



SIMULACION NUMERICA DEL ENSAYO DE TRACCION SIMPLE

Carlos García Garino

Instituto Tecnológico Universitario, Facultad de Ingeniería, UNC
Centro Universitario, Parque San Martín
5500, MENDOZA, Argentina.

José María Goicolea y Felipe Gabaldón

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos,
Universidad Politécnica de Madrid, Zona Universitaria
28080, MADRID, España.

RESUMEN

El ensayo de tracción simple se emplea frecuentemente para obtener parámetros de los materiales y calibración de las respectivas ecuaciones. Cuando las deformaciones son pequeñas o moderadas la interpretación del ensayo es muy sencilla. Sin embargo en presencia de grandes deformaciones es necesario interpretar correctamente los resultados del ensayo. Este trabajo describe formulaciones analíticas, estudios experimentales y simulaciones computacionales del ensayo, señalando sus aplicaciones.

ABSTRACT

The simple tension test is widely used in practice in order to set up constitutive laws as well as to obtain parameters of the studied materials. While strain remain small or moderated the this test can be analyzed with no difficulties. However, in presence of large strains it is necessary to identify properly the results of the test. This work provides an overview about this test, and it describes analytical expressions, experimental studies as well as computational simulation.

INTRODUCCION

El ensayo de tracción simple se utiliza muy a menudo para caracterizar la respuesta estructural de los materiales y determinar propiedades como el Módulo de Young, tensiones de fluencia y rotura, alargamientos, etc. La interpretación del ensayo no presenta dificultades cuando la curva tensión deformación se limita al campo de las pequeñas deformaciones, y existen normas y procedimientos que se discuten más adelante.

Cuando el material debe utilizarse en el contexto de grandes deformaciones, para resolver, entre otras aplicaciones, problemas de impacto, choque, conformado de metales, etc., la respuesta del material debe interpretarse función de las tensiones de Cauchy (true stress) σ , y de las deformaciones logarítmicas, ϵ , como se discute en el próximo punto.

Es este último caso, caracterizado por la presencia de una marcada estricción, el que se analiza con mayor detalle en este trabajo. Para ello se describe el ensayo, se discuten normas y procedimientos y partiendo de los trabajos de Bridgman [1], y Davidenkov y Spirinova [2], se presentan las hipótesis básicas, se discuten las mismas y se señala la evidencia experimental que las avala, debidas, entre otros, a Davidenkov y Spirinova [2] y a Goicolea [3], y se sugieren técnicas para la calibración de la ecuación constitutiva.

En la literatura pueden encontrarse distintas referencias acerca de la simulación numérica del ensayo, las cuales se enfocaban en la factibilidad de la simulación numérica del ensayo y de la comparación entre los resultados numéricos y los analíticos [1,2]. Entre otros, pueden señalarse los trabajos de Wilkins [4], Chen [5], y Needleman [6]. Norris et al. [7], al igual que Needleman, han discutido detalladamente la distribución del campo tensional en la zona de la estricción. Goicolea [3] ha realizado estudios numéricos y experimentales con énfasis en la calibración de la ecuación constitutiva. En los últimos años este problema ha sido utilizado para calibrar ecuaciones constitutivas y tecnología de elementos apropiados para el tratamiento de las grandes deformaciones elastoplásticas, pudiéndose citar, entre otras contribuciones recientes, a Simo [8], Simo y Armero [9] y García Garino [10], las que dejan constancia de los considerables avances realizados en el contexto de los modelos computacionales para plasticidad con grandes deformaciones. Sin embargo, como han destacado recientemente Goicolea et al [11], se ha realizado mucho menos trabajo en el análisis y calibración de las ecuaciones constitutivas para grandes deformaciones, aspecto que se discute con cierto detalle en este trabajo.

DESCRIPCION DEL ENSAYO

El ensayo de tracción simple presenta dos fases bien marcadas, como puede verse en la figura 6. La primera de ellas se desarrolla para deformaciones pequeñas o moderadas, la carga es creciente y el ensayo es estable. Luego del máximo de carga las deformaciones se concentran en la zona central, en donde alcanzan valores muy grandes, y en el resto de la probeta se verifican descargas elásticas. En esta segunda fase o etapa poscrítica el ensayo se torna inestable y la carga decrece.

