



## MODELACION DE MUROS DE HORMIGON ARMADO SOMETIDOS A CARGAS CICLICAS

*Peter Dechent, Arned Cid, Manuel Fuentes*

Depto. de Ing. Civil, Facultad de Ing., Universidad de Concepción, Casilla 53-C  
Concepción, Chile

### RESUMEN

En este trabajo se presenta la formulación de elementos finitos y métodos numéricos necesarios para describir algunos de los fenómenos que intervienen en la no-linealidad del comportamiento mecánico de muros de hormigón armado sometidos a cargas cíclicas severas. Entre los principales mecanismos a considerar se pueden mencionar aquellos relacionados con el comportamiento biaxial del hormigón, y con la fisuración, estados que caracterizan esencialmente el comportamiento de elementos de hormigón armado. Una descripción adecuada de la fisuración, exige además una modelación refinada del comportamiento de la armadura de refuerzo, esto para simular adecuadamente el traspaso de carga desde el hormigón a la armadura, y simulación posterior del comportamiento ductil deseado en las estructuras. Para la simulación de estructuras de muros de hormigón armado, es posible modelar los efectos más dominantes de la respuesta como un problema de tensiones planas y es precisamente este tipo de modelación el que se discute en este trabajo.

### SUMMARY

In this research, the formulation of finite elements and numerical methods necessary to describe some phenomena that take part in the non-linearity of the mechanical behaviour of reinforced concrete walls submitted to severe cyclic loading, are presented. Among the main mechanisms to be considered are those related to the concrete biaxial behaviour and to cracking, essential characteristics of the reinforced concrete elements. An adequate description of cracking also requires a refined behaviour modelling of the reinforced concrete to simulate adequately the loading transfer from the concrete to the reinforced and further simulation of the ductile behaviour desired in the structures. For the structure simulation of reinforced concrete walls, it is possible to model the most dominant effects of the response as a problem of plane tensions being precisely this kind of modelling which is discussed in the present study.

### INTRODUCCION

En regiones de alta sismicidad las obras civiles deben ser diseñadas para situaciones extremas de sollicitación, principalmente para proteger la vida de las personas. Debido a la pequeña probabilidad de ocurrencia de sismos de gran magnitud e influenciado por exigencias económicas, el diseño sismo-resistente actual, está basado en proporcionar a las estructuras de una capacidad para deformarse ductilmente en el rango plástico, aprovechando así la capacidad de disipación de energía de los materiales, permitiendo con esto que las estructuras sobrevivan un sismo severo sin colapsar. Debido a esto, la

importancia de conocer el comportamiento de los materiales comúnmente usados en ingeniería civil, siendo el hormigón armado uno de los más empleados.

La construcción de edificios de hormigón armado estructurados en base a muros ha llegado a ser en Chile una práctica usual de diseño. El buen comportamiento obtenido en estructuras donde los muros constituyen una unidad importante de la resistencia frente a movimientos basales severos ha quedado demostrado frente a la acción de sismos que han ocurrido en Chile en los últimos años, reflejado esto principalmente por el poco daño observado, principalmente al limitar las deformaciones relativas entrepisos debido a la gran rigidez de los muros. Con el objetivo de comprender mejor el comportamiento de muros estructurales frente a cargas sísmicas es de gran interés desarrollar modelos numéricos que simulen estos elementos.

Usualmente los esfuerzos con los cuales se realiza un diseño sismo-resistente provienen de un cálculo lineal-elástico. Esto muestra una inconsistencia con la realidad ya que el comportamiento del hormigón armado es altamente no-lineal, principalmente debido al agrietamiento del hormigón y a la plastificación del acero y del hormigón. Otros factores y mecanismos que también intervienen en la no-linealidad de la respuesta son la interacción entre el hormigón y la enfierradura, la trabazón mecánica y fricción en las fisuras no muy abiertas del hormigón, desprendimiento de la capa de recubrimiento, endurecimiento por deformación del acero y efecto Bauschinger, deslizamiento y pandeo de las barras de acero. Efectos dependientes del tiempo tales como fluencia plástica, retracción de fraguado del hormigón, contracción y cambios de temperatura, también intervienen en la respuesta no-lineal, pero no son considerados en este trabajo. Todos estos mecanismos son difíciles de cuantificar, no es realístico intentar formular modelos que incorporen todos estos efectos, pero sí se debe tratar de incorporar aquellos efectos principales que dominen la respuesta para el nivel, y naturaleza de la sollicitación para la cual se desea la respuesta.

