



DETERMINACIÓN DEL FLUJO POTENCIAL ALREDEDOR DE PALAS DELGADAS, ALABEADAS, EN ROTACIÓN

Ricardo A. Prado

Departamento de Mecánica Aplicada

Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional del Comahue
calle Buenos Aires No.1400 - (8300) Neuquén - Argentina

RESUMEN

El presente trabajo tiene por objetivo determinar el campo potencial tridimensional de velocidades alrededor de la pala de una turbina cónica de eje horizontal. Se describe la formulación de un modelo para el cálculo de las distribuciones de circulación y velocidades inducidas a lo largo de la envergadura y cuerda de una pala de geometría definida, bajo una determinada condición de viento y rotación. El modelo potencial propuesto está basado en la modelización de una pala delgada, torsionada y de envergadura finita, mediante paneles. A estos paneles se asocian hilos vorticosos rectos, que conforman el sistema ligado a la pala, y un sistema de hilos vorticosos libres, helicoidales, que determinan una estela de configuración fija. Las velocidades inducidas por el sistema vorticoso completo son calculadas por la aplicación de la ley de Biot-Savart.

ABSTRACT

The aim of the present work is to determine the tri-dimensional potential field of velocities around the blade of an horizontal-axis wind turbine. This paper describes the formulation of a model for calculating the distribution of circulation and induced velocities along the span and the chord of a blade whose geometry and far field conditions are defined. The proposed potential model is based on a panel modeling of a thin, twisted blade of finite span. The spanwise and chordwise distributions of circulation are originated by a system of straight bound vortices and a system of free vortex filaments having helical paths, that generates a prescribed fixed wake. The velocities induced by that vortex system are calculated by the Biot-Savart law.

INTRODUCCION

En la mayoría de los problemas de interés práctico en aerodinámica, para el análisis del flujo sobre cuerpos bidimensionales o tridimensionales, el número de Reynolds característico del problema resulta lo suficientemente elevado como para diferenciar en el campo fluidodinámico una zona donde los efectos viscosos adquieren una gran importancia, y otra región donde los mismos resultan despreciables frente a los efectos inerciales.

Este flujo, que por sus características es denominado *externo*, puede entonces estudiarse como la superposición de un flujo potencial, es decir, no viscoso e irrotacional, y un flujo rotacional originado por la presencia de la capa límite y la estela, zonas donde quedan confinados los efectos de la viscosidad. Lógicamente, estos campos fluidodinámicos (el potencial y el viscoso) se encuentran acoplados, por lo cual determinan conjuntamente las cargas aerodinámicas sobre los cuerpos sumergidos. Por otra parte, dado que el campo de presiones es determinado fundamentalmente por el flujo potencial y resulta sobrepuesto a la capa límite, y como las velocidades en el borde de la capa viscosa se conectan con la distribución de velocidades en el flujo potencial, es necesario realizar primeramente el cálculo del flujo inviscido, para luego corregirlo por la presencia de la capa límite.

Tratándose de las palas de turbinas eólicas, el flujo alrededor de las mismas presenta las características enunciadas anteriormente. Consecuentemente, se pretende determinar el flujo potencial bajo condiciones tridimensionales (palas de envergadura finita y torsionadas) y de rotación uniforme, considerando solamente la presencia de una única pala, es decir, sin considerar los efectos de mutua interferencia entre palas. Se considera asimismo que la pala es rígida y se desprecian los efectos de la compresibilidad del fluido.

El flujo potencial alrededor de la pala es entonces determinado por la superposición de una corriente plana de viento, cuya intensidad es una fracción de la correspondiente al viento no perturbado dado que el rotor eólico se encuentra inmerso en un tubo de corriente cuyo radio se incrementa a medida que el aire fluye, una corriente circunferencial, perpendicular a la anterior, debido a la rotación uniforme de la pala, y una corriente inducida por la circulación originada sobre la superficie sustentadora de envergadura finita.

