



MODELIZACION DE PLATEAS DE FUNDACION

Ing. Claudia Viviana Dietrich e Ing. Jorge Anibal Reyes

**Departamento de Construcciones
FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
Avda. Del Valle 5737- Olavarria - C.P.: 7.400-**

RESUMEN

Se analiza la respuesta estática de plateas de fundación tipo Winkler. La estructura es tratada como emparrillado de vigas, utilizando la matriz de rigidez exacta de vigas Winkler, se comparan los resultados con casos resueltos por otros procedimientos y se dan criterios de modelización.

ABSTRACT

This study concerns the static response of Winkler type mat foundations. The structure is treated as a grid, using the exact rigidity matrix of Winkler slabs beams, the results are being compared with others from a different sort of solutions and then is given several criteria on the matter of modeling.

INTRODUCCION:

En el presente estudio se analiza el modelado de una platea de fundación como emparrillado de vigas sobre fundación elástica.

La resolución de una placa mediante un emparrillado equivalente ha merecido la atención de varios investigadores. Una comparación entre valores de corrimientos y momento en el centro de la placa simplemente apoyada con una carga concentrada en el centro fue determinada, recurriendo a un emparrillado, por Bowles [1], [2]. Asimismo el plantea el FGM (Finite Grid Method) para la resolución de plateas de fundación desde el punto de vista estructural.

En el presente estudio se analizan criterios que permiten determinar las características mecánicas de las barras en un emparrillado equivalente. Este es resuelto incluyendo la matriz de rigidez de la viga sobre fundación elástica.

PROCEDIMIENTO:

Se halló el desplazamiento en el centro de placas cuadradas, utilizando las expresiones de la flecha dadas en la bibliografía indicada en la referencia [3], para los distintos casos detallados:

a) Placa cuadrada (tomada como caso particular de la placa rectangular), simplemente apoyada en sus cuatro bordes y sometida a una fuerza concentrada en el centro.

$$W = \alpha \cdot \frac{P \cdot a^2}{D} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{Donde: } D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu)}$$

a = lado menor de la placa.

α = factor para el cálculo de una placa rectangular cargada en el centro.

b) Placa cuadrada (tomada como caso particular de la placa rectangular), apoyada sobre cimentación elástica con sus cuatro bordes libres; que soporta una carga centrada uniformemente repartida sobre una sección cuadrada.

$$W = \frac{4 \cdot p}{\pi^2 \cdot u \cdot \nu} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_{mn} \cdot \text{sen } m\pi\alpha \cdot \text{sen } n\pi\beta \cdot \cos \alpha_m x \cdot \cos \beta_n y}{m \cdot n \cdot (D \cdot \gamma_{mn}^2 + k)} \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{Donde: } \gamma_{mn}^2 = \alpha_m^2 + \beta_n^2 \text{ con } \alpha_m = \frac{m\pi}{a}; \beta_n = \frac{n\pi}{b}$$

$$\gamma_{mn}^2 = \pi^2 \cdot [(m/a)^2 + (n/b)^2]$$

$$p = P / u \cdot \nu$$

$$k = K / D$$

Entonces

$$W = \frac{4 \cdot p}{\pi^2 \cdot D} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_{mn} \cdot \text{sen } m\pi\alpha \cdot \text{sen } n\pi\beta}{m \cdot n \cdot [(m^2/a^2 + n^2/b^2)^2 \cdot \pi^4 + K]} \cdot \cos \frac{m\pi x}{a} \cdot \cos \frac{n\pi y}{b} \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{Donde: } \epsilon_{mn} = 1 \text{ si } m \neq 0 \text{ y } n \neq 0$$

$$= \frac{1}{2} \text{ si } m = 0 \text{ y } n \neq 0 \text{ ó } m \neq 0 \text{ y } n = 0$$

$$= \frac{1}{4} \text{ si } m = 0 \text{ y } n = 0$$

El primer término de la sumatoria se obtiene para $m = 0$ y $n = 0$

$$W = \frac{p \cdot \alpha \cdot \beta}{K \cdot D} \dots \dots \dots (4)$$

Cuando $m = 0$ y $1 \leq n \leq \infty$

$$W = \frac{2 \cdot p \cdot \alpha}{\pi \cdot D} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen } n \pi \beta}{n [(n^2/b^2) \cdot \pi^4 + K]} \cdot \cos \frac{n \pi y}{b} \dots \dots \dots (5)$$