### ACERO PARA HORMIGON

Las propiedades de deformación de miembros estructurales de hormigón armado diseñados para comportarse dúctilmente frente a grandes deformaciones, dependen esencialmente del comportamiento de la armadura de acero. Por ello se debe otorgar al modelo de cálculo para el acero, un significado especial. En este trabajo se utilizará el modelo uniaxial desarrollado por PINTO et al [1] el cual utiliza una ley de endurecimiento del tipo cinemática. Este modelo muestra una buena correlación con resultados experimentales, con una transición suave a la zona de endurecimiento. En Fig. 1 se muestra la relación tensión-deformación para un acero A44-28H bajo sollicitación cíclica (histéresis). El área encerrada por las curvas representa la disipación de energía por deformación plástica del acero, importante consecuencia que se aprovecha de un diseño dúctil.

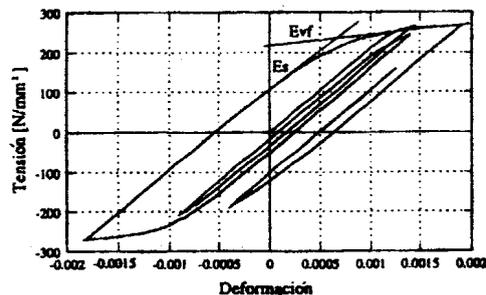


Fig. 1 : Modelo según Pinto-Menegotto, Acero A44-28H

El diseño de muros de hormigón armado consiste principalmente en determinar una armadura longitudinal que provee al elemento de una resistencia a la flexión, y una armadura transversal que provee o aumenta la resistencia al corte del elemento estructural. Como estas barras de acero se encuentran distribuidas en dos direcciones, usualmente ortogonales, se puede considerar que su comportamiento es independiente entre sí. Como estas barras de acero se deforman independientemente en cada dirección por una sollicitación principalmente uniaxial, se considerará en este trabajo el modelo descrito anteriormente de PINTO et al. Cabe indicar que la armadura que se utiliza en muros de hormigón armado, está compuesta por una gran cantidad de barras de acero, por lo que optar por la utilización de elementos discretos para representar cada barra de acero requeriría el definir un sin número de elementos y gran esfuerzo computacional. Para disminuir el esfuerzo computacional se adopta aquí la formulación en que la armadura de acero se considera distribuida en el interior de un elemento finito de hormigón armado de manera continua, por lo que basta con conocer solo la cuantía de acero  $\rho_i$ , y las propiedades de este en cada dirección. Para barras dispuestas en direcciones verticales ( $y$ ), y horizontales ( $x$ ), Fig. 2, que es el caso común en muros, se tiene la siguiente expresión que relaciona los incrementos de las tensiones  $\Delta\sigma_i$  con el de las deformaciones  $\Delta\epsilon_i$ :

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_x & 0 & 0 \\ 0 & \rho_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Se puede observar de la expresión anterior que la armadura de refuerzo por sí sola no ofrece resistencia a las deformaciones por corte.

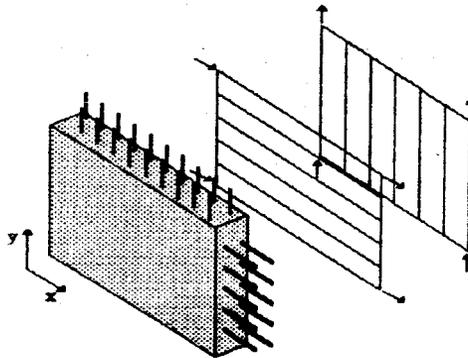


Fig. 2: Esquema de modelación distribuida del acero de refuerzo

### MODELOS MATERIALES PARA HORMIGON

Para formular las relaciones no-lineales tensión-deformación del hormigón se empleará en este trabajo una teoría de elasticidad incremental, la cual presenta una formulación relativamente simple para cálculos en problemas de tensiones planas. Cuando no exista certeza de la superioridad de modelos más sofisticados para describir el comportamiento cíclico, en el rango de frecuencias de las estructuras sollicitadas por movimientos sísmicos, se adoptarán soluciones simples desde el punto de vista del esfuerzo computacional. Un estado general de tensiones planas debe considerar en las relaciones constitutivas de los materiales, el efecto biaxial en la resistencia del hormigón. Este efecto queda representado en Fig. 3, que muestra la curva de máxima resistencia para un hormigón según las relaciones de KUPFER y GERSTLE [3] para un estado biaxial de tensiones y diferentes razones  $\sigma_1/\sigma_2$  de tensiones principales, que debe ser considerado

