



EFFECTOS DINÁMICOS SOBRE ESTRUCTURAS ESBELTAS DE SECCIÓN CIRCULAR

Paganini Sergio ⁽¹⁾, Pernich Adriana ⁽¹⁾, Prado Ricardo A. ⁽²⁾

⁽¹⁾ Departamento de Construcciones

⁽²⁾ Departamento de Mecánica Aplicada

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Comahue
calle Buenos Aires No.1400 - (8300) Neuquén - Argentina

RESUMEN

Se estudian los efectos dinámicos provocados por el desprendimiento alternado de vórtices de una corriente fluida sobre estructuras esbeltas de sección circular. Las cargas fluidodinámicas se determinan mediante un modelo potencial que representa la formación de la estela de von Kármán. La estructura se modela utilizando el método de los elementos finitos y se emplea el procedimiento de superposición modal para la evaluación de la respuesta.

ABSTRACT

The dynamic effects due to vortex shedding on slender structures having circular cross-sections are studied. The fluid dynamic forces are determined by a potential model that represents the von Kármán vortex street. The structure is modeled by finite elements and the load response is evaluated by the mode-superposition procedure.

INTRODUCCION

En el presente trabajo se estudia el efecto dinámico producido por la acción de un fluido en movimiento sobre estructuras esbeltas de sección circular. La necesidad de abordar este tipo de problemas surge de las especificaciones del Reglamento C.I.R.S.O.C. 102 para estructuras con secciones transversales que hagan propicia la formación de vórtices de ejes paralelos a la mayor dimensión de las mismas. En tal caso, las estructuras pueden presentar inestabilidades por efectos aerodinámicos, debiéndose realizar los estudios de dinámica estructural [1, ítem 4.5.3.].

Bajo ciertas condiciones y dependiendo del número de Reynolds del flujo, se observa el desprendimiento alternado de vórtices (esta disposición regular se observa en el rango $10^2 < Re < 10^7$ [2]), los cuales originan fuerzas oscilantes sobre las estructuras, cargas que actúan tanto en dirección paralela como perpendicular al flujo. Siendo el aire el medio fluido y considerando las velocidades representativas de los vientos de la región norpatagónica, cuyos valores máximos alcanzan los 30 m/s, las estructuras que se verán afectadas por este fenómeno serán las que tengan un diámetro, D, de hasta 0,50 m. En consecuencia, estas condiciones se presentan en torres del sistema de alumbrado, postes de redes eléctricas, chimeneas industriales de reducido diámetro, como así también en torres de aerogeneradores de baja potencia.

Es objetivo de este trabajo la evaluación del comportamiento de dichas estructuras a este tipo de acciones. Esto se llevará a cabo utilizando el método de los elementos finitos en la modelización de las estructuras y el método de superposición modal para la determinación de los efectos dinámicos sobre las mismas.

MODELO FLUIDODINAMICO

Cuando el número de Reynolds, Re , supera el valor 50, se produce en la parte posterior de un cilindro circular de gran alargamiento sumergido en una corriente transversal estacionaria, un desprendimiento de vórtices, configurando una estela de remolinos conocida como calle de von Kármán [3]. Estos vórtices, que mantienen una estructura laminar hasta un número de Reynolds de 2000, se van desprendiendo en forma alternada desde, aproximadamente, las posiciones superior e inferior del cuerpo, mostrando un distanciamiento muy regular, como se esquematiza en la Figura 1. Si bien el flujo originado por dichos desprendimientos es no estacionario, resulta de naturaleza periódica. La frecuencia de la oscilación, f , es adimensionalizada con el diámetro, D , y la velocidad no perturbada, U , para definir al número de Strouhal, $St = fD/U$, el cual varía con el Re , si bien se mantiene aproximadamente en el valor 0,2 para un amplio rango de números de Reynolds [4]. Para $Re < 3 \times 10^5$, la capa límite laminar se separa a $\theta = 80^\circ$ [4]. Aunque a los mayores Re el desprendimiento de vórtices deviene algo irregular, la velocidad muestra su mayor componente espectral para $St = 0,2$ [4].