Una vez determinado este flujo potencial, se deberán incorporar los efectos viscosos confinados a la inmediata proximidad de la pala, mediante el desarrollo de una capa límite tridimensional, y los debidos a la presencia de una estela viscosa, producto de la separación de dicha capa.

FORMULACION DEL MODELO NUMERICO

El flujo potencial alrededor de la pala se determinará mediante la aplicación del denominado *método de los paneles* [1,2], por el cual la pala se modelizará con paneles distribuidos según cuerda y envergadura, si ésta es delgada, o disponiendo los mismos sobre la superficie de curvatura media de la pala, si ésta presenta espesor. Si las secciones de pala muestran un espesor apreciable, los paneles deberían modelizar tanto el extradós como el intradós de la pala.

El procedimiento de cálculo seguido se basa en un trabajo anterior, donde la modelización de la pala se realizaba mediante paneles distribuidos *solamente* según envergadura [3]. Siguiendo la Referencia [2], asociado a cada panel se encuentra un anillo vorticoso de intensidad de circulación constante, conformado por segmentos de hilos vorticosos rectos. Estos anillos configuran el sistema vorticoso ligado a la pala. Los hilos vorticosos asociados a los paneles ubicados a lo largo del borde de fuga de la pala son los únicos que no forman un circuito cerrado, presentando la forma de U sobre el panel, y determinando la estela de la pala mediante hilos vorticosos helicoidales, conformando en su conjunto un sistema de hilos libres de configuración fija. A medida que se van desarrollando corriente abajo de la pala, los filamentos vorticosos de la estela siguen trayectorias helicoidales de radios no constantes, definidas por la forma del tubo de corriente que contiene al aire que fluye a través de la pala [4].

Como se muestra en la Figura 1, cada anillo vorticoso se conforma mediante cuatro tramos rectos, uno que yace a lo largo de la envergadura del panel -sobre el cuarto de cuerda del mismo-, dos tramos dispuestos sobre los laterales del panel, desde su cuarto de cuerda hasta el cuarto de cuerda del panel

ubicado en su inmediata posición corriente abajo, y el tramo restante, que cierra el circuito, yaciendo sobre el cuarto de cuerda y a lo largo de la envergadura de dicho panel posterior. Se define como *punto de colocación* de cada panel, P_c , al punto ubicado a la mitad de la envergadura del mismo, en su intersección con la línea de tres cuartos de cuerda del panel. Por otra parte, la Figura 2 muestra la configuración vorticiosa asociada a un panel genérico ubicado sobre el borde de fuga de la pala. La posición de los *puntos de colocación* correspondientes a los paneles dispuestos sobre el borde de fuga es la misma que aquella definida anteriormente. En ambas figuras, el vector \hat{n} define al vector unitario normal al panel en el punto de colocación.

