Mecánica Computacional Vol. XVI compilado por G. Etse y B. Luccioni Tucumán, Septiembre de 1996



SIMULACION DEL FENOMENO DE COLMATACION DE EMBALSES

Pablo A. Tarela - Angel N. Menéndez INCYTH-Secretaría de Recursos Naturales y Ambiente Humano C.C.21 - 1802 Aeropuerto Ezeiza - Argentina

RESUMEN

Se presenta un modelo matemático que simula la evolución morfológica del lecho de un embalse como consecuencia del proceso de deposición de sedimentos. Se calculan las condiciones hidrodinámicas del flujo y el transporte de partículas en suspensión. El esquema numérico está basado en el método de los elementos finitos. La evolución temporal del lecho se describe mediante una sucesión de estados estacionarios. Con este modelo es posible resolver problemas con un alto número de grados de libertad en tiempos de máquina relativamente cortos.

ABSTRACT

A mathematical model to simulate the morphological evolution of the bottom of a reservoir, as a consequence of the sedimentation process, is presented. The hydrodynamic conditions and the suspended particle transport are calcuated. The numerical scheme is based on the finite element method. The time evolution of the bottom is calculated through a series of stationary states. With this model it is possible to solve problems with a large number of degrees of freedom in relatively small computer times.

INTRODUCCION

Una de las características fundamentales de los ríos es su capacidad para transportar sedimentos. Estos sedimentos están constituídos por partículas sólidas de distintas especies en cuanto a forma, tamaño y composición. Su transporte en el fluir del río es manejado por tres acciones principales: el arrastre de la corriente, la difusión debida a la turbulencia y el peso propio de las partículas.

Cuando en el curso de un río se realiza una obra que produce el embalse de las aguas (una presa, por ejemplo), las dos primeras acciones mencionadas pierden peso frente a la tercera. De hecho, la aparición de un lago o reservorio implica un corte en la circulación original, por lo cual las velocidades medias disminuyen, lo mismo que la intensidad de la turbulencia. Entonces, la fuerza dominante sobre los sedimentos pasa a ser su peso y se produce la caída de la carga sólida desde la columna de agua hacia el lecho (sedimentación). Así, el reservorio creado para acumular agua pierde capacidad por la elevación del lecho, dando lugar al fenómeno conocido como colmatación.

Por lo mencionado, la predicción de la evolución morfológica del cauce del reservorio resulta de vital importancia, tanto para verificar la factibilidad de una obra como para cuantificar su vida útil. En este trabajo se muestra cómo es posible llevar a cabo dichas predicciones mediante una herramienta de cálculo basada en la simulación numérica. Este tipo de técnica resulta más útil que la estandar (que emplea curvas empíricas [1,2]) ya que permite discriminar cada caso particular y da una comprensión más detallada de los procesos físicos involucrados en el fenómeno.

BREVE DESCRIPCION DE LA FORMULACION DEL MODELO

Para describir el transporte de sedimentos es necesario conocer las corrientes en el curso de agua. El modelo matemático que describe la hidrodinámica fué presentado con anterioridad [3,4] por lo cual sólo se realiza aquí una muy breve descripción.

Se ha supuesto que la escala espacial longitudinal del problema es mucho mayor que la transversal, la cual, a su vez, es mucho mayor que la vertical. Esto implica que existe una dirección (la longitudinal) principal de movimiento. Por ello, la difusión horizontal puede despreciarse. Se considera que el flujo es estacionario e incompresible y la superficie libre se impone como tapa rígida. Empleando una viscosidad de torbellino para cerrar el modelo de turbulencia e integrando las ecuaciones de Navier-Stokes sobre la dimensión transversal, se obtiene [4]:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial u}{\partial z} = Fr^{-2}\left(\alpha^{-1}sin\theta - \frac{\partial p}{\partial x}\right) + \alpha^{-1}Re^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(v_V\frac{\partial u}{\partial z}\right)$$
(1)

$$u\frac{\partial w}{\partial x} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\alpha^{-2}Fr^{-2}\left(\cos\theta + \frac{\partial p}{\partial z}\right) + \alpha^{-1}Re^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(v_H\frac{\partial u}{\partial z}\right) + 2\alpha^{-1}Re^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(v_F\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$
(2)

