismo de interacción que producen estimaciones inválidas de tensiones por lo que hay que utilizar modelos no lineales. *Brito et al* [9] realizaron un estudio de la respuesta dinámica de estratos de suelo sometidos a excitación sísmica concluyendo que, para no linealidades

fuertes, las formulaciones pseudo no lineales no convergen a la solución correcta. *Novak* [10] afirma que la teoría de semiespacio puede ser usada para obtener una aproximación cualitativa del problema, pero cuantitativamente tiene dificultades para representar la realidad. En particular, en el caso de grandes fundaciones, el suelo se comporta como un estrato y no un semiespacio y las ondas reflejadas conducen a un amortiguamiento efectivo mucho menor que el indicado por la teoría de semiespacio elástico. Por último, *Talaganov et al* [11] sostienen que el comportamiento no lineal del suelo bajo el efecto de excitaciones dinámicas intensas tiene un considerable efecto en la respuesta dinámica del sistema, por lo que es necesario aplicar modelos de suelo no lineales.

En relación a los intentos de cuantificación de las deformaciones para las que se deben aplicar formulaciones que incluyan la no linealidad del suelo, es interesante apuntar los parámetros indicativos dados por *Talaganov et al* [11]: Para cargas dinámicas que causan deformaciones de corte muy bajas, las cuales no exceden 0,0001-0,001 % el comportamiento de los suelos puede ser considerado *lineal* y *elástico*. Para cargas dinámicas que causan deformaciones moderadas, definidas condicionalmente hasta el nivel aproximado de 0,1 %, si bien el comportamiento es elasto-plástico, puede desprejarse la tendencia a desarrollar deformaciones permanentes, por lo que puede aplicarse un modelo de suelo *viscoelástico*. Por último, para cargas dinámicas causantes de grandes deformaciones, o sea más de 0,1 %, se desarrollan en el suelo considerables deformaciones permanentes, por lo cual son requeridos modelos *no lineales*.

En este trabajo se intenta hacer una primera aproximación al problema, utilizando un modelo de suelo no lineal hipoeelástico y un esquema aproximado de integración que permite utilizar un modelo lineal formulado con anterioridad en el dominio de la frecuencia. Además, a través de un análisis numérico se obtiene, en primera instancia, una aceleración pico, del acelerograma de diseño, a partir de la cual la no linealidad del suelo comienza a tener importancia relevante. Dicho estudio está restringido a estructuras prismáticas fundadas sobre plateas rectangulares similares a la planta del edificio, localizadas sobre un plano arbitrario debajo del nivel de piso.

2. REPRESENTACION DEL SUELO Y LA ESTRUCTURA.

En este punto se pretende describir sucintamente los modelos de suelo y estructura utilizados en el análisis lineal, como así también el procedimiento de solución de las ecuaciones planteadas.

2.1. MODELO DE SUELO

Luego de realizar una revisión de las diferentes alternativas existentes en la literatura y teniendo en cuenta el objetivo general del trabajo fue seleccionado un modelo de parámetros discretos basado, indirectamente, en la teoría de semiespacio homogéneo, isótropo y elástico. Este modelo, fue presentado por *Wolf et al* [12] y está formulado para el caso de fundación prismática enterrada. Además, asume que la base es rígida y está formado por un conjunto de masas, resortes y amortiguadores y se lo presenta en Figura 2.1.

En el nodo 0, de fundación, se tienen los elementos del modo de vibración flexional: M_{0r} , K_r y C_{0r} . Además, se encuentra la masa del modo de vibración horizontal (M_{0h}) y, conectado excentricamente a ésta por medio de una barra rígida, el resorte K_h y el amortiguador C_{0h} . Las excentricidades de estos elementos se denotan con f_r y f_c . También se tiene un nodo libre 1 para el modo de vibración flexional con una masa M_{1r} , unida al nodo 0 por medio de un amortiguador C_{1r} .

Los coeficientes de masas, resortes y amortiguadores, como así también las excentricidades, son funciones de las características del suelo (Módulo de elasticidad transversal G_s , masa específica ρ_s y módulo de Poisson ν_s) y de las dimensiones de la fundación. Los mismos pueden encontrarse en el trabajo mencionado de *Wolf et al* [12].

q_x y q_y son cargas externas por unidad de longitud y m_A el momento torsor externo por unidad de longitud. Debe aclararse que, por comodidad, se ha mantenido la notación de las deformaciones y esfuerzos generalizados en el dominio de la frecuencia, aunque estas funciones son dependientes de z y ω y no de z y t como las variables originales.