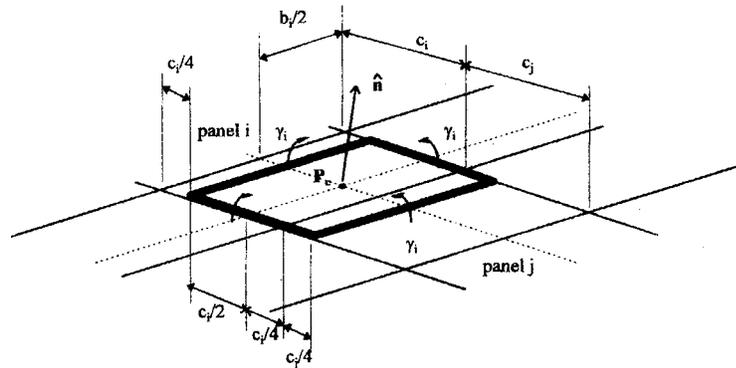


Figura 1. Anillo vorticoso ligado al panel i

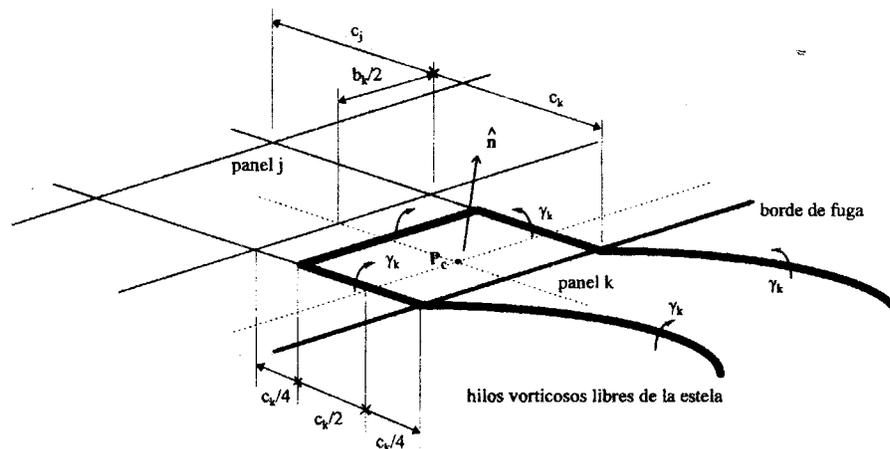


Figura 2. Configuración del hilo vorticoso ligado a un panel k del borde de fuga de la pala

Se define una terna de ejes solidaria a la pala, cuyo borde de ataque yace sobre el eje $x(+)$. El eje $z(+)$ tiene la dirección del eje de rotación, en coincidencia con la dirección del viento incidente, resultando determinado el eje $y(+)$ por la definición de una terna ortogonal derecha. Como se esquematiza en la Figura 3, la estela vorticosa helicoidal, de eje $z(+)$, se desarrolla manteniendo un paso constante, dentro de un tubo de corriente que se va ensanchando de acuerdo al modelo establecido en [5], para una determinada reducción de velocidad del viento sobre la pala.

El campo de velocidades inducidas generado por el sistema vorticoso ligado a la pala y el sistema vorticoso de la estela es determinado mediante la aplicación de la ley de Biot-Savart [2]. En el caso de la estela, la integración de la ley de Biot-Savart a lo largo de la longitud de los hilos vorticosos semi-infinitos debe realizarse numéricamente, utilizándose el método de Gauss-Legendre.