$$\frac{\partial Bu}{\partial x} + \frac{\partial Bw}{\partial z} = 0 \tag{3}$$

donde x y z son las coordenadas cartesianas longitudinal y vertical, respectivamente, u y w las componentes medias turbulentas longitudinal y vertical de la velocidad, p la presión media, θ el ángulo entre el fondo original y un plano horizontal de referencia (ver figura 1), $v_F y v_H$ las viscosidades de torbellino vertical y horizontal, respectivamente, y B el ancho local del cauce. Los números adimensionales son: $\sigma=H/L$ (relación de aspectos), Re= UH/v_0 (número de Reynolds) y $Fr=U/(gH)^{1/2}$ (número de Froude), donde L=escala longitudinal (longitud del reservorio), H=escala vertical (profundidad), U=velocidad longitudinal, UH/L=velocidad vertical, $\rho gH=$ presión (ρ es la densidad del agua y g la aceleración de la gravedad) y $v_0=0.25x/q=$ viscosidad de torbellino, con x es la constante de von Karman, f el coeficiente de fricción y q el caudal por unidad de ancho. Obsérvese que $fq=hu_0$, donde h es la profundidad local y u₀ la velocidad de corte local (que se puede determinar, por ejemplo, mediante la ley de Chezy).

Para la viscosidad horizontal se tomó un valor $v_{H}=2.3 v_{o}$, mientras que la viscosidad de torbellino vertical se modeló de acuerdo al criterio de Kerssens [5] y se modificó por el efecto de la dimensión integrada [4]

 $\mathbf{v}_{\mathbf{y}} = \mathbf{v}_{\mathbf{a}} \, \mathbf{\psi} \, f(z) \tag{4}$

donde $\psi = h/R$ (R = radio hidráulico) y la distribución vertical cumple

$$f(z) = 1 - \left(1 - 2\frac{z}{h}\right)^2 \qquad si \quad z < \frac{h}{2}$$

$$f(z) = 1 \qquad si \quad z \ge \frac{h}{2}$$
(5)

Como condiciones de contorno en el fondo se impone la ley de velocidad logarítmica sobre un fondo ficticio (de tal forma de no resolver el detalle de la capa límite turbulenta)

$$u(z^+) = \frac{u_*}{\kappa} \cos\gamma \ln(z^+) \quad , \quad w(z^+) = \frac{u_*}{\kappa} \sin\gamma \ln(z^+) \tag{6}$$

donde $z^{+}=30$ y $\gamma=\partial z_{b}/\partial x$, con z_{b} la altura local del fondo ficticio. En la superficie libre se utilizan la condición cinemática, ausencia de tensiones de corte y presión nula:

$$u\frac{\partial h}{\partial x} - w = 0$$
 , $\frac{\partial u}{\partial h} = 0$, $p = 0$ (7)

donde n es la normal exterior a la superficie libre.

Si se asume que la concentración de sedimentos es baja, las ecuaciones de Navier-Stokes quedan desacopladas de la ecuación de transporte para las partículas sólidas. Procediendo de la misma manera que antes, la concentración de sedimentos en suspensión viene descripta por:

$$\left(u + aw_{s}\sin\theta\right)\frac{\partial s}{\partial x} + \left(w - w_{s}\cos\theta\right)\frac{\partial s}{\partial z} = a^{-1}\operatorname{Re}^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(v_{v}\frac{\partial s}{\partial z}\right)$$
(8)

donde s es la concentración volumétrica de sedimentos y w_s la velocidad adimensional de caída (que se supone función del diámetro de las partículas, exclusivamente).

Como condición de borde en la superficie libre se requiere flujo nulo de material particulado

$$v_V \frac{\partial s}{\partial n} - (\alpha w_S \cos \varphi \, Re) s = 0 \tag{9}$$

donde φ es el ángulo comprendido entre la normal a la superficie libre y la vertical.