Debe notarse que, con las modificaciones introducidas a la teoría original de Vlasov, pueden considerarse cualquier tipo de estructuras que se adapten a este modelo general de vigas y no sólo aquellas de pared delgada.

2.3. METODO DE SOLUCION

El sistema (2.2) puede ser integrado numéricamente sin mayor dificultad utilizando, por ejemplo, simultáneamente los métodos de Runge-Kutta y Predictor-Corrector. Como el proceso de integración exige el conocimiento de un vector inicial, especificado en $z = 0$, el problema de valores de borde se transforma en un problema de valores iniciales determinándose los valores desconocidos del vector inicial por medio de un procedimiento similar al usado en el método de matrices de transferencia.

Para la incorporación del modelo de interacción suelo-estructura a este esquema de análisis deben tenerse en cuenta lo siguiente: Las condiciones de contorno, que para un borde empotrado eran consideradas:

$$\xi = \eta = \phi_x = \phi_y = \theta = \theta' = 0 \quad (2.4)$$

deben ser reemplazadas por las nuevas condiciones explicitadas por las ecuaciones de movimiento correspondientes al modelo de suelo presentado en 2.1; manteniéndose la condición $\theta' = 0$.

3. MODELO NO LINEAL DE SUELO

Para tener una primera aproximación al problema de la no linealidad física del suelo, se incorporó a la formulación un modelo *hipoelástico*, aunque dicha nomenclatura debe entenderse en sentido amplio, ya que el modelo a utilizar es elástico funcional.

En rigor de verdad, dicha cuantificación debería hacerse incorporando un modelo que refleje con mayor certidumbre la realidad física planteada por lo que, los resultados obtenidos en este punto, son resultados de primera instancia, debiendo ser confirmados por investigaciones ulteriores.

3.1. DESCRIPCION DEL MODELO

En virtud de lo dicho en varios puntos anteriores se decidió la inclusión de un modelo simple y cuya implementación computacional fuera compatible con el esquema de resolución en el dominio de la frecuencia. Luego de diversos análisis se adoptó el modelo presentado por *Hardin y Drnevich* [16] que ha sido ampliamente utilizado, tanto en trabajos de investigación como profesionales. A modo de ejemplo, entre los trabajos que incorporan este modelo pueden citarse los de *Romberg* [6] y *Talaganov et al* [11].

En el modelo de *Hardin-Drnevich*, la relación del módulo de elasticidad transversal del suelo y las deformaciones de corte, está dada por:

$$\frac{G_s}{G_{s0}} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma_s}{\gamma_{sr}}} \quad (3.1)$$

Donde G_{s0} es el módulo de elasticidad transversal del suelo inicial, γ_s la deformación por corte del suelo y γ_{sr} la deformación por corte de referencia. Basados en análisis de regresión de resultados de ensayos de laboratorio, *Talaganov et al* [11] determinaron la deformación de referencia γ_{sr} , tanto para arenas como para arcillas:

$$\gamma_{cr} = 0,14 \% \quad \text{arenas} \quad (3.2 \text{ a})$$

$$\gamma_{cr} = 0,11 \% \quad \text{arcillas} \quad (3.2 \text{ b})$$

Debe aclararse que los valores de la deformación de referencia obtenidos en el estudio de regresión sobre la curva $G_s-\gamma_s$ difieren considerablemente de los obtenidos de la curva $D_s-\gamma_s$, donde D_s es la relación de amortiguamiento del suelo, por lo que deben utilizarse los valores correspondientes a cada caso.

Utilizando la ecuación (3.1), conjuntamente con los valores (3.2), pueden graficarse las curvas de variación de G_s con la deformación γ_s , tanto para arenas como para arcillas (Figura 3.1).