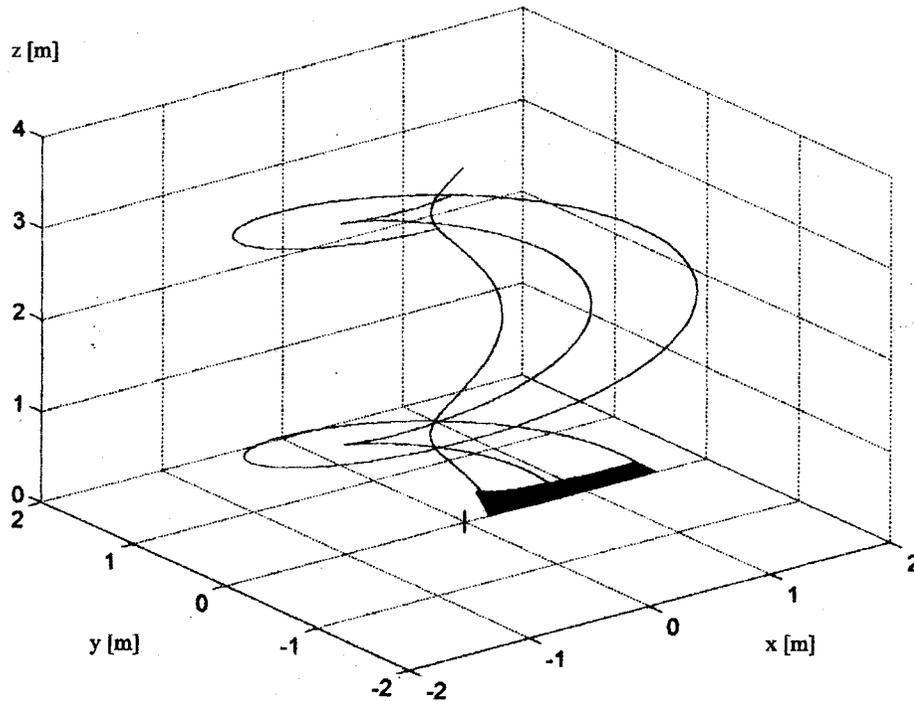


Figura 3. Fragmento del modelo de la estela vorticosa de una pala

Dado que todavía no se conocen las intensidades de cada anillo vorticoso y de cada hilo libre, se considera, en primera instancia, que los mismos tienen una intensidad unitaria, para así determinar los coeficientes de influencia de cada filamento vorticoso sobre cada uno de los puntos de colocación de la pala. Determinados estos coeficientes, se impone la condición de contorno con la finalidad de determinar la intensidad y de cada hilo. Dicha condición establece la impermeabilidad de cada panel en su respectivo punto de colocación, es decir, debe anularse la componente normal al panel en P_c de la velocidad resultante en dicho punto, obtenida por la superposición de los efectos de la velocidad de avance del aire, de la rotación de la pala y de la velocidad inducida por el sistema vorticoso.

Así

$$\mathbf{V}_n(P_c) = \bar{\mathbf{V}}_r(P_c) \cdot \hat{\mathbf{n}}|_{P_c} = 0 \quad (1)$$

siendo

$$\bar{\mathbf{V}}_r(P_c) = U(z|_{P_c})\hat{k} + \bar{\Omega} \times \bar{\mathbf{r}}|_{P_c} + \bar{\mathbf{V}}_i(P_c) \quad (2)$$

donde

- $\bar{\mathbf{V}}_r(P_c)$ es el vector velocidad resultante en el punto de colocación P_c ,
- $\mathbf{V}_n(P_c)$ es la componente normal de la velocidad resultante en el punto de colocación P_c ,
- $U(z)$ representa la velocidad axial dentro del tubo de corriente definido por la pala, con $U(0) = U_0$, la velocidad de viento en el plano xy , y U_∞ la velocidad de viento no perturbada, siendo $U_0 < U_\infty$,
- $\bar{\Omega}$ denota la velocidad angular de rotación, considerada uniforme, de la pala alrededor del eje z ,
- $\bar{\mathbf{r}}|_{P_c} = (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})|_{P_c}$ es el radio vector al punto de colocación P_c y
- $\bar{\mathbf{V}}_i(P_c)$ es el vector velocidad inducida, función de la distribución de circulación, γ , a priori incógnita, del sistema vorticoso.

La ecuación (1) representa en realidad un sistema de $N \times N$ ecuaciones algebraicas lineales en las incógnitas γ_j , con $1 \leq j \leq N$, siendo N el número total de paneles con que se ha modelizado a la pala. Una vez conocida la distribución de circulación que verifica la condición de tangencia de la velocidad resultante al panel en su punto de colocación, la determinación de las componentes de las velocidades inducidas en todo el campo del flujo, ya sea por integración analítica (hilos vorticosos rectos) o numérica (filamentos vorticosos de la estela) de la ley de Biot-Savart, es directa. Entonces, la aplicación de la ecuación (2), esta vez a todo punto genérico $P(x,y,z)$ del flujo, determina el campo tridimensional potencial alrededor de la pala.

EJEMPLOS

A manera de ejemplos se presentan dos casos representativos de palas de turbinas eólicas de eje horizontal, cuyas geometrías y condiciones de funcionamiento se tomaron de la Referencia [6]. La primera, indicada como Caso A, corresponde a una turbina multipala; mientras que la segunda, Caso B, corresponde a un rotor tripala.