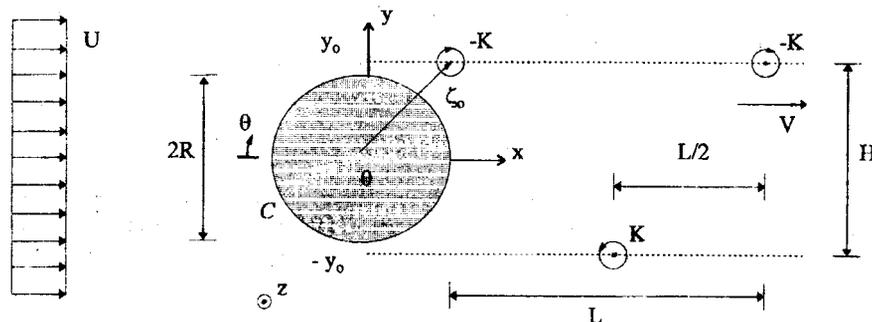


Figura 1. Esquema del modelo fluidodinámico

La velocidad con que se mueve la estela respecto al fluido, V , es menor que la velocidad de la corriente no perturbada, U , y puede calcularse a partir de la frecuencia de desprendimiento de los vórtices [3]. L define al paso de la estela y H a su ancho. Según [3], la experiencia conduce a un valor próximo a 4,3 para la relación L/D y a 0,281 para la relación H/L , resultando entonces $H/D \cong 1,2$.

Por otra parte, las ecuaciones de Blasius, (1), determinan las componentes de la resultante de la fuerza fluidodinámica de presiones, por unidad de longitud según el eje z , f_x y f_y , y el momento por unidad de longitud alrededor del origen de coordenadas, m_o , sobre un cuerpo bidimensional cerrado de contorno C , cuando incide sobre el mismo un flujo bidimensional de un fluido ideal de densidad ρ [5],

$$f_x - if_y = \frac{1}{2} i \rho \int_C \left[\frac{dF(\zeta)}{d\zeta} \right]^2 d\zeta \quad m_o = -\frac{1}{2} \rho \Re \left\{ \int_C \left[\frac{dF(\zeta)}{d\zeta} \right]^2 \cdot \zeta \cdot d\zeta \right\} \quad (1)$$

estando el campo complejo representado por $\zeta = x + iy$, donde i es la constante compleja y $F(\zeta)$ es la función potencial complejo del flujo.

En el presente caso, el modelo potencial propuesto para representar al fenómeno viscoso considera los efectos superpuestos de una corriente uniforme de intensidad U , dirigida según el eje $x(+)$, un doblete bidimensional en el origen de coordenadas (en coincidencia con el eje del cilindro circular) de intensidad UR^2 , y torbellinos rectos, de intensidad vorticosa K , ubicados en posiciones $\zeta_o(t) = x_o(t) + iy_o$ sobre las trayectorias rectilíneas adoptadas para representar la estela de von Kármán. Se considera asimismo que el cilindro circular es rígido (desde el punto de vista de la generación de las cargas aerodinámicas) por lo cual se asume que la estela es indeformable, mostrando dos sendas rectilíneas que se desarrollan corriente abajo desde las posiciones $(0, +y_o)$ y $(0, -y_o)$.

Dado que la presencia de los torbellinos induce velocidades a través del cuerpo C , que debe mantenerse impermeable, se adicionan torbellinos imágenes dentro del contorno cerrado C , verificando el denominado teorema de Milne-Thomson [6]. Así, la función potencial complejo resulta, para un número N_s de vórtices dextrógiros desprendidos sobre la calle superior y un número N_i de vórtices levógiros desprendidos sobre la calle inferior,

$$F(\zeta) = U\zeta + U.R^2/\zeta + \left\{ i K \sum_{j=1}^{N_s} \ln(\zeta - \zeta_{oj}) - i K \sum_{j=1}^{N_s} \ln[(R^2/\zeta) - \bar{\zeta}_{oj}] \right\} - \left\{ i K \sum_{k=1}^{N_i} \ln(\zeta - \zeta_{ok}) - i K \sum_{k=1}^{N_i} \ln[(R^2/\zeta) - \bar{\zeta}_{ok}] \right\} \quad (2)$$

donde R es el radio del cilindro circular y $\bar{\zeta}_o$ denota el conjugado de ζ_o . Denominando a la posición del punto imagen mediante $\xi_o = R^2/\bar{\zeta}_o$, y operando, resulta

$$F(\zeta) = U\zeta + U.R^2/\zeta + i K \sum_{j=1}^{N_s} [\ln(\zeta - \zeta_{oj}) - \ln(\zeta - \xi_{oj}) + \ln(\zeta) + Cte_{1j}] - i K \sum_{k=1}^{N_i} [\ln(\zeta - \zeta_{ok}) - \ln(\zeta - \xi_{ok}) + \ln(\zeta) + Cte_{1k}] \quad (3)$$