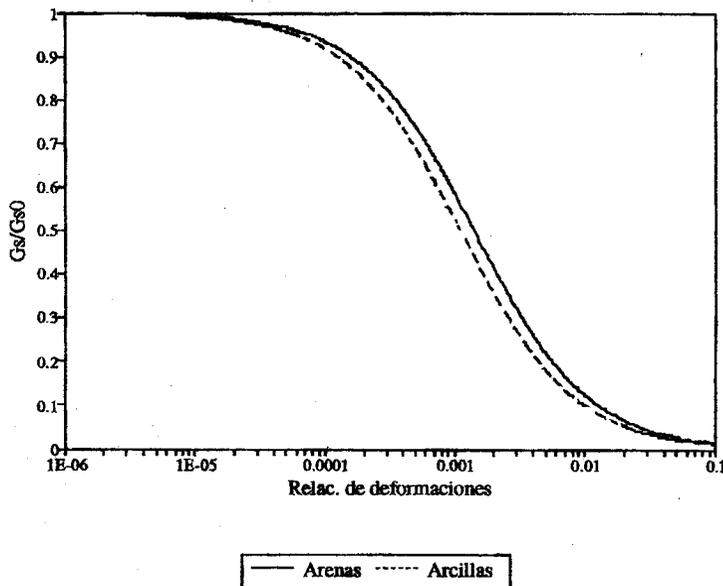


Figura 3.1: Modelo de Hardin Drnevich

3.2. ESQUEMA DE INTEGRACION E IMPLEMENTACION COMPUTACIONAL

El procedimiento de cálculo para la incorporación del modelo, descrito en el punto anterior, en el programa de interacción suelo-estructura DAYSSI (Ambrosini [17]), puede resumirse en los siguientes pasos:

a) Corrida inicial

Se realiza la primera corrida del programa con $G_s = G_{s0}$, de igual forma que para los modelos lineales. Entre los resultados se obtiene el esfuerzo de corte máximo en la base Q_{mb}^i que es utilizado en el siguiente paso.

b) Cálculo de la deformación media

Se calcula la deformación por corte media, en el centro de la base en consideración, como:

$$\gamma_{med} = \frac{Q_{mb}^i}{G_s} \quad (3.3)$$

Donde F_p es el área total de la platea de fundación. A continuación se realiza la hipótesis:

$$\gamma_s \approx \gamma_{smed} \quad (3.4)$$

En sentido estricto, la hipótesis (3.4) no es rigurosamente cierta debido a que, según Romberg [6], la profundidad de referencia z_{ref} , para la cual la deformación por corte es igual a la deformación por corte promedio, es:

$$z_{ref} = 0,25 D_p \quad (3.5)$$

Donde D_p es el diámetro de la fundación o raíz cuadrada del área de la misma. De acuerdo con las ecuaciones (3.3) y (3.4), en este punto se está tomando $z_{ref} = 0$, lo cual, evidentemente, conducirá a una sobreestimación de γ_s y, observando la ecuación (3.1), se nota una disminución del módulo de elasticidad transversal G_s mayor que la real. Esto deberá tenerse presente al realizar el análisis de los resultados obtenidos

c) Actualización del módulo G_s

Haciendo uso de las ecuaciones (3.1), (3.3) y (3.4) se calcula el módulo de elasticidad transversal G_s actualizado.

d) Iteraciones

Utilizando como dato el módulo de elasticidad transversal obtenido en el paso anterior se realiza una nueva corrida del programa, obteniendo, entre otros resultados, un nuevo esfuerzo de corte máximo en la base Q_{mb}^i . Se repite este proceso hasta cumplir con el criterio de convergencia dado en el siguiente ítem.

e) Criterio de convergencia

Como criterio de convergencia para la detención del proceso iterativo se adoptó el siguiente:

$$\frac{G_s^n - G_s^{n+1}}{G_s^n} \leq 0,05 \quad (3.6)$$

De acuerdo con (3.6), cuando la diferencia entre los módulos de elasticidad transversal del suelo, entre dos iteraciones sucesivas, es menor que el 5 %, el proceso se detiene. Debe aclararse que, como alternativa, se tenía la utilización del esfuerzo de corte máximo en la base Q_{mb}^i como indicador de la convergencia. Sin embargo, en este caso, la convergencia se hacía dependiente del acelerograma utilizado, mientras que, en el caso de tomar como indicador al módulo de elasticidad transversal del suelo, la convergencia sólo se hace dependiente de la ley constitutiva, en este caso la de Hardin-Drnevich, por lo cual se adoptó este último criterio.

4. RESULTADOS OBTENIDOS

Con el modelo descrito en el punto 3.1 e incorporado en el programa DAYSSI, que además contiene los elementos incluidos en el punto 2, se procedió a la realización de un análisis numérico, con el objeto de cuantificar la incidencia de la no linealidad del suelo en la respuesta dinámica de la estructura. Para realizar este estudio se utiliza el caso real del edificio Torres del Miramar, cuya planta se ilustra en Figura 4.1, sometido al acelerograma de Viña del Mar, con $G_{s0} = 90 \text{ MN/m}^2$, que es el valor real medido experimentalmente in situ.