Durante la primera fase la respuesta es homogénea en lo que respecta a los campos de tensiones y deformaciones, las cuales permanecen pequeñas o moderadas. En este caso la interpretación del ensayo no presenta dificultades con referencia a la curva tensión vs. deformación. En este caso la tensión nominal $\frac{P}{A_0}$, y la deformación ingenieril $\frac{\Delta l}{l_0}$ son suficientes para proveer la información buscada. En las expresiones anteriores P es la carga de tracción y A_0 es el área original, Δl es el alargamiento y l_0 es la longitud original.

A partir del máximo de la carga se desarrolla, en la zona central, una concentración de deformaciones que se manifiesta mediante la bien conocida estricción o estrangulamiento, como se indica en la figura 1. El ensayo se vuelve inestable y la carga resistida va disminuyendo paulatinamente. En esta segunda fase, el material fuera de la zona del cuello descarga elásticamente, mientras que en la zona del cuello prosigue la carga plástica hasta alcanzar la rotura del material.

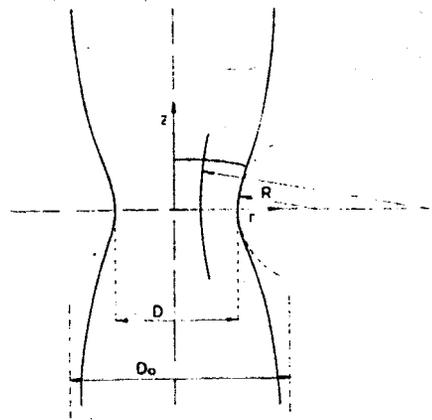


Figura 1. Ensayo de tracción simple: Estricción de la zona central

En esta segunda fase aparecen, desde el punto de vista mecánico, dos dificultades: i) Debido a la curvatura que se produce en el cuello de la probeta, las distribuciones de tensiones y deformaciones en el mismo distan de ser uniformes, lo que dificulta la interpretación del ensayo [1,2], y ii) La presencia de grandes deformaciones hace que la respuesta del material deba interpretarse cuidadosamente en función de las tensiones promediadas de Cauchy (true stress) $\sigma = \frac{P}{A}$, y de las deformaciones logarítmicas $\epsilon = \ln \frac{l}{l_0}$, en donde P es el nivel de carga del ensayo, A es el área deformada, l es la longitud actual y l_0 la longitud original. Un estudio detallado del análisis en esta fase puede consultarse en el textos de Malvern [12].

ALCANCES DEL ENSAYO. NORMAS

La primera fase del ensayo es suficiente para identificar la respuesta de materiales ingenieriles restringidos al campo de las pequeñas deformaciones como los materiales destinados a la construcción, elementos de máquinas, etc.. Al respecto los procedimientos de ensayo normalizados para tracción se encuentran especificados en reglamentos como las ASTM E8-82, ASTM E646-78 o BS 18 para probetas cilíndricas, o bien la DIN 50125 para probetas de sección rectangular.

Actualmente en la industria se utilizan cada vez más frecuentemente nuevos materiales: compuestos, cerámicos, etc., o bien por razones de fabricación y/o seguridad es necesario extender el estudio del comportamiento de los metales dúctiles al campo de grandes deformaciones: problemas de impacto, choque, conformado de metales, etc..

En estos últimos casos es necesario modelar apropiadamente la respuesta del material, afrontando las dificultades, señaladas en el punto anterior, respecto de la descripción del ensayo y de la *calibración de la ecuación constitutiva*. En estos casos las normas no proporcionan la información necesaria para modelos constitutivos con grandes deformaciones. En el próximo punto se discute el tratamiento analítico del ensayo y se sugieren algunas posibilidades para cumplir este objetivo.

INTERPRETACION ANALITICA DE LA ESTRICCIÓN

Cuando se desarrolla la estricción el estado de tensiones deja de ser uniforme, la respuesta ya no es

más homogénea, y se verifica triaxialidad de tensiones en la zona del cuello. Luego la tensión real (true stress) o tensión de Cauchy $\sigma = \frac{P}{A}$ sólo es válida en un sentido promediado. La aparición de tensiones tangenciales y radiales obliga a interpretar cuidadosamente los resultados del ensayo de tracción simple para calibrar correctamente la ecuación constitutiva.