Cuando $n = 0$ y $1 \leq m \leq \infty$

$$W = \frac{2 \cdot p \cdot \beta}{\pi \cdot D} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\text{sen } m \pi \alpha}{m [(m^2/a^2) \cdot \pi^4 + K]} \cdot \cos \frac{m \pi x}{a} \dots \dots \dots (6)$$

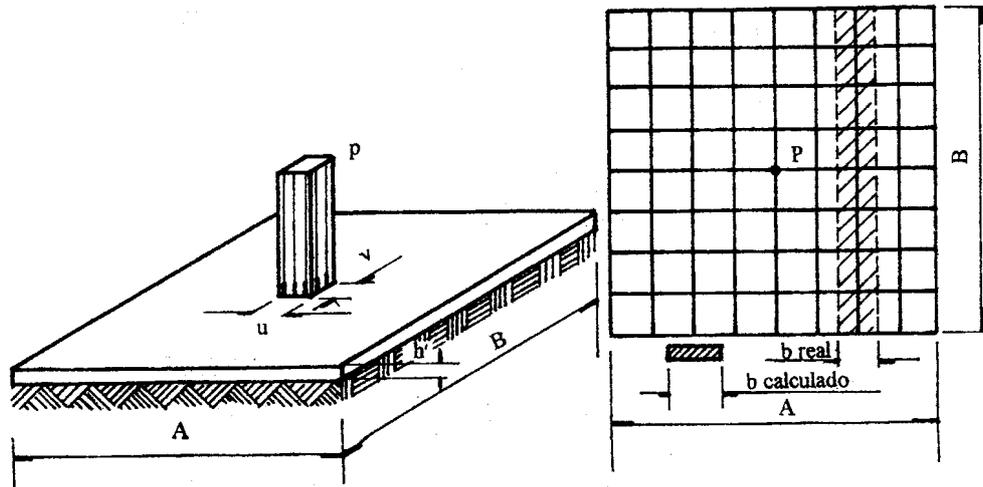
Cuando $m \neq 0$ y $n \neq 0$

$$W = \frac{4 \cdot p}{\pi^2 \cdot D} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\text{sen } m \pi \alpha \cdot \text{sen } n \pi \beta}{m \cdot n [(m^2/a^2 + n^2/b^2) \cdot \pi^4 + K]} \cdot \cos \frac{m \pi x}{a} \cdot \cos \frac{n \pi y}{b} \dots \dots (7)$$

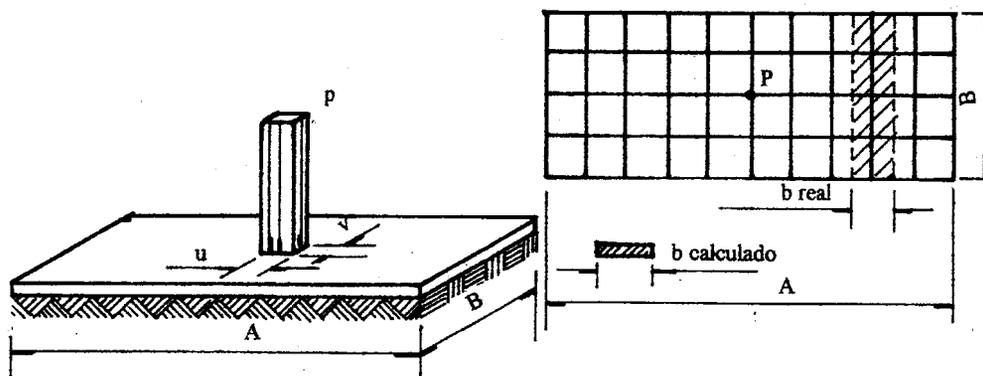
c) Placa cuadrada (tomada como caso particular de la placa rectangular), apoyada sobre cimentación elástica con sus cuatro bordes apoyados; sometida a una fuerza concentrada.