cuando no sea posible simular el estado principal de tensiones como el uniaxial, es decir, cuando además de esfuerzos importantes de flexión y normales, también el esfuerzo de corte adquiere magnitudes considerables.

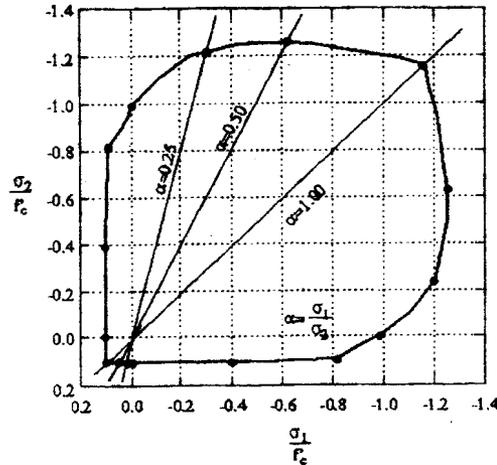


Fig. 3 : Envolvente de máxima resistencia, Kupfer-Gerstle [3]

En conjunto con el modelo material para el hormigón propuesto por DARWIN y PECKNOLD [4], y las relaciones de resistencia representadas en Fig. 3, es posible realizar una formulación incremental para modelar el hormigón en un estado plano de tensiones [5]. En Fig. 4 se observa la ley de comportamiento para una relación fija entre las tensiones principales. La relación tensión deformación según el modelo anterior queda definida por medio de una tensión efectiva, y de una deformación equivalente, ambas dependientes del estado biaxial de tensiones.

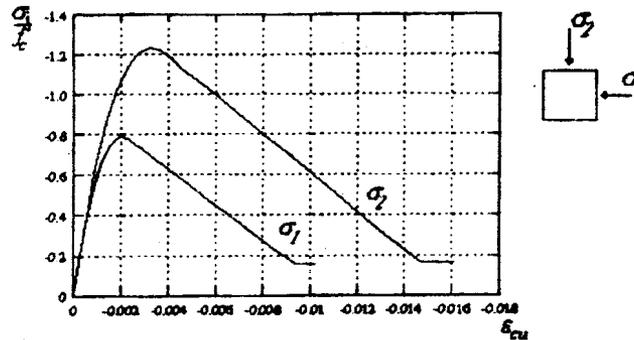


Fig. 4 : Tensión-Deformación equivalente en direcciones principales,  $\alpha=\sigma_1/\sigma_2=0.65$

Para describir el comportamiento del hormigón en tracción se utiliza una modelación simplificada basada en la energía de fractura. En la zona de tracción del hormigón aún sin agrietar se considera con la rigidez inicial  $E_c$ . La iniciación de la grieta queda determinada por el criterio de tensiones  $\sigma_c > f_t$  y la consecuente

abertura de la grieta queda gobernada por el modelo de banda de fisura propuesto por BAZANT et al [6]. El módulo de decaimiento  $E_s$  del hormigón en tracción se ajusta de acuerdo a las dimensiones del elemento finito :

$$\frac{1}{E_s} = \frac{1}{E_c} \left[ 1 - \frac{\lambda}{L} \right], \quad \lambda = \frac{2E_c G_f}{f_t^2} \quad (2 y 3)$$

donde  $G_f$  es la energía de fractura y  $L$  es una longitud característica en el concepto de fisuras uniformemente distribuidas. Con esta aproximación se reduce la influencia del tamaño del elemento finito en el análisis. Para la descarga se considera un modelo simple para comportamiento cíclico, el cual considera deformación residual al cerrarse la fisura. El considerar correctamente el comportamiento de tracción del hormigón tiene una importancia fundamental, ya que una gran contribución al comportamiento no-lineal del hormigón armado se origina precisamente de los fenómenos de tracción [7], los cuales incluso pueden ser activados frente a solicitaciones de servicio.