El análisis seguido aquí se basa en los trabajos clásicos de Bridgman [1] y Davidenkov y Spirinova [2], quienes han propuesto las expresiones analíticas que describen el estado tensional en la zona de la estricción. Mientras Bridgman postuló sus resultados sobre una base empírica, Davidenkov y Spirinova realizaron estudios metalográficos en la zona de la estricción, los cuales fueron confirmados más tarde por Goicolea [3].

La descripción del ensayo se realiza mediante la tensión axial y la deformación logarítmica axial (ambas medidas en la propia sección del cuello), definidas como:

$$\sigma_{zz} = \frac{P}{A}; \quad \varepsilon_{zz} = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0} \quad (1)$$

siendo P la carga axial, A la sección del cuello y (l, l_0) las longitudes de galga deformada y original respectivamente. Es fácil comprobar que, mientras las tensiones y deformaciones sean uniformes (primera fase del ensayo, antes de alcanzar la carga máxima), en el ensayo axial sin restricción lateral estas medidas coinciden respectivamente con la tensión de Von Mises y la deformación plástica equivalente:

$$\sigma_{eq} = \sigma_{zz}; \quad \varepsilon_p = \varepsilon_{zz} \quad (2)$$

donde $\sigma_{eq} \stackrel{def}{=} \sqrt{\frac{3}{2} s : s}$, donde s el tensor desviador de tensiones, $s \stackrel{def}{=} \sigma - \frac{1}{3} tr(\sigma) 1$

Por otra parte, la deformación plástica equivalente se define a partir del tensor velocidad de deformaciones $d \stackrel{def}{=} \nabla^s \mathbf{x}$ y la descomposición aditiva en componentes elástica y plástica:

$$d = d^e + d^p; \quad \varepsilon_p = \int \sqrt{\frac{2}{3} d^p : d^p} dt \quad (3)$$

Sin embargo, a partir del momento en que se desarrolla el cuello de estricción dejan de ser válidas las expresiones (2), siendo necesario analizar los ensayos considerando la naturaleza de las distribuciones no uniformes de deformaciones y tensiones.

Distribución de deformaciones

En esta sección se estudia la distribución de deformaciones y tensiones en la zona del cuello [1,2]. Además se hace uso de las hipótesis básica, acerca de la uniformidad de las tensiones radiales [2,3] y de las condiciones de simetría de revolución.

$$d_{rr} = \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} = \frac{\dot{D}}{D} \quad (4)$$

en donde debido a la uniformidad de deformaciones se puede expresar la tasa en función de \dot{D} , y no es necesario emplear la derivada parcial debido a condiciones de simetría. A partir del resultado obtenido las deformación circunferencial resulta

$$d_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{x}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\dot{x}_r}{r} = 0 + \frac{\dot{D}}{D} = d_{rr} \quad (5)$$

en donde el término $\frac{\partial \dot{x}_\theta}{\partial \theta}$ se anula por condiciones de simetría, por la misma razón también resultas nulas:

$$d_{r\theta} = d_{\theta z} = d_{rz} = 0$$

donde (r, θ, z) indican componentes físicas en coordenadas cilíndricas.

Considerando que durante la estricción las deformaciones elásticas son despreciables y la incompresibilidad del flujo plástico: $d_{rr} + d_{\theta\theta} + d_{zz} = 0$ se llega a:

$$d_{zz} = -2 d_{rr} = -2 \frac{\dot{D}}{D} \Rightarrow \varepsilon_p = \varepsilon_{zz} = -2 \ln \frac{D}{D_0} \quad (6)$$

Por lo tanto ε_p y consecuentemente el tamaño de la superficie de fluencia isotrópica, $Y(\varepsilon_p)$, son constantes sobre la sección del cuello.

Distribución de Tensiones

Empleando la ley de flujo plástico asociativa,

$$\mathbf{s} = \gamma d^p$$

y la ecuación (5), se deduce:

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} \quad (7)$$

y teniendo en cuenta que para un punto en carga elastoplástica resulta $\sigma_{eq} \stackrel{def}{=} \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}} = Y(\varepsilon_p)$ y la ecuación (8) resulta:

$$Y = \sigma_{zz} - \sigma_{rr} \Rightarrow \sigma_{zz} = Y + \sigma_{rr}$$

Por tanto la tensión en el cuello (σ_{zz}) puede interpretarse como una tracción axial constante (Y) superpuesta a tracción hidrostática variable ($\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta}$). Esta última es máxima en el centro y nula en el borde, por lo que el valor medio será:

$$\bar{\sigma}_{zz} = Y + \bar{\sigma}_{rr} > Y$$

Considerando hipótesis adicionales sobre la curvatura del cuello [1,2], se obtiene la siguiente relación entre el valor medible en el experimento ($\bar{\sigma}_{zz} = P/A$) y la tensión de fluencia del material Y :

$$\begin{cases} \frac{\bar{\sigma}_{zz}}{Y} = \left(1 + \frac{2}{\sqrt{\varepsilon_{zz} - 0.1}}\right) \ln \left(1 + \frac{\sqrt{\varepsilon_{zz} - 0.1}}{2}\right) & (\varepsilon_{zz} > 0.1) \\ \frac{\bar{\sigma}_{zz}}{Y} = 1 & (\varepsilon_{zz} \leq 0.1) \end{cases} \quad (8)$$

ENSAYOS DE UNA PROBETA DE ALUMINIO RECOCIDO

Se resumen a continuación los ensayos realizados por Goicolea [3], pudiendo encontrarse una descripción más extensa en la referencia citada. El material empleado fue aleación de aluminio HE30 (BS 1474), suministrado en forma de barras y posteriormente recocido. Las propiedades del material suministrado (según especificaciones) eran: $E = 67$ GPa, $\nu = 0.3$, $\sigma_y = 239 - 270$ Mpa (elongación remanente 0.1%), $\sigma_u = 278 - 293$ Mpa (elongación última entre 7 y 10%).

Resultados Experimentales

Las probetas una vez mecanizadas fueron recocidas a la temperatura de 350° entre 3 y 5 horas, salvo una que no fue recocida como referencia.

La figura 2.a muestra una probeta típica después de la rotura en el cuello, donde se puede observar el desarrollo del mismo. En la figura 2.b se muestran los resultados de carga total axial (P) frente a la deformación logarítmica (ε_{zz}) en la sección de estricción, obtenida esta última mediante la medición del diámetro y aplicando la fórmula dada por la ecuación (8). Se observa en todos los casos un aumento de la carga hasta un máximo P_{\max} . Después de éste se produce una fase inestable del ensayo, disminuyendo P a la vez que se desarrolla el cuello de estricción.

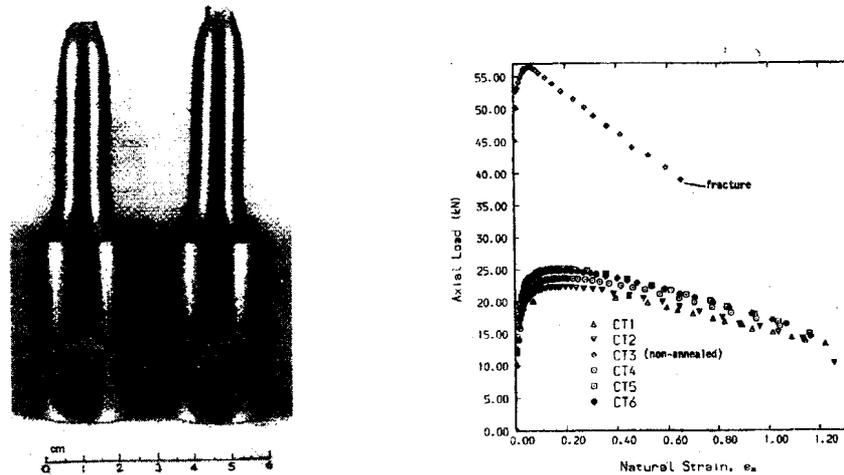


Figura 2. Ensayo: a) Probeta fracturada. b) Carga vs deformación logarítmica

Se comprueba que el recocido produce un aumento notable de la ductilidad, permitiendo deformaciones unitarias antes de la rotura superiores a 1.2, así como una fuerte disminución de P_{max} . Esta se halla comprendida entre 21 y 25 kN para las probetas recocidas. Dividiendo por el área de la sección de estricción en cada momento (A) se obtiene la tensión axial promedio, $\bar{\sigma}_{zz} = P/A$, representada en la figura 3. Se observa que, a pesar de la disminución de P , la tensión en el cuello no deja de crecer. Esto indica que la inestabilidad de la estricción es de tipo geométrico y no constitutivo, ocurriendo que a partir de un cierto instante la disminución del área del cuello predomina sobre el endurecimiento plástico del material.