$$W = \frac{4 \cdot P}{a^2 \cdot b} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen}^2 m \pi/2 \cdot \text{sen}^2 n \pi/2}{\pi^4 \cdot D \cdot (m^2/a^2 + n^2/b^2)^2 + k} \dots \dots \dots (8)$$

Posteriormente las placas se simularon mediante emparrillados que consisten en dos sistemas de vigas equidistantes según las direcciones paralelas a los bordes, para las condiciones de apoyo consideradas anteriormente. Tomando emparrillados de número de tramos par y cargándolos con una carga concentrada en el nudo del centro, se obtuvieron las rigideces de flexión, torsión y por lo tanto las dimensiones de las vigas que deberán componer el entramado, para que la flecha que se produzca en él, sea igual o similar a la flecha de la placa calculada.



Igual procedimiento se empleó para placas rectangulares. Utilizando las expresiones que se encuentran en [3], ya detalladas; se halló la flecha en el centro de las distintas placas. Posteriormente las placas se modelizaron mediante emparrillados de vigas equidistantes en las dos direcciones, tomando en una de ellas un número constante de tramos y en la otra dirección un número de tramos que resultó de la relación de lados. Se cargaron los emparrillados de vigas con una carga concentrada en el nudo del centro y se obtuvieron cuales deberán ser las dimensiones de las vigas que compondrán el enramado, para que la flecha que se produce en él, sea igual o aproximadamente igual a la flecha calculada.



ANALISIS EFECTUADO Y RESULTADOS OBTENIDOS:

Para las distintas condiciones de vinculación de una placa cuadrada de 10 m de lado y un espesor de 0,1 m, se simularon emparrillados de 2,4,6,8 y 10 tramos. Los valores obtenidos se tabulan a continuación.

Placa cuadrada, simplemente apoyada en sus cuatro bordes y sometida a una fuerza concentrada en el centro.

Nº de tramos	$E * I$ [tm ²]	$G * It$ [tm ²]	b calculado [m]	b calculado b real
2	675,0	1727,7	4,050	0,81
4	283,3	709,4	1,700	0,68
6	181,7	445,0	1,090	0,654
8	133,2	318,9	0,799	0,639
10	106,5	249,60	0,639	0,639

Placa cuadrada, apoyada sobre cimentación elástica con sus cuatro bordes libres; que soporta una carga centrada uniformemente repartida sobre una sección cuadrada.

Nº de tramos	$E * I$ [tm ²]	$G * It$ [tm ²]	b calculado [m]	b calculado b real
2	575,0	1467,7	3,45	0,69
4	311,6	783,0	1,87	0,748
6	211,7	523,0	1,27	0,76
8	158,3	384,4	0,95	0,76
10	128,3	306,4	0,77	0,77

Placa cuadrada, apoyada sobre cimentación elástica con sus cuatro bordes apoyados; sometida a una fuerza concentrada.

Nº de tramos	E * I [tm ²]	G * It [tm ²]	b calculado [m]	<u>b calculado</u> <u>b real</u>
2	575,0	1467,7	3,45	0,69
4	278,3	696,4	1,67	0,668
6	176,6	432,0	1,06	0,636
8	130,0	310,7	0,79	0,632
10	105,0	245,7	0,632	0,632

En base a los valores obtenidos para la placa cuadrada se pudo apreciar que a partir de un empujamiento de vigas de ocho tramos, la relación Ancho de la viga calculado / Ancho de viga real, se mantuvo constante. Para placas rectangulares manteniendo constante un lado igual a 10 m y dividiéndolo en 10 tramos iguales, se analizaron placas con relación de lados 0,83; 1,25; 1,66; 2,5 y 5, obteniéndose como resultado los valores que se tabulan a continuación:

Placa rectangular, simplemente apoyada en sus cuatro bordes y sometida a una fuerza concentrada en el centro