El intercambio de partículas en la interfase virtual z^+ puede ser representado por la condición de contorno

$$-v_{V} \frac{\partial s}{\partial z} = \alpha w_{S} cos \Theta Re(I - P_{d}) s + E$$
(10)

donde E es la tasa de erosión del lecho y P_d la probabilidad de deposición, definida como la proporción de partículas que alcanzan el lecho y se adhieren a él.

Para el caso de sedimentos gruesos (tipicamente arenas, con diámetro de las partículas 8>62µm) se han utilizado los siguientes criterios:

 $P_d = 0 \qquad \qquad \delta > 62 \mu m \tag{11}$

 $E = \alpha w_s \cos \theta Re(s_{eq} - s) \qquad \qquad \delta > 62 \mu m \qquad (12)$

donde la primer ecuación tiene en cuenta que con esta escala de diámetros las partículas son no cohesivas, mientras que la segunda admite que la erosión neta se produce cuando la concentración en el fondo es distinta a la concentración de equilibrio local (s_{eq}) , siendo la amplitud de la erosión proporcional a esta diferencia.

Cuando los sedimentos son finos (4µm≤8≤62µm, limos) las propiedades cohesivas provenientes de efectos físico-químicos comienzan a ser importantes. Las partículas presentan un comportamiento creciente hacia la ligazón con el lecho cuando el diámetro disminuye y sólo las fuerzas de corte efectivas en el fondo se oponen a dicha cohesión entre partículas. Una de las maneras de tener en cuenta este efecto es a través de la probabilidad de deposición, la cual se puede definir como

 $P_{d} = \begin{cases} 0 & \tau_{\bullet} > \tau_{d} \\ l - \frac{\tau_{\bullet}}{\tau_{d}} & \tau_{\bullet} < \tau_{d} \end{cases}$ (13)

donde $\tau_* = \rho u^2$ es la tensión de corte en el fondo y τ_d la tensión crítica de deposición, por debajo de la cual las partículas logran depositarse. La ecuación (13) señala que las partículas sólo pueden depositarse cuando la intensidad de la turbulencia cae debajo de cierto umbral determinado por la tensión crítica de deposición.

A su vez, como los sedimentos son cohesivos, se emplea la hipótesis de erosión nula, lo cual es muy razonable para tipos de flujo divergentes, donde existe una tendencia casi contínua al decaimiento de las velocidades medias:

$$E = 0 \qquad \qquad 4\mu m \le \delta \le 62\mu m \qquad (14)$$

Si las partículas tienen diámetros aún menores ($\delta < 4\mu m$, arcillas) la forma de la probabilidad de deposición también debe tener en cuenta efectos químicos y/o bioquímicos, ya que el ambiente en el cual las mismas están suspendidas puede dar lugar a la formación de flóculos que propicien la decantación, por ejemplo. Sin embargo, cuando el ambiente químico sea escencialmente neutro (entre otros, ausencia de sales) las arcillas se pueden tratar como los limos.

La tensión de corte crítica de deposición depende, por un lado, del ambiente bioquímico del medio y, por el otro, de las propias características del lecho (edad, tiempo de consolidación, presión) y de las partículas (mineralogía, diámetro, forma). A los efectos del presente desarrollo, se ha empleado un valor medio que ha sido usado en otros trabajos (por ejemplo, en modelos del Río de la Plata)

$$\tau_d = 0.07 \, [Nm^{-2}] \tag{15}$$

La determinación de la concentración de equilibrio local se realizó en base a una descripción estadística desarrollada por van Rijn [5]

$$\langle s_{eq} \rangle = \lambda \frac{\delta}{z_h} \frac{\langle T_t^{3/2} \rangle}{D_s^{3/10}}$$
(16)

donde λ =0.03 es una constante empírica y

$$T_{t} = \frac{\tau_{b} - \tau_{b,cr}}{\tau_{b,cr}} , \qquad D_{\star} = \delta \left[\frac{(\rho_{s} - \rho)g}{\rho v^{2}} \right]^{1/3}$$
(17)

donde \triangleleft indica valor medio temporal sobre el ensamble de estados turbulentos, siendo τ_b la tensión de corte instantánea en el fondo, $\tau_{b,cr}$ la tensión de corte crítica instantánea (a partir de la cual comienza el proceso de resuspensión), ρ_s la densidad del material sólido y v la viscosidad del fluído.