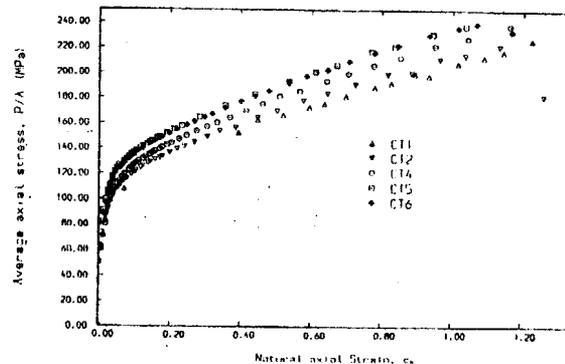


Figura 3. Ensayo: Tensión longitudinal promediada $\bar{\sigma}_{zz} = P/A$ versus deformación logarítmica

La hipótesis básica de [1,2] sobre la constancia de ε_{rr} , $\varepsilon_{\theta\theta}$ y ε_p (ecuaciones (5) y (6) en la sección de estricción fue corroborada en [3] mediante ensayos de microdureza en distintos puntos de una sección transversal cerca del cuello de estricción. Es conocido que la microdureza está relacionada con el límite plástico $Y(\varepsilon_p)$, que a su vez está relacionado con la deformación plástica

sufrida en cada punto. Las medidas de microdureza arrojaron un valor aproximadamente uniforme en toda la sección.

Se ajustó la ley constitutiva del material mediante un modelo elastoplástico isotrópico de tipo J_2 con endurecimiento potencial, en el que la superficie de fluencia queda definida por

$$Y(\varepsilon_p) = \sigma_{eq} \quad (9)$$

siendo la ley de endurecimiento

$$Y(\varepsilon_p) = A\varepsilon_{eq}^n \quad (10)$$

donde A y n son constantes a determinar y ε_{eq} es la "deformación uniaxial equivalente" definida como

$$\varepsilon_{eq} \stackrel{def}{=} \frac{\sigma_{eq}}{E} + \varepsilon_p \quad (11)$$

La tensión axial promedio en el cuello ($\bar{\sigma}_{zz}$, figura 3, fue procesada mediante la ecuación (8) para obtener los valores de Y . Aplicando una regresión lineal a los logaritmos de estos valores (obsérvese que la ecuación (11) en escala logarítmica es una recta) se obtuvieron los parámetros siguientes:

$$A = 181.7 \text{ MPa}; \quad n = 0.159.$$

Merece observarse que para el rango de deformación de interés la corrección proporcionada por la ecuación (8), debido a la falta de uniformidad de las tensiones en el cuello, es considerable: para un valor $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{eq} = 1$, resulta $Y = 187.7 \text{ MPa}$ y $\bar{\sigma}_{zz} = 219.2 \text{ MPa}$.

Simulación Numérica

En este punto se presentan los resultados numéricos correspondientes a la probeta del punto anterior. Los estudios se han realizado con los códigos de elementos PR2D [13], SOGDE [10] y ABAQUS [14], todos los cuales poseen algoritmos capaces de modelar el problema elastoplástico con grandes deformaciones. Las características de estos códigos: tipo de ley constitutiva, elemento finitos, etc., pueden consultarse en el trabajo de Goicolea et al. [11].

Por razones de simetría se ha modelado un cuarto de la probeta, imponiendo las correspondientes condiciones de simetría. En el extremo de la probeta los desplazamientos radiales son libres, y se imponen los desplazamientos longitudinales. Para simular la probeta se ha utilizado una malla de 393 elementos cuadriláteros con simetría de revolución y 446 nudos. En la figura 4 se muestra la malla de elementos finitos deformada para un alargamiento de $\Delta l = 10 \text{ mm}$.

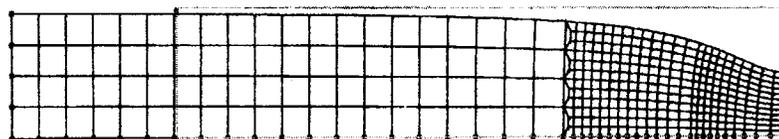


Figura 4. Malla de elementos finitos, geometría deformada

Los resultados obtenidos en los modelos de cálculo citados se presentan en las figuras 5 a 8. La figura 5 contiene la evolución de la estricción en el cuello (D/D_0), frente al alargamiento nominal ($\Delta l/l_0$). La figura 6 representa la carga axial (P) frente a la deformación logarítmica axial en la sección de estricción (ε_{zz} , calculada según la ecuación (6)). La figura 7 representa la tensión ($\sigma_{zz} = P/A$) frente a ε_{zz} , que se compara con la ecuación constitutiva.