### EFFECTOS DE INTERACCION

Los efectos de interacción entre la armadura de refuerzo, y el hormigón provienen principalmente del comportamiento de adherencia, y trabazon mecánica entre los dos materiales. Considerar la acción del hormigón entre fisuras en zonas cercanas a la enfierradura es especialmente para carga cíclica uno de los problemas complejos en la modelación de miembros de hormigón armado. Se puede mencionar aquí que cuando ocurre la fisuración, el hormigón entre fisuras queda sometido a un estado de tensiones de tracción, contribuyendo de este modo a la rigidez del conjunto, barras de acero, y hormigón circundante sin agrietar. Este efecto conocido como "tension-stiffening" actúa principalmente en la dirección del refuerzo, y la forma más frecuente de proceder, es incluir una relación idealizada tensión-alargamiento del conjunto, donde se considera la disminución en la deformación a través de una deformación media. Si bien existen proposiciones como las anteriores para considerar este efecto, ellas se fundamentan en investigaciones realizadas bajo carga monotónica. En ingeniería sísmica este efecto es aún más difícil de modelar ya que se ha demostrado que debido a la naturaleza cíclica de la solicitación luego que las fisuras se han abierto, y cerrado un cierto número de veces, la tensión de tracción inducida en el hormigón entre fisuras se hace pequeña, y no contribuye más de manera significativa a la rigidez total. En la etapa inicial de esta investigación por razones de simplicidad, y en cierta manera apoyado en la fundamentación anterior para el tipo de carga considerada, no se considera el efecto de la rigidización por tracción. Para cargas cíclicas la modelación simplificada que se emplea para el caso monotónico es insuficiente, y se requiere aún investigación tanto experimental como teórica, adicional.

### ECUACIONES FUNDAMENTALES DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ESTRUCTURAS DE HORMIGON ARMADO

Para la simulación numérica se utiliza un modelo de elementos finitos en tensiones planas. Esto principalmente fundamentado por la razón que muros estructurales trabajan en gran medida en su propio plano. Los materiales componentes, acero, y hormigón se modelan separadamente para luego combinarlos, formando de esta manera un elemento compuesto. Efectos de interacción entre los dos materiales se pueden incluir de igual manera. De acuerdo a esta formulación un incremento de las tensiones  $\Delta\sigma$  se relaciona con un incremento de las deformaciones  $\Delta\varepsilon$  de la siguiente forma :

$$\Delta\sigma_{ij} = {}^{t+\Delta t}\sigma_{ij} - {}^t\sigma_{ij} = C_{ijn} \Delta\varepsilon_n \quad (4)$$

$$C_{ijm} = C_{ijm}^{\text{Hormigón}} + C_{ijm}^{\text{Acero}} + C_{ijm}^{\text{Interacción}} \quad (5)$$

donde  $C_{ijm}$  representa la matriz material, tangente del compuesto, formada como la suma de las matrices tangentes de los materiales individuales.

El equilibrio se formula mediante el principio del trabajo virtual para el tiempo  $t+\Delta t$ , de acuerdo a la siguiente relación [9]:

$$\int_V (C_{ijm} \Delta \epsilon_{ij} \delta \epsilon_{ij} + {}^t \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij}) dV = {}^{t+\Delta t} R^T \cdot \delta u - \int_V \rho \cdot \ddot{u}^T \cdot \delta u dV \quad (6)$$

Esta ecuación establece que se debe calcular el incremento en las tensiones  $\Delta \sigma_{ij}$  debido al desequilibrio entre el nuevo estado de tensiones,  ${}^{t+\Delta t} \sigma_{ij}$  luego de aumentar el vector de cargas externas,  ${}^{t+\Delta t} R$ , y el estado de tensiones anteriores,  ${}^t \sigma_{ij}$ . Esto se realiza en forma iterativa en los ciclos 1, 2, 3, ... dentro de un solo incremento de tiempo  $\Delta t$ , hasta que ambos lados de ec. (6) sean iguales, considerando una cierta tolerancia permitida. En la formulación anterior se consideran pequeñas deformaciones, lo que no limita la aplicación en todo el rango posible de sollicitación del acero, y hormigón en elementos estructurales de hormigón armado.