Considerando la generación de torbellinos sobre el cilindro circular cada vez que se desprende un vórtice, con el fin de verificar el teorema de Kelvin [6], se tiene

$$F(\zeta) = U\zeta + U.R^2/\zeta + i K \left\{ \sum_{j=1}^{N_s} [\ln(\zeta - \zeta_{oj}) - \ln(\zeta - \xi_{oj})] - \sum_{k=1}^{N_i} [\ln(\zeta - \zeta_{ok}) - \ln(\zeta - \xi_{ok})] \right\} + Cte_2 \quad (4)$$

expresión que es introducida en las ecuaciones (1), considerando que tanto ζ_o como ξ_o son posiciones variables en el tiempo para cada torbellino de la estela de von Kármán y su respectiva imagen ubicada dentro del cilindro circular. Para la integración de las ecuaciones (1) se ha considerado al problema como quasi-estacionario, evaluando las integrales mediante el denominado teorema de los residuos [7].

La intensidad vorticosa de los torbellinos, K , asumida constante de acuerdo a los teoremas de Helmholtz [6], se determina considerando que el coeficiente de resistencia medio, $C_x = f_x/(q.D)$, -siendo $q = \rho U^2/2$ la presión dinámica de la corriente no perturbada- varía con el número de Reynolds. Sin embargo, este coeficiente se mantiene prácticamente constante en el valor $C_x = 1,20$ para el rango de números de Reynolds $3 \times 10^4 < Re < 2 \times 10^5$ [3,8], siempre que los efectos de compresibilidad del flujo resulten despreciables y la superficie del cuerpo puede considerarse lisa.

Para Re mayores que el crítico (del orden de 3×10^5) la capa límite deviene turbulenta antes de separarse, cambiando completamente las características de la estela y, consecuentemente, la forma de la curva del coeficiente de resistencia, C_x vs Re .

MODELO ESTRUCTURAL

Siguiendo la referencia [9], la formulación utilizada para la resolución del problema es la que corresponde al método de superposición modal que resuelve la ecuación de movimiento

$$m \ddot{v} + c \dot{v} + kv = p(t) \quad (5)$$

donde las propiedades de masa, m , y rigidez, k , se obtienen de la formulación de elementos finitos y el amortiguamiento, c , se lo considera a través de la relación de amortiguamiento modal ζ_n .

Para vibraciones libres no amortiguadas, la ecuación (5) se reduce a la ecuación de autovalores

$$[k - \omega^2 m] \hat{v} = 0 \quad (6)$$

A partir de (6), se determina la matriz de formas de modo de vibración Φ y el vector de frecuencias ω por el método de matriz barredora. Una vez conocida Φ y ω la ecuación de movimiento para cada modo queda expresada en función de la masa y la fuerza generalizadas, la frecuencia modal y la relación de amortiguamiento, constituyendo un conjunto de n ecuaciones independientes de movimiento. La expresión general de la respuesta a la carga para cada modo es la que corresponde a la integral de Duhamel.

$$Y_n(t) = \frac{1}{M_n \omega_{Dn}} \int_0^t P_n(\tau) \exp(-\zeta_n \omega_n (t-\tau)) \text{sen}(\omega_{Dn} (t-\tau)) d\tau \quad (7)$$

siendo la respuesta de desplazamientos, en coordenadas geométricas, $v(t) = \Phi Y(t)$.

Las fuerzas elásticas que la estructura desarrolla son evaluadas a partir de la expresión $f_s(t) = kv(t) = k \Phi Y(t)$, que también puede escribirse como $f_s(t) = m \Phi [\omega_n^2 Y_n(t)]$.