Para evaluar el valor medio del parámetro de estado T_t se asume que la tensión de corte crítica está normalmente distribuída, con valor medio $\langle \tau_b \rangle$ y desviación estándar σ . Entonces, el valor esperado del parámetro T_t se puede obtener como

$$< T_{t} >= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \left| \int_{\tau_{b,cr,1}}^{\infty} \left(\frac{\tau_{b} - \tau_{b,cr,1}}{\tau_{b,cr,1}} \right)^{3/2} e^{-\frac{(\tau_{b} - \langle \tau_{b} \rangle)^{2}}{2\sigma^{2}}} d\tau_{b} \right| + \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \left| \int_{-\infty}^{\tau_{b,cr,2}} \left(\frac{\tau_{b} + \tau_{b,cr,2}}{\tau_{b,cr,2}} \right)^{3/2} e^{-\frac{(\tau_{b} - \langle \tau_{b} \rangle)^{2}}{2\sigma^{2}}} d\tau_{b} \right|$$

$$(18)$$

donde $\tau_{b,cr,1}$ y $\tau_{b,cr,2}$ son las tensiones críticas en el sentido del flujo y en contra del flujo, respectivamente:

$$\tau_{b,cr,1} = \tau_{b,cr} \frac{\sin(\phi + \gamma)}{\sin(\phi)} \quad , \qquad \tau_{b,cr,2} = \tau_{b,cr} \frac{\sin(\phi - \gamma)}{\sin(\phi)} \quad , \qquad \tau_{b,cr} = \frac{3}{2} \tau_{\text{Shelds}} \tag{19}$$

siendo ϕ el ángulo de fricción interna del material (por ejemplo, $\phi=35^{\circ}$ para arenas) y donde la tensión crítica ha sido evaluada mediante el valor determinado por Shields (τ_{Shields} , que cuando el fondo es prácticamente horizontal está dado por defecto).

En relación a la desviación estándar, se ha considerado que se puede evaluar localmente mediante

$$\sigma = 0.4 < \tau_b >= 0.4\rho u_*^2 \tag{20}$$

Finalmente, la tasa de erosión-deposición del lecho se determina mediante la relación de conservación de la masa sólida

$$\frac{dz_b}{dt} = -\frac{1}{(1-\pi)B} \frac{dQ_S}{dx}$$
(21)

donde t es el tiempo, π la porosidad de la capa depositada y Q_S el caudal sólido.

ESQUEMA NUMERICO

La resolución del sistema de ecuaciones diferenciales presentado se llevó a cabo mediante el método de los elementos finitos previo paso por una formulación débil. Los detalles del esquema numérico han sido presentados con anterioridad [3].

A modo de breve descripción se puede señalar que la parabolización impuesta a las ecuaciones de Navier-Stokes, a través del uso de las hipótesis de trabajo, permite generar un proceso de marcha, en el sentido del flujo, para obtener la solución. Por ello se utilizó un elemento cuadrilátero, donde las caras laterales están siempre distribuídas en la dirección del eje z y las otras dos caras se adaptan a los contornos (superficie libre y fondo). Se empleó un esquema mixto de interpolación, donde las velocidades se interpolan en forma cuadrática sobre las caras laterales (3 nodos por cara, 2 en los extremos y 1 nodo centrado) y linealmente en las caras restantes, mientras que la presión se representa linealmente en ambas direcciones. La concentración de sedimentos se interpola como las velocidades. La malla de cálculo se densifica hacia el fondo, donde la velocidad y la concentración presentan gradientes importantes. El propio esquema de marcha provee un direccionamiento implícito en el flujo de la información del sistema, por lo que no es necesario recurrir a técnicas de upwinding para estabilizar los términos convectivos. Este esquema ha sido contrastado con resultados empíricos, mostrando una aceptable concordancia [4].