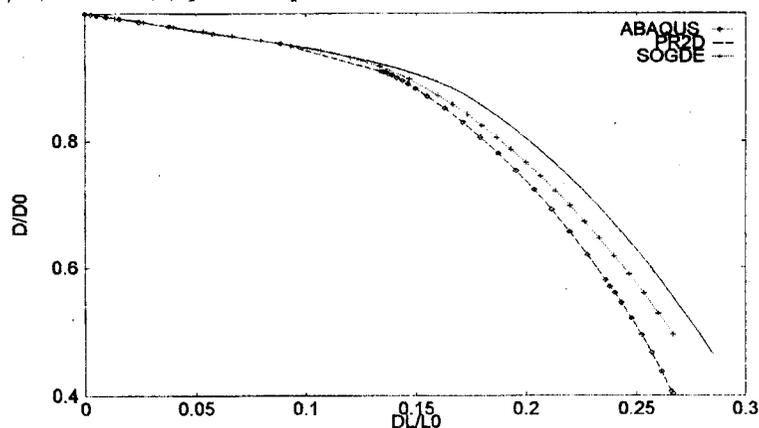


Figura 5. Evolución de la estricción en el cuello

Como resumen de la comparación de los resultados se deduce que, en líneas generales la respuesta de los tres modelos es similar. La localización geométrica de las deformaciones en el cuello es menos marcada en PR2D, más acusada en SODGE y aún mayor en ABAQUS. En la tabla 1 se realiza una comparación cuantitativa de los resultados de los cálculos con los resultados experimentales. Se observa que los tres modelos obtienen un resultado dentro del *abanico* experimental, estando el valor medio de éste situado entre el resultado de PR2D y el de SODGE.

Tabla 1: Comparación de resultados numéricos en la zona del cuello para $\varepsilon_{zz} = 0.9$

Código	$\bar{\sigma}_{zz}$ (MPa)	P (kN)
PR2D	207	16.8
SODGE	215	17.3
ABAQUS	217	17.5
Experimentos	213 ± 15	17.2 ± 1.2

En la figura 8 se muestran los contornos de tensiones en la zona del cuello (para el modelo de PR2D, los obtenidos con los otros programas son similares). Se observa que la hipótesis expresada por las ecuaciones (4) y (5) se cumple aproximadamente: en la sección del cuello la deformación