### EJEMPLOS DE APLICACION

Para demostrar la potencialidad de la formulación se modeló un muro real ensayado, construido en escala 1:3 de un muro de 10 pisos [10]. En Fig. 5 se puede observar la parte del muro ensayada, y en figuras 6, y 7 los resultados de la simulación [5]. El muro fué sometido en su extremo superior a una carga cíclica de amplitud cercana a su capacidad última. La Fig. 6 muestra el modelo en su estado último de carga, inmediatamente antes de la descarga producida por la carga cíclica. Las líneas cortas indican la dirección de la primera fisuración. En Fig. 6 se observan además relaciones tensión-deformación, histéresis, para los materiales hormigón, y acero en ciertos puntos de interés del muro. La Fig. 7 muestra la relación fuerza de corte en el extremo superior del muro vs. el desplazamiento lateral para una carga cíclica, histéresis. La histéresis no incluye en su evolución ninguna degradación correspondiente a adherencia, y el daño que se puede apreciar en la forma de la curva corresponde únicamente al producido por la fisuración del hormigón. En la forma de la curva anterior, Fig. 7, se pueden identificar claramente durante la primera carga, las zonas de comportamiento elástico del muro, estado I, la zona de desarrollo de la fisuración, estado II, y finalmente la zona caracterizada por la plastificación del acero.

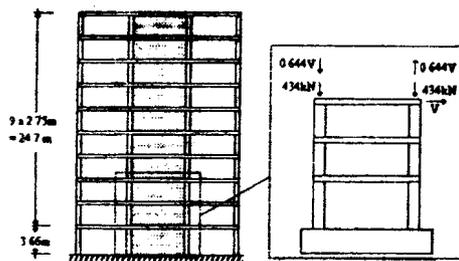
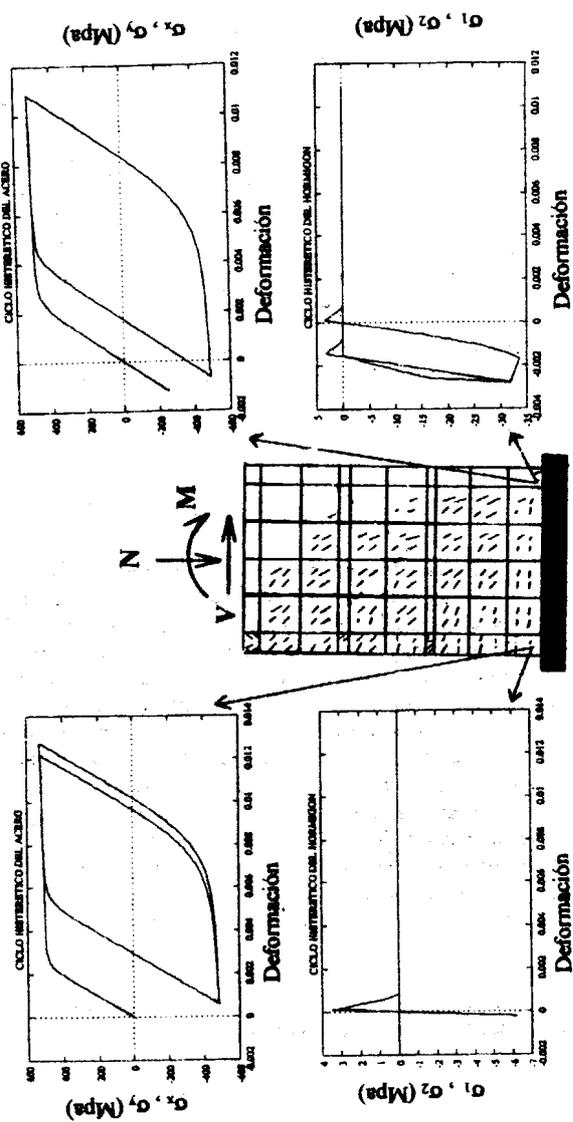


Fig. 5: Estructura de diez pisos, y muro ensayado [10]

Fig. 6 : Estado de primera fisuración, y comportamiento material en zonas de máxima sollicitación.