Por otro lado, el proceso de sedimentación que se desea reproducir se desarrolla sobre escalas de tiempo largas en comparación con las escalas de tiempo típicas de los cambios hidrodinámicos. Gracias a esto, la evolución morfológica del lecho se puede representar mediante una sucesión de estados estacionarios. En cada uno de ellos las condiciones hidrodinámicas permanecen constantes, variando entre estados. La duración de cada estado se puede asimilar al tiempo que requiere el sistema hidrodinámico para sufrir algún cambio significativo. Si se asume que estos cambios sólo ocurren como respuesta a las variaciones de la forma del lecho por efecto de la sedimentación, entonces la velocidad de cambio del fondo regula el paso temporal entre estados consecutivos.

Volviendo al aspecto de las simulaciones, un criterio posible para determinar el paso temporal resulta de considerar que la hidrodinámica está en estado estacionario si la variación local del lecho entre dos pasos consecutivos no supera cierto valor respecto de la altura local de agua. Fijada esta tolerancia, el fondo se modifica en cada paso temporal de manera de no superarla. Con el nuevo lecho se recalcula la ubicación de la superficie libre y se obtienen los campos de velocidad y presión, que dan lugar a un nuevo patrón de sedimentación. El proceso se repite hasta alcanzar el tiempo de simulación deseado.

Desde el punto de vista numérico, esta generalización del modelo no presenta inconvenientes, aunque se debe mantener bajo control la densificación local de la malla de cálculo, con el objeto de no perder precisión en las regiones que presentan cambios mas bruscos en la geometría del cauce.

Nótese que la manera en que se resuelve el problema es equivalente a la que se emplearía para hallar las soluciones de las ecuaciones (1) a (3) y (8) en régimen impermanente.

ENSAYOS

Se presentan a continuación una serie de ensayos numéricos que describen los alcances del modelo. Se estudió un caso típico de formación de embalse por construcción de una represa hidroeléctrica, según se esquematiza en la figura 1. La longitud del tramo analizado es de 18 km, desde el río en condiciones iniciales de equilibrio (h=5m, B=1000m) hasta la presa (h=40m, B=6000m). Aguas arriba el río mantiene un ancho uniforme y luego presenta un cauce de laterales divergentes, hasta alcanzar el ancho final. La pendiente original es θ =2.53 10⁻³. Por razones de espacio se presenta sólo un escenario hidrodinámico, correspondiente al caso α =2.8 10⁻⁴, Fr=0.57 y Re= 119 (f= 0.084). La malla de cálculo utilizada tiene 100 elementos en la dirección vertical y alrededor de 300 en la longitudinal. Se encuentra densificada hacia el fondo en vertical y disminuye el paso longitudinal en la cabecera del embalse.

Las simulaciones se llevaron a cabo suponiendo condiciones de equilibrio local en la sección aguas arriba, tanto para las componentes hidrodinámicas como para la concentración de sedimentos. Sin embargo, en estos problemas es común que el fondo no presente material fino, por lo cual el mismo proviene desde aguas arriba y está distribuído en forma aproximadamente uniforme en la columna de agua. Por ello, para los limos se consideró que la concentración inicial era uniforme y de 265 mg/l.

La figura 2 muestra la evolución del lecho cuando el material transportado es arena de $320 \mu m$. Se observa que aparece una formación regular en la cabecera del embalse. Esto ocurre porque en ese lugar las velocidades caen rápidamente debido al aumento simultáneo de la altura de agua y el ancho. El delta sumergido que se forma tiene típicamente la forma de una campana, y su extensión para este tiempo de simulación es acotada. Nótese que la superficie libre acompaña el crecimiento del fondo en la zona de deposición, tratando de mantener la altura de agua constante (comparar con la superficie libre de la figura 2, que no sufre modificaciones en esta región).

En la figura 3 se puede ver una simulación durante el mismo tiempo pero correspondiente a limos de 10µm. En este caso el depósito no ocurre en la cabecera del embalse pues en ese lugar no se llega a la condición de tensión crítica de deposición. La misma se alcanza cerca de la presa, por lo que el material se deposita inicialmente sobre el lecho y luego entre el lecho y la propia presa.