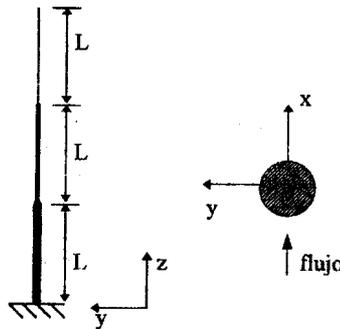
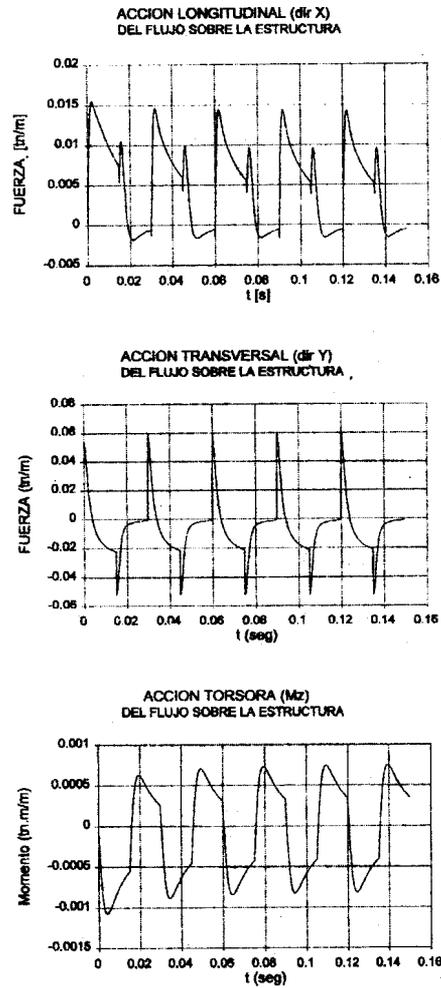


Figura 2. Esquema del modelo estructural

EJEMPLO

El modelo sobre el cual se ha trabajado consiste en una columna de alumbrado con tres tramos de longitud $L = 2,50$ m y distinto diámetro. El diámetro medio es $D_m = 0,12$ m. Las cargas han sido evaluadas considerando una velocidad de viento $U = 20$ m/s, la densidad del aire $\rho = 1,2$ kg/m³, la viscosidad absoluta del aire $\mu = 0,000018$ kg/ms, resultando una frecuencia de desprendimiento de remolinos $f = 33,3$ Hz y una intensidad de vórtice $K = 1,685$ m²/s. El desarrollo temporal de las cargas resultantes se muestra en las Figuras 3.



Figuras 3. Diagramas de cargas

Con la finalidad de estudiar la respuesta de la estructura frente a las cargas representadas en las Figuras 3, se ha trabajado sobre tres modelos de elementos finitos con número de grados de libertad crecientes, cuyos datos se consignan a continuación.

Modelo	Frecuencia circular [rad/s]	Período [s]
MOD1 (4 modos)	16.48 (*)	0.381
	68.93 (*)	0.091
MOD2-6 (6 modos)	17.19 (*)	0.366
	74.61 (*)	0.084
	193.59 (*)	0.032
MOD2-10 (10 modos)	17.19 (*)	0.366
	74.61 (*)	0.084
	193.59 (*)	0.032
	401.74 (*)	0.016
MOD3-1	620.21 (*)	0.010
	17.37 (*)	0.362
MOD3-6 (6 modos)	17.37 (*)	0.362
	76.22 (*)	0.082
	199.71 (*)	0.031