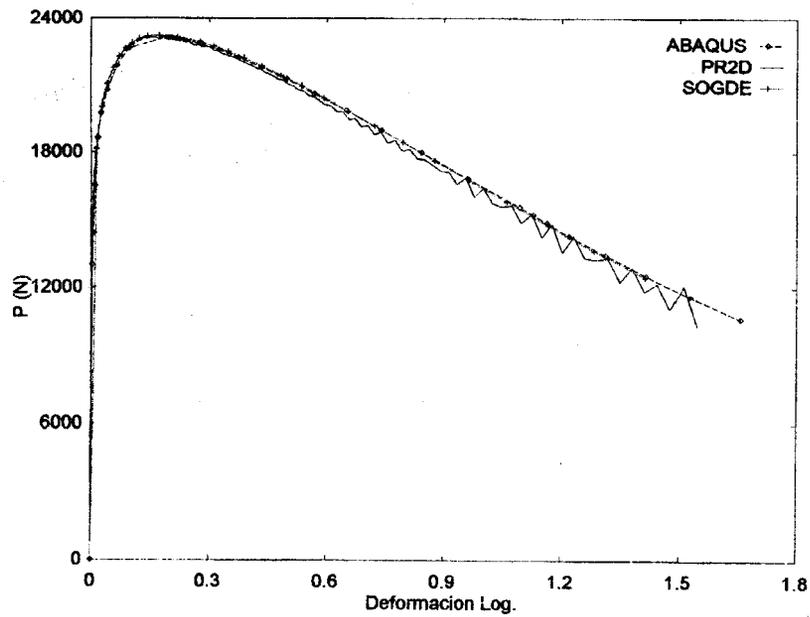


Figura 6. Simulación numérica: Carga vs deformación logarítmica

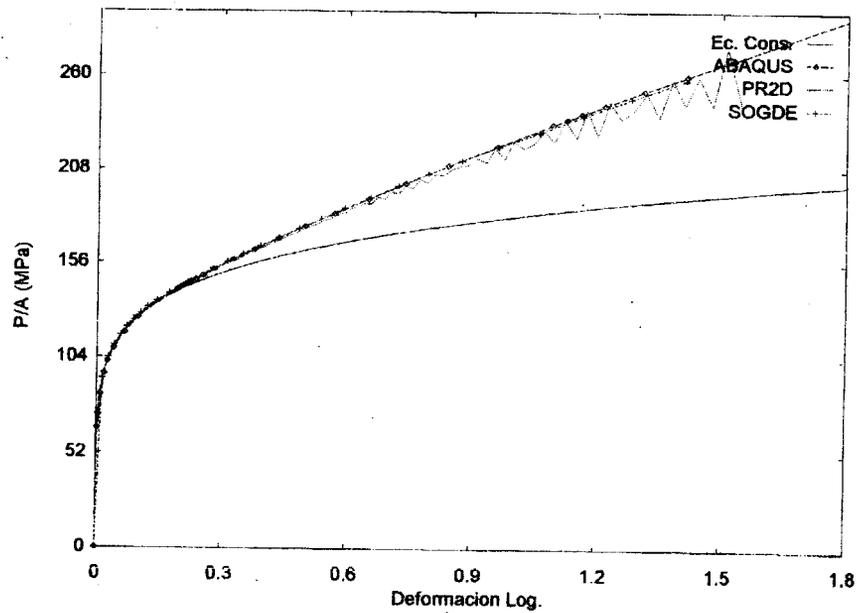


Figura 7. Simulación numérica: Comparación de la tensión media ($\bar{\sigma}_{zz} = P/A$) con la Ecuación constitutiva (ec. 10)

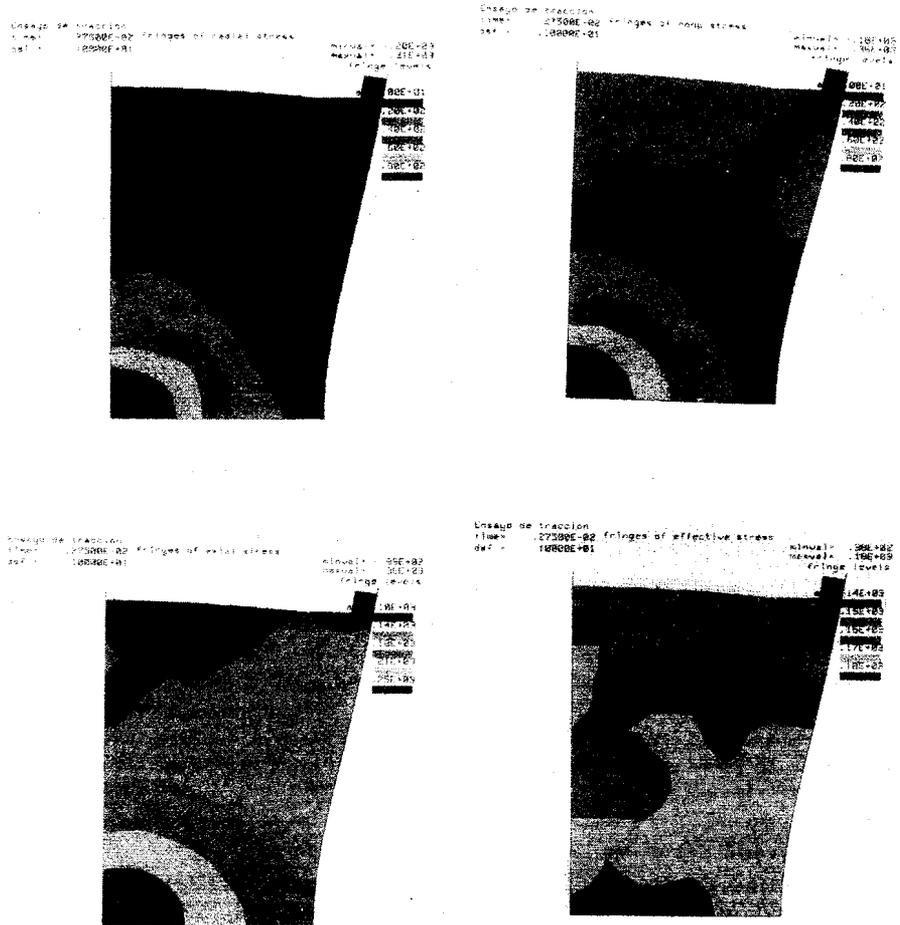


Figura 8. Simulación numérica: Contornos de tensiones: a) σ_{rr} ; b) $\sigma_{\theta\theta}$; c) σ_{zz} y d) σ_{eq}