El efecto combinado de la sedimentación de arenas y limos se puede apreciar en la figura 4, donde el material grueso está caracterizado por un diámetro de 80 µm y el fino por 40 µm. A pesar de que los tamaños son comparables, los primeros no presentan una cohesión significativa y los segundos sí, por lo que los patrones y lugares de sedimentación son diferentes. El depósito de arena tiene una longitud



10 12 14 16

Progresiva (km)





Figura 2 - Evolución del lecho del embalse para un tiempo de simulación de 4 años (δ =320 µm).



Figura 3 - Evolución del lecho del embalse para un tiempo de simulación de 4 años y sedimentos de 10 µm.

superior a la que se presentaba en la figura 2. Esto se debe a que estas particulas pueden recorrer trayectorias mayores antes de depositarse, debido simplemente a que pesan menos. Nuevamente se observa que la superficie libre se modifica por efecto del delta sumergido en la cabecera del reservorio.

Las figuras 5 y 6 presentan en detalle los depósitos de la figura 4. En la figura 5 se muestra el caso de las arenas para tres etapas en la evolución de la formación sedimentaria. Se observa que la forma del depósito cambia en el tiempo, a la vez que tiende a crecer avanzando hacia aguas abajo. Las dos pendientes medias que presentan las respectivas caras de este delta sumergido se corresponden con las mediciones de campo [7]. En este caso la velocidad de crecimiento es casi constante, hecho que se manifiesta en que la altura del depósito crece en forma prácticamente lineal con el tiempo.

La figura 6 muestra tres etapas en la evolución del depósito de limo sobre la presa. Se ha dejado evolucionar el sistema por 11.4 años. En este caso aparece cierta retracción en el punto de nacimiento de la onda de sedimentación. Además, la velocidad de crecimiento no es constante y la forma cualitativa del depósito se modifica, tendiendo a una pendiente casi uniforme.



Figura 4 - Evolución del lecho del embalse para un tiempo de simulación de 5.6 años. Los sedimentos depositados en la cabecera son arenas de 80 µm y los depositados junto a la presa son limos de 40 µm.



Figura 5 - Tres etapas en la simulación de la formación de un delta sumergido de arena de 80 µm. Arriba: t=1.9 años, centro: t=3.8 años, abajo: t=5.6 años.



Figura 6 - Tres etapas en la sedimentación de limos de 40 µm. Arriba: t=3.8 años, centro: t=7.6 años, abajo: t=11.4 años.

CONCLUSIONES

Con el modelo presentado se puede describir cualitativa y cuantitativamente la evolución morfológica de lechos de embalses para reservorios con una dirección principal de flujo. El hecho de parabolizar el sistema de ecuaciones mediante hipótesis fisicas ha permitido resolver sistemas con un número elevado de grados de libertad. Por ejemplo, una malla de elementos finitos para un problema típico requiere unos 200,000 elementos, que se traducen en unos 10⁸ grados de libertad para avanzar 100 pasos temporales. Sin embargo, con este esquema el problema se puede resolver en tiempos razonables aún en computadoras personales de última generación.

REFERENCIAS

[1] Schoklitsch, A., Legamos y Acarreos, Acta Cuyana de Ingeniería, vol III, 1961.

[2] Scartascini, G., Dalla Salda, H., Método usado por Agua y Energía Eléctrica Sociedad del Estado (R.A.) para determinar el proceso de la colmatación de embalses, XIV Congreso Internacional de Grandes Presas, 1992.

[3] Tarela, P.A., Menéndez, A.N., Un modelo hidrodinámico para flujo estratificado a superficie libre, Mecánica Computacional, vol XIII, pág. 425-433, compilado por M. J. Vénere, 1992.

[4] Tarela, P. A., Modelación matemática del fenómeno de sedimentación en embalses, Informe LHA-INCYTH-115-07-95, 1995.

[5] van Rijn, L. C., Mathematical Model of Morphological Processes in the Case of Suspended Sediment Transport, Delft University of Technology, Delft. Hyd. Comm. N° 382, 1987.

[6] Tarela, P.A., Menéndez, A.N., *Numerical Simulation of Reservoir Sedimentation*, XI International Conference on Computational Methods in Water Resources, july 22-26, Cancún, México, 1996.

[7] Shen, H.W. (editor), River Mechanics, volume II, 1971.