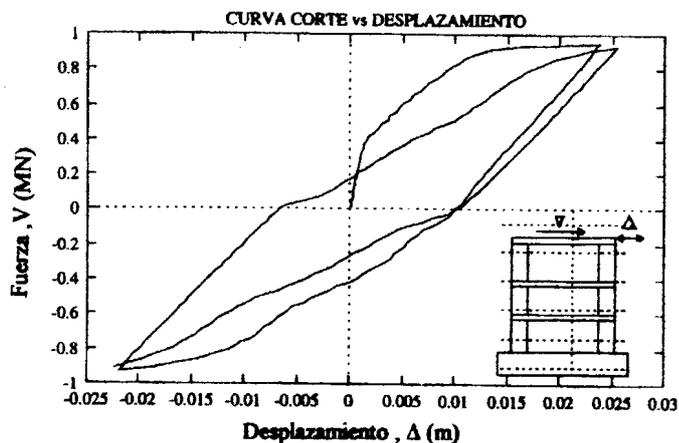


Fig. 7 Resultados de la simulación numérica para carga cíclica. Relación fuerza de corte, desplazamiento en el extremo superior del muro.

### CONCLUSIONES

Las estructuras dúctiles de hormigón armado varían sus propiedades de rigidez y de amortiguamiento al deformarse cíclicamente en el rango plástico como respuesta a movimientos basales severos causados por una acción sísmica. Tanto para efectos de diseño como para los estudios de serviciabilidad o de seguridad al colapso se requieren modelos reales y algoritmos apropiados, que puedan ser aplicados en la generalidad de los problemas estructurales. Cabe destacar que los modelos analizados requieren aún de una calibración con resultados experimentales para asegurar su validez. Una gran ventaja de la modelación descrita en este trabajo es la de poder observar la influencia e importancia de los diferentes mecanismos que controlan la respuesta de miembros estructurales de hormigón armado de cualquier forma. Mediante el modelo es posible incluir de manera natural el crecimiento de las zonas plásticas, propagación de la fisuración importante información para analizar la capacidad de disipación de energía, y disminución de rigidez en muros estructurales. Una desventaja de la formulación mostrada es el gran esfuerzo computacional requerido, lo que sin duda restringe su aplicación al estudio de comportamiento de elementos estructurales individuales. La modelación descrita puede ser de gran ayuda para el desarrollo de Macro-Modelos que si se pueden emplear en el análisis dinámico de estructuras de muchos pisos.

Con este trabajo comenzó en el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Concepción una investigación dirigida a describir el comportamiento estructural de muros de hormigón armado bajo sollicitación cíclica en el rango de frecuencias predominantes de estructuras solicitadas por movimientos sísmicos severos.

**REFERENCIAS**

- [1] PINTO, F. E., and MENEGOTTO, M.: Methods of analysis for cyclically loaded reinforced concrete plane frame including changes in geometry and nonelastic behavior of element under combined normal force and bending, Procs. IABSE Symp. on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on By Well-Defined Repeated Loads, Lisbon, 1973.
- [2] CHEN, W. F.: *Plasticity in Reinforced Concrete*, New York, McGraw-Hill, 1982.
- [3] KUPFER, H. B. and GERSTLE, K. H.: Behavior of Concrete under Biaxial Stresses, Eng. Mech. Division, ASCE, Vol. 99, 1973.
- [4] DARWIN, D. and PECKNOLD, D. A.: Nonlinear Bi-Axial Stress-Strain Law for Concrete, ASCE, Vol. 103, EM2, April 1977.
- [5] GONZALEZ, A.: Simulación Numérica de Muros de Hormigón Armado, Trabajo de Titulo, Depto. Ing. Civil, Universidad de Concepción, Chile, Enero 1996.
- [6] BAZANT, Z. P., OH, B. H.: Crack Band Theory for Fracture of Concrete, Mater. Struct. Rilem, Paris, 1983, pp 155-177.
- [7] ETSE, G.: Theorie und numerische Untersuchung zum diffusen und lokalisierten Versagen in Beton, Dissertation, Karlsruhe, 1992.
- [8] GARSTKA B.: Investigations on Resistance and Damage of Reinforced Concrete Linear Elements Considering Shear Effects under Cyclic Nonlinear Loading, Technical Reports 93-2, Ruhr Universitat Bochum, Germany.
- [9] BATHE, K. J.: *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982
- [10] Vallenat, J.M., A., Bertero, V.V., and Popov, E.P., " Hysteretic Behaviour of Reinforced Concrete Walls", Report No. UC3/EERC-79/20, Earthquake Research Center, University of California, Berkeley, 1979.