(*) Corresponde a dos modos de vibración análogos

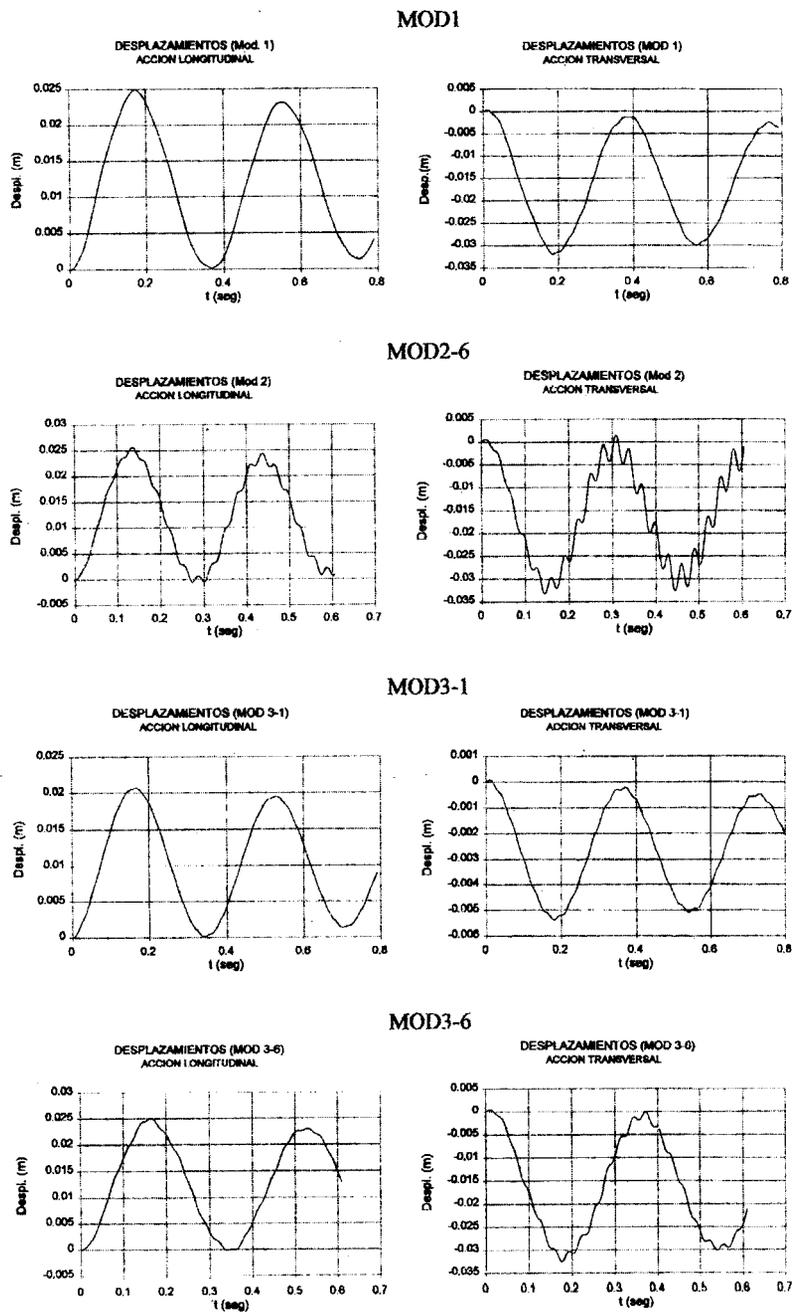
Tabla 1

Todas las formas de modo asociadas a las frecuencias consignadas en la Tabla 1 son de flexión. Por esta razón es que no se refleja la acción torsora de la carga sobre la respuesta de la estructura.