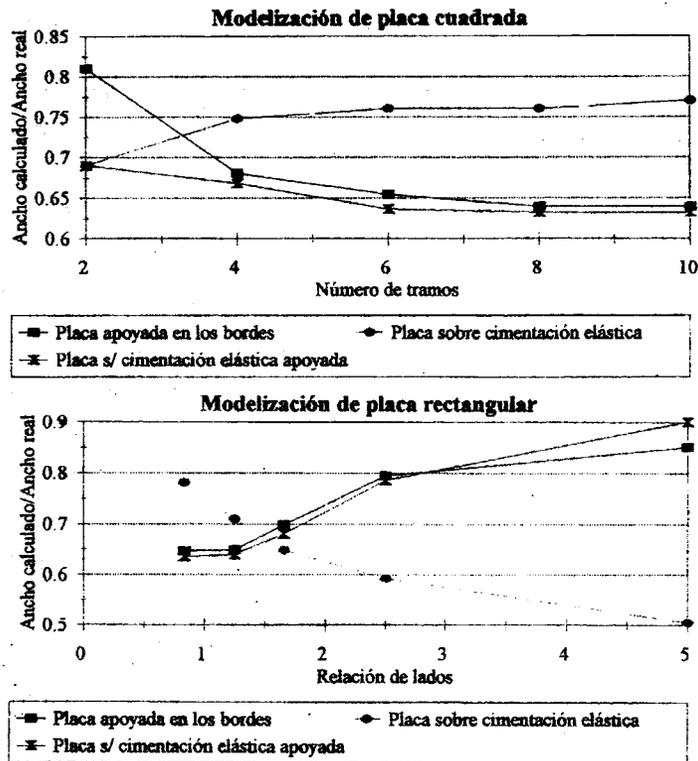
Relación de lados	E * I [tm ²]	G * It [tm ²]	b calculado [m]	<u>b calculado</u> <u>b real</u>
0,83	107,6	252,6	0,646	0,646
1,25	108,0	253,5	0,648	0,648
1,66	116,3	275,2	0,698	0,698
2,5	132,2	316,7	0,794	0,794
5	141,6	340,9	0,850	0,850

Placa rectangular, apoyada sobre cimentación elástica con sus cuatro bordes libres; que soporta una carga centrada uniformemente repartida sobre una sección cuadrada.

Relación de lados	E * I [tm ²]	G * It [tm ²]	b calculado [m]	<u>b calculado</u> <u>b real</u>
0,83	130,0	310,7	0,780	0,780
1,25	118,3	280,4	0,710	0,710
1,66	108,0	253,5	0,648	0,648
2,5	98,6	229,2	0,592	0,592
5	83,30	189,4	0,505	0,505

Placa rectangular, apoyada sobre cimentación elástica con sus cuatro bordes apoyados; sometida a una fuerza concentrada

Relación de lados	E * I [tm ²]	G * It [tm ²]	b calculado [m]	<u>b calculado</u> <u>b real</u>
0,83	105,8	247,9	0,635	0,635
1,25	106,5	249,6	0,639	0,639
1,66	113,3	267,4	0,680	0,680
2,5	130,8	312,9	0,785	0,785
5	150	362,7	0,90	0,90



Los emparrillados fueron resueltos con un software desarrollado por los Ings. Reyes - Rossi. Este tiene la opción de barra sobre fundación elástica, incluyendo en la matriz de rigidez el modelo de fundación elástica lineal de Winkler. El módulo de elasticidad normal adoptado fue de $2 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$, el módulo de elasticidad transversal de $1,3 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$ y el coeficiente de balasto de 2 t/m^3 .

CONCLUSIONES:

- Los gráficos obtenidos permiten, con las limitaciones propias de los modelos utilizados, la obtención de las dimensiones y el número de tramos que deberían componer un emparrillado que tenga un comportamiento cinemático igual o aproximado al de la placa que representa.
- Los modelos de emparrillados presentados no se comportan de manera satisfactoria para el cálculo de esfuerzos en las placas.

REFERENCIAS

- [1] Bawles, J. E., "Mat Design" Journal ACI 83 (6) 1010-1017 (1986).
- [2] Bawles, J.E., "Foundation Analysis and Desing", Mc Graw Hill (1988)
- [3] Timoshenko S. y Woinowsky- Krieger S., "Teoría de placas y láminas", Urmo (1970)