Caso A (AEROMOTOR Model 702-8ft):

radio de la pala en la punta	$R_t = 1,20 \text{ m}$
radio de la pala en su inicio	$R_h = 0,40 \text{ m}$
ancho de la pala	$\Theta = 0,3 \text{ rad} = 17,2^\circ$
Velocidad de viento nominal	$U = 8 \text{ m/s}$
Velocidad angular de rotación nominal	$\Omega = 11 \text{ s}^{-1}$
reducción de velocidad sobre la pala, adoptada	$= 40 \%$

Caso B (DUNLITE Standard Model - 2 kW):

radio de la pala en la punta	$R_t = 2,05 \text{ m}$
radio de la pala en su inicio	$R_h = 0,25 \text{ m}$
cuerda de la pala (constante)	$c = 0,30 \text{ m}$
Velocidad de viento nominal	$U = 11 \text{ m/s}$
Velocidad angular de rotación nominal	$\Omega = 20 \text{ s}^{-1}$
reducción de velocidad sobre la pala, adoptada	$= 30 \%$

La pala del Caso A corresponde a un segmento de superficie helicoidal, y la pala del Caso B presenta una torsión proporcional al ángulo generado por la composición vectorial de la velocidad de avance del viento sobre la pala con la velocidad tangencial local debida a la rotación, ambas consideradas sobre el plano xy ($z = 0$). En ambos casos se ha considerado una distribución según envergadura de 20 paneles y según cuerda de 6 paneles, totalizando $N = 120$ paneles, como se muestran en las Figuras 5 y 6.

Las Figuras 4 muestran las distribuciones de circulación adimensional, $\gamma^* = 100\gamma/\Omega R_1^2$, asociadas a cada uno de los 6 tramos de 20 paneles dispuestos según envergadura de pala, representados éstos por las abscisas adimensionalizadas, $x^* = x(P_c)/R_1$, de sus respectivos puntos de colocación. Se observa que dichas distribuciones tienden a anularse en los extremos de pala, dado que la pala debe comportarse como una superficie sustentadora de envergadura finita.

La Figura 5(a) muestra, para el Caso A, las representaciones vectoriales de velocidades inducidas correspondientes a los puntos medios de los paneles en que se han dividido tanto la pala como una zona ubicada por encima de su extradós. La Figura 5(b) representa los vectores velocidades resultantes para las mismas posiciones de la Figura 5(a). En ambas figuras se ha respetado la misma escala y las velocidades se adimensionalizaron con la velocidad de la corriente libre de viento, U_∞ . Similares representaciones son mostradas en las Figuras 6(a) y 6(b), esta vez correspondiendo a los resultados del Caso B.

Se debe considerar además que la relación entre la velocidad del viento sobre el rotor y la velocidad del viento no perturbado, $\zeta = U_0/U_\infty$, y la velocidad específica, $\sigma = \Omega R_1/U_\infty$, correspondientes a cada caso son, bajo condiciones nominales,