La idea de este estudio es variar la aceleración pico, escalando el acelerograma con un factor de 1,5, 2 y 3 y obteniendo, de esta manera, un valor de referencia de la aceleración para el cual comienzan a ser de importancia los efectos de la no linealidad física del suelo. Los resultados obtenidos, en cuanto a variación del módulo de elasticidad transversal, esfuerzo de corte y momento flector máximos, se explicitan en Tabla 4.1.

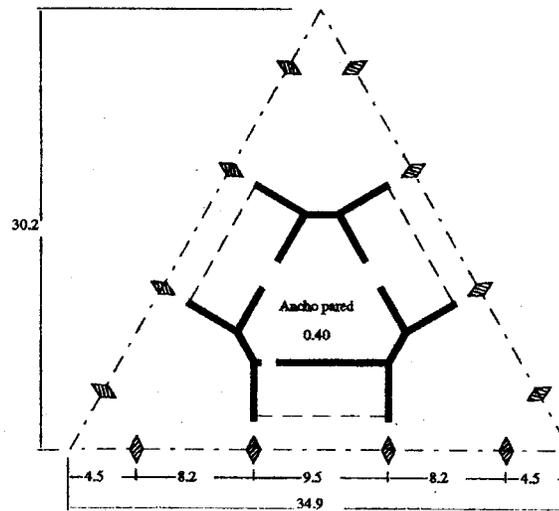


Figura 4.1: Edificio Torres del Miramar

Tabla 4.1: Efecto de no linealidad del suelo. Edificio Torres del Miramar

Aceleración	G_s MN/m ²	Q_{mb}^i MN	M_{mb}^i MNm
A = A2	90,000	33,348	1184,247
	59,918	33,760	1145,254
	51,037	30,759	1041,004
	49,542	30,115	1021,263
A = 1,5 A2	90,000	50,022	1776,370
	51,338	46,332	1567,381
	40,489	40,139	1492,547
	38,408	40,825	1530,012
A = 2 A2	90,000	66,696	2368,494
	44,907	56,510	1972,891
	33,271	56,439	2180,972
	27,286	48,655	1820,891
A = 3 A2	26,346	44,623	1682,177
	90,000	100,044	3552,741
	35,911	84,993	3178,495
	21,393	56,518	2232,659
	19,652	57,261	2158,400
18,189	54,739	2029,453	
17,725	57,594	2033,552	

Debido a que, en el caso del acelerograma de Viña del Mar, la aceleración pico es:

$$a_{\max} = 0,35 \text{ g} = 3,439 \text{ m/s}^2 \quad (4.1)$$

las aceleraciones aplicadas en las distintas corridas del programa fueron 0,53 g, 0,70 g y 1,05 g. Por último, las diferencias obtenidas en relación al caso de la respuesta elástica, explicitada en la primera fila (o sea para $G_s = 90 \text{ MN/m}^2$) de las corridas correspondientes a cada aceleración de la tabla 4.1, son presentadas en Tabla 4.2, tanto para el caso del esfuerzo de corte como para el momento flector máximos en la base, promediando ambas para tener una idea global del comportamiento.

Tabla 4.2: Diferencias debidas a la no linealidad del suelo

Aceleración	Diferencia en Q_{mb}^i %	Diferencia en M_{mb}^i %	Diferencia promedio %
0,35 g	9,7	13,8	11,75
0,53 g	18,4	13,9	16,15
0,70 g	33,1	29,0	31,05
1,05 g	42,4	42,8	42,60

Con los valores de Tabla 4.2 y teniendo presente la salvedad hecha en el punto 3.2 en relación a la sobreestimación de las deformaciones de corte del suelo, se adopta como aceleración de referencia a_{ref} para tener en cuenta la no linealidad del suelo en el modelo:

$$a_{ref} = 0,50 \text{ g} \quad (4.2)$$

Obviamente, por lo expresado en párrafos anteriores, esta es una primera evaluación de dicha aceleración y debe tomársela con cautela debido a que el modelo de suelo utilizado y el esquema de solución son aproximados, por lo que este criterio debe complementarse con el dado por *Talaganov et al* [11] para las deformaciones por corte admisibles, el cual fue enunciado en el punto 1.