plástica ϵ_p y la tensión equivalente σ_{eq} son aproximadamente constantes, mientras que σ_{rr} y $\sigma_{\theta\theta}$ no son constantes y son aproximadamente iguales entre sí, cumpliéndose $\sigma_{zz} \simeq \sigma_{eq} + \sigma_{rr}$.

CONCLUSIONES

Se ha presentado un análisis de los ensayos de tracción con estricción que permite, a pesar de la falta de uniformidad de las tensiones en el cuello, interpretar de manera satisfactoria los ensayos. De esta forma se pueden obtener las leyes constitutivas tensión-deformación válidas para grandes deformaciones mediante un procedimiento experimental relativamente sencillo.

La interpretación numérica se ha realizado mediante tres modelos de elementos finitos distintos, obteniéndose ciertas diferencias entre ellos aunque en todos los casos los resultados están dentro del abanico experimental. Debe concluirse que la localización geométrica de las deformaciones en el cuello es sensible a pequeñas diferencias en la formulación. Los resultados numéricos corroboran en líneas generales las hipótesis interpretativas de Bridgman [1] y Davidenko y Spirinova [2].

REFERENCIAS

- [1] BRIDGMAN, P.W.: "The Stress Distribution at the Neck of a tensile Specimen.", *Trans. Amer. Soc. Metals*, 32, 553-574 (1944).
- [2] DAVIDENKOV, N.N. y SPIRIDINOVA, N.I.: "Analysis of the State of Stress in the Neck of a Tension Test Specimen.", *Proc. Amer. Soc. Testing Mater.*, 46, 1147-1158 (1946).
- [3] GOICOLEA, J. M.: "Numerical Modelling in Large Strain Plasticity with Application to Tube Collapse Analysis.", Ph.D. Thesis, Univ. of London, (1985).
- [4] WILKINS, M.L.: "Third Progress Report of Light Armor Program.", Lawrence Livermore Natl. Lab., U. of California, rept. UCRL-50460 (1968).
- [5] CHEN, W.: "Necking of a Bar", *Int. J. Sol. Struct.*, 7, 685-717, (1971).
- [6] NEEDLEMAN, A.: "A Numerical Study of necking in Circular Cylindrical Bars.", *J. Mech. Phys. Solids*, 20(2), 111-127 (1972).
- [7] NORRIS, D.M. et al.: "A Computer Simulation of the Tensile Test", *J. Mech. Phys. Solids*, 26, 1-19 (1978).
- [8] SIMO, J.C.: "A Framework for Finite Strain Elastoplasticity based on maximum Plastic Dissipation and the Multiplicative Decomposition: Part I, Continuum Formulation; Part II, Computational Aspects.", *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 66, 199-219 (1988) y 68, 1-31 (1988).
- [9] SIMO, J.C. y ARMERO, F.: "Geometrically Nonlinear Enhanced Strain Mixed Methods and the Method of Incompatible Modes.", *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 33, 1595-1638 (1992).
- [10] GARCIA GARINO, C.: "Un Modelo Numérico para el Análisis de Sólidos Elastoplásticos Sometidos a Grandes Deformaciones.", Tesis Doctoral, Univ. Politécnica Cataluña, (1993).
- [11] GOICOLEA J.M., GABALDON F. y GARCIA GARINO C.: "Interpretación de la Estricción en el Ensayo de Tracción empleando modelos hipelásticos e hiperelásticos", *Métodos Numéricos en Ingeniería*, Doblare M. et al (Editores), pp 875, vol 1, SEMNI, Barcelona, 1996.
- [12] Malvern, L.E., "Introduccion to Mechanics of a Continuous Medium", Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1969.
- [13] GOICOLEA, J.M.: "PR2D User's Guide, vers. 1-2.10.", E.T.S. Ing. Caminos, Univ. Politécnica Madrid (1992).
- [14] H.K.S. Inc.: "ABAQUS Theory Manual", vers. 5.4., (1994).