$$\zeta = 0,60 \text{ (Caso A)}$$

$$\zeta = 0,70 \text{ (Caso B)}$$

$$\sigma = 1,65 \text{ (Caso A)}$$

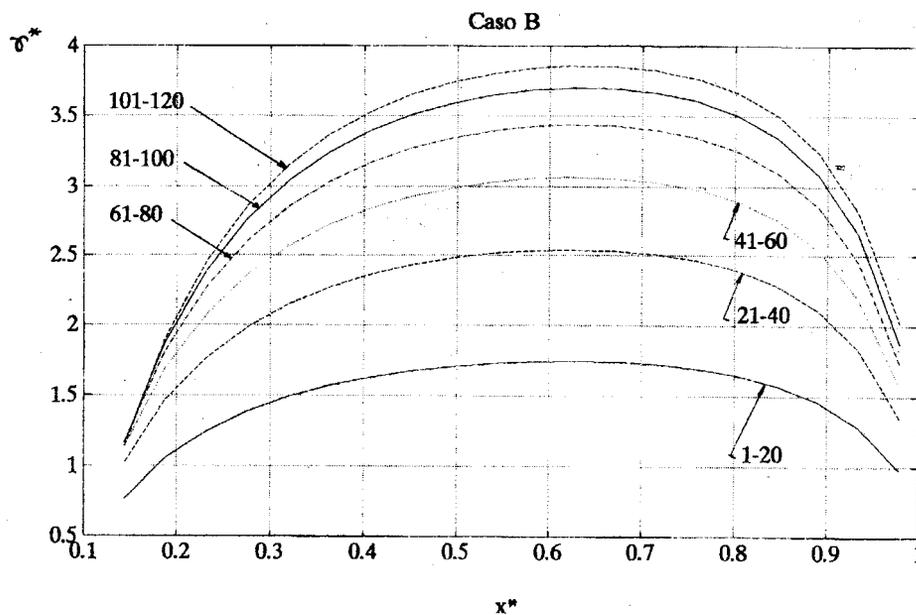
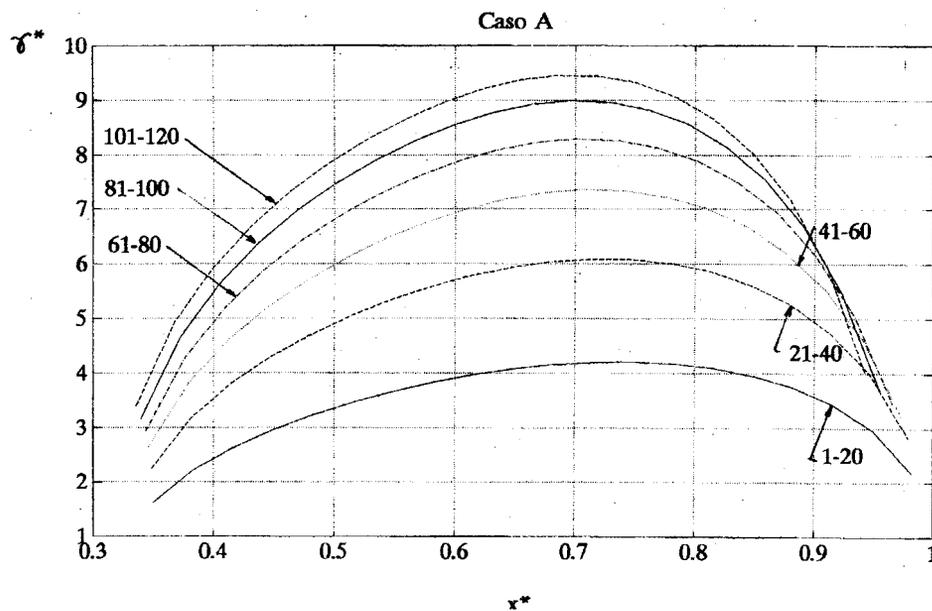
$$\sigma = 3,75 \text{ (Caso B)}$$