5. CONCLUSIONES

- Se presentó para su discusión el tema del efecto de la no linealidad física del suelo en la respuesta sísmica de estructuras. En primer lugar se analizaron las distintas posturas que existen frente a este problema. Pudo verse que la formulación teórica que incluya esta no linealidad requiere la puesta a punto de varias técnicas y algoritmos, lo que la hace muy laboriosa y costosa, siendo los modelos no lineales multifase, el *plus ultra* del tema de interacción suelo-estructura.
- Se presentó un esquema de trabajo pseudo no lineal, aplicable para no linealidades débiles, que permite utilizar modelos de interacción suelo-estructura lineales. En particular, se empleó un modelo general de viga para representar la estructura y un modelo de parámetros discretos para representar el suelo y el mecanismo de interacción.
- Por último, en cuanto a la influencia de la no linealidad física del suelo en la respuesta sísmica de la estructura, es evaluada, en primera instancia, utilizando el modelo hipoeelástico de *Hardin-Drnevich*, el cual fue implementado computacionalmente. De acuerdo con los resultados presentados en Tabla 4.2, se recomienda tenerla en cuenta en el análisis cuando la aceleración pico del acelerograma de diseño en el lugar en cuestión supere 0,5 g.

REFERENCIAS

1. A. Aprile, A. Benedetti and T. Trombetti, "On Non-linear Dynamic Analysis in the Frequency Domain: Algorithms and Applications", *Earthquake Engineering and Structural Dynamic*, 23, 363-388 (1994).
2. J.P. Wolf, *Dynamic Soil-Structure Interaction*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., USA 1985.
3. J.P. Wolf, "Survey and Classification of Computational Approaches in Soil-Structure Interaction: Comparison of Time and Frequency Domain Analyses", *Developments in Dynamic Soil-Structure Interaction*, P. Gülkan and R. W. Clough (eds.), Kluwer Academic Publishers, 1-23 (1993).
4. E. Kausel, J.M. Roesset and J.T. Christian, "Nonlinear Behavior in Soil-Structure Interaction" *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 102, No. GT11, pp. 1159-1172 (1976).
5. H.L. Wong, M.D. Trifunac and J.E. Luco, "A Comparison of Soil-Structure Interaction Calculations with Results of Full-Scale Forced Vibration Test", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 7(1), 22-31 (1988).
6. W. Romberg, "Guide Values for Dynamic Soil Properties and Simplified Estimation of Dynamic Soil Spring Constants", *Proceedings of the European Conference on Structural Dynamics, EURODYN'90*, Bochum, Germany. A.A.Balkema/Rotterdam/ Brookfield, 173-178 (1991).
7. I. Smith, and F. Molekamp, "Linearised and Truly Nonlinear Dynamic Response of Offshore Structure-Foundation Systems", *Proceedings of Dynamical Methods in Soil and Rock Mechanics, Karlsruhe*, Vol. 2, pp. 299-320, September (1977).
8. A.B. Fourie and G. Beer, "An Illustration of the Importance of Soil Non-Linearity in Soil-Structure Interaction Problems", *Computer and Geotechnics*, 8, pp. 219-241, (1989).
9. A.M. Britto, and M.J. Gunn, *Critical State Soil Mechanics Via Finite Elements*, Ellis Horwood Limited Publishers, Chichester, England, 1987.
10. M. Novak, "Prediction of Footings Vibrations", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 96 No. SM3, pp. 837-861, May, (1970).
11. K. Talaganov, I. Zafirova and M. Cubrinovski, "Nonlinear Soil Dynamic Models Based on Performed Laboratory Test", *Proceedings of the European Conference on Structural Dynamics, EURODYN'90*, Bochum, Germany. A.A.Balkema/Rotterdam/Brookfield, pp. 273-281, (1990).
12. J.P. Wolf and D. Somaini, "Approximate Dynamic Model of Embedded Foundation in Time Domain", *Earthquake Engineering and Structural Dynamic*, 14, 683-703 (1986).
13. R.D. Ambrosini, *Análisis Dinámico de Estructuras de Pared Delgada y Sección Abierta en el Dominio de la Frecuencia*, Tesis de Magister en Ing. Estructural, Fac. de Ciencias Exactas y Tec., Univ. Nac. de Tucumán, Argentina, 1991.
14. V. Vlasov, *Thin-walled Elastic Beams*, 2ed. Jerusalem, Israel Program for Scientific Translations 1961.
15. R.D. Ambrosini, J.D. Riera and R.F. Danesi, "Dynamic Analysis of Thin-Walled and Variable Open Section Beams with Shear Flexibility", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38(17), 2867-2885 (1995).
16. B. Hardin and V. Drnevich, "Shear Modulus and Damping in Soils Design Equations and Curves", *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, Vol. 98, No. SM6, (1972).
17. R.D. Ambrosini, *Consideración de la Interacción Suelo-Estructura en el Análisis Dinámico de Estructuras*, Tesis Doctoral, Univ. Nac. de Tucumán, Argentina 1994.