CONCLUSIONES

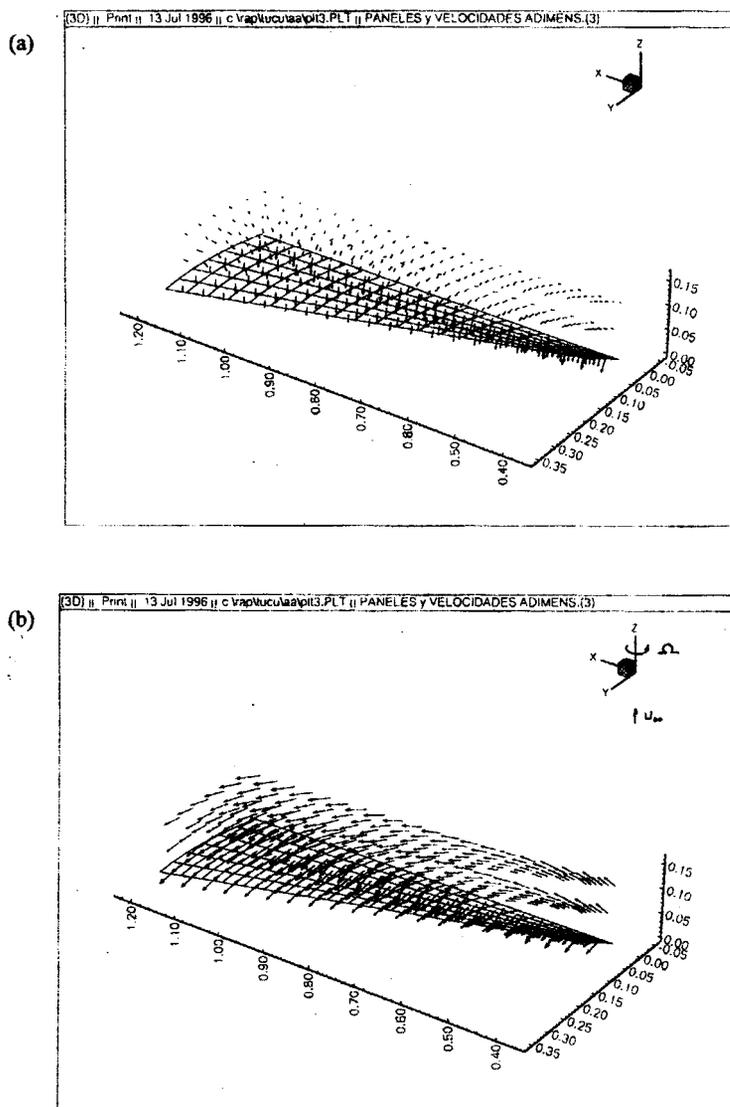
El presente modelo permite una representación más real del comportamiento fluidodinámico de la pala de una turbina eólica de eje horizontal que la modelización de la misma con paneles distribuidos solamente a lo largo de la envergadura, especialmente si se trata de una turbina del tipo multipala, donde el alargamiento de la palas es relativamente bajo. La presencia de los extremos de pala y la importante torsión que presentan hacen que los efectos tridimensionales sean relevantes, requiriéndose entonces la representación de las palas mediante paneles adecuadamente distribuidos sobre sus superficies, tanto según envergadura, como según cuerda.

Tratándose de elementos sustentadores de envergadura finita, la representación del campo fluidodinámico alrededor de los mismos requiere de la determinación del campo de velocidades inducido, el cual debe adicionarse al flujo incidente. Si bien este flujo inducido, de características no viscosas, se atenúa lejos de la pala, su presencia en proximidades de la pala define completamente al flujo potencial alrededor de la misma, y por ende a sus características aerodinámicas, dado que es un campo más a considerar en el cálculo del desarrollo de su capa límite y de los ángulos de ataque efectivos.

Si bien se ha considerado la presencia de una única pala, el mismo modelo puede incluir los efectos de interferencia mutua entre palas y sus correspondientes estelas. Este modelo más completo sería adecuado para el análisis aproximado de las cargas aerodinámicas de las palas y la estimación de la performance de una turbina eólica de eje horizontal, procedimientos tendientes al diseño preliminar del rotor. Un análisis aerodinámico de la turbina aún más completo incluiría a los efectos viscosos con la determinación de la capa límite y la estela de las palas, una vez determinado el campo potencial alrededor del rotor.

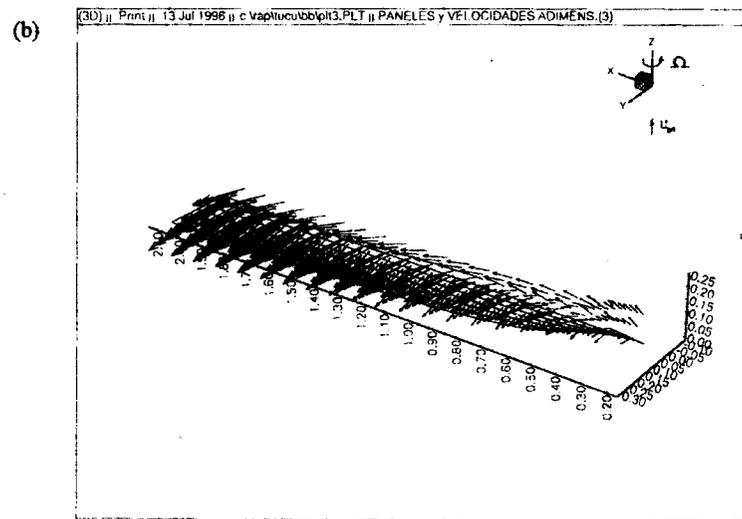
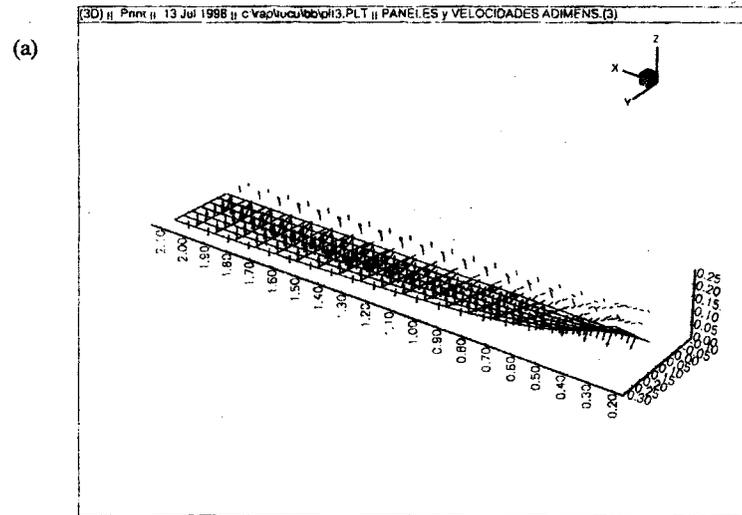


Figuras 4. Distribuciones de circulación adimensional vs. abscisa adimensional correspondiente a cada punto de colocación sobre 120 paneles, ubicados en seis tramos de 20 paneles cada uno.



Figuras 5. Panelización de la pala del Caso A

- (a) Velocidades inducidas adimensionalizadas con la velocidad de viento no perturbada
- (b) Velocidades resultantes adimensionalizadas con la velocidad de viento no perturbada



Figuras 6. Panelización de la pala del Caso B

- (a) Velocidades inducidas adimensionalizadas con la velocidad de viento no perturbada
- (b) Velocidades resultantes adimensionalizadas con la velocidad de viento no perturbada

REFERENCIAS

1. Bertin, John J. and Smith, Michael L., "Aerodynamics for engineers". Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1979.
2. Katz, Joseph & Plotkin, Allen, "Low-Speed Aerodynamics. From Wing Theory to Panel Methods". McGraw-Hill, Inc., 1991.
3. Prado, R.A., "Determinación de cargas aerodinámicas sobre las palas de turbinas eólicas". *Mecánica Computacional Vol.14*, pp. 449-458, AMCA, Santa Fe, 1994.
4. Prado, R.A. y Rodríguez, A.S., "Modelo de estela vorticosa fija de un rotor eólico de eje horizontal". XVIII Reunión de Trabajo de la Asociación Argentina de Energía Solar (Energías Alternativas Renovables y Ambiente), San Luis, octubre de 1995.
5. Prado, R.A., "Reformulation of the momentum theory applied to wind turbines". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 58 (1995) 277-292.
6. Kovarik, Thomas J.; Pipher, Charles & Hurst, John A.: "Wind Energy". Quality Books, Inc., Domus Books, 1979.