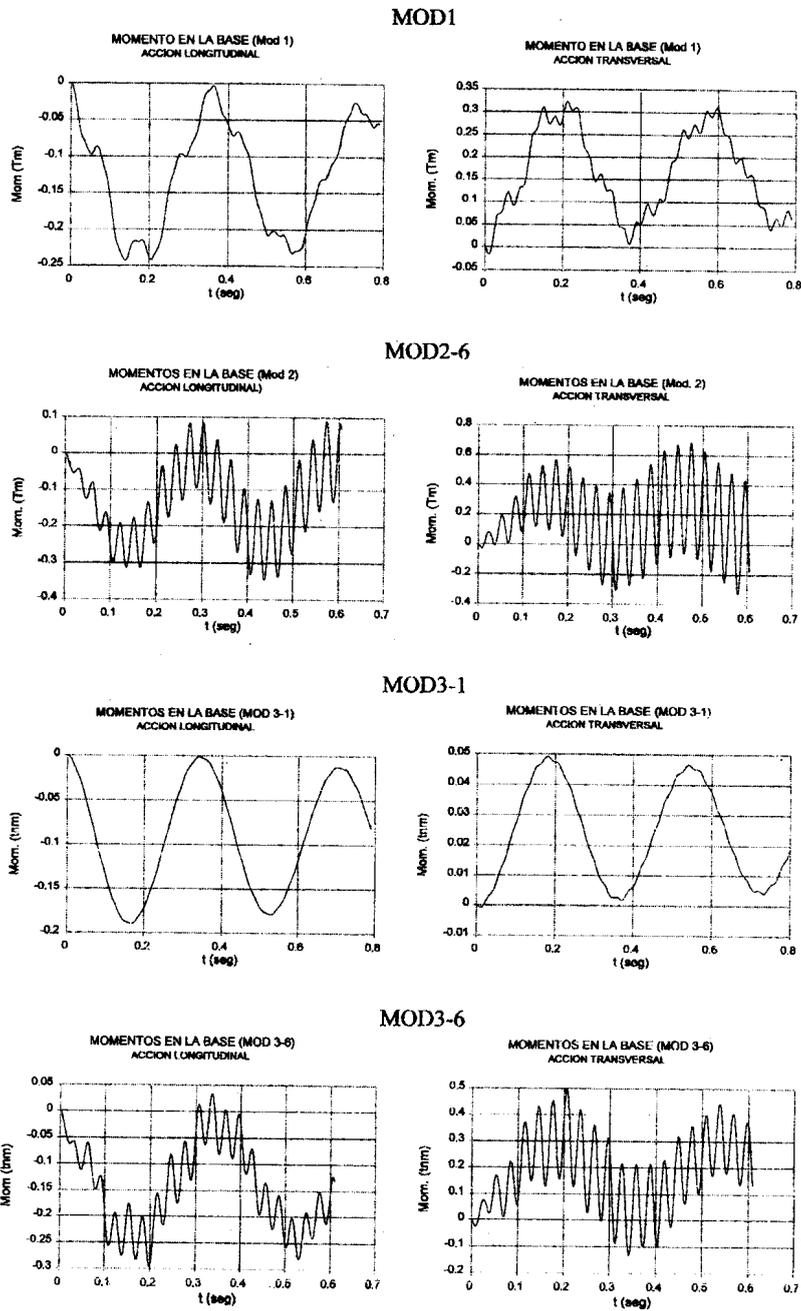
ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Este análisis constituye una primera aproximación para el estudio de sistemas fluido-estructura más complejos. A pesar de que el análisis de cargas utilizado debe considerarse como preliminar, dada la no consideración de las perturbaciones producidas en los extremos, se puede concluir que:

- según se observa en las Figuras 4, la respuesta en desplazamientos para distintos modelos convergen rápidamente. Esta tendencia no es seguida por el modelo con mayor número de grados de libertad dinámicos (MOD3-1) cuando sólo se considera en éste el aporte del primer modo de vibración de la estructura. En este caso los valores de los máximos son inferiores a los obtenidos en los restantes modelos, corroborando la influencia notoria de los modos superiores, particularmente para la acción transversal.
- como se muestra en las Figuras 5, la respuesta en momentos en la base convergen más lentamente que los desplazamientos. La convergencia de la solución en momentos requiere de modelos más refinados que permitan incluir los modos superiores de vibración de la estructura.
- para cargas con estas características, es recomendable el uso de análisis dinámicos en detrimento de métodos simplificados de análisis que en general solo consideran el primer modo de vibración de la estructura.



Figuras 4. Respuestas en el tiempo de los desplazamientos del extremo para los distintos modelos



Figuras 5. Respuestas en el tiempo del momento en la base para los distintos modelos

- los desplazamientos máximos producidos en el extremo superior, del orden de 10^{-2} m, son pequeños. Por ende, la aproximación utilizada para evaluar las cargas es razonablemente buena y además permite considerar la estructura dentro de la aproximación de comportamiento elástico.

En el caso en que la masa ubicada en el extremo sea de magnitud considerable, como se presenta en los aerogeneradores, las frecuencias más bajas cambian mucho, no así las más altas. Por otra parte, deberían considerarse las cargas inducidas sobre la torre por las estelas del rotor y de la barquilla, las cuales deben adicionarse a las cargas generadas por la acción del viento, que son las consideradas en el presente trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Reglamento CIRSOC 102, Acción del Viento sobre las Construcciones. INTI, Diciembre 1984.
- [2] White F.M.: "Mecánica de los fluidos", McGraw-Hill, México; 1990.
- [3] Brun E.A., Martinot-Lagarde A. y Mathieu J.: "Mecánica de los fluidos", Vol.2, Editorial Labor S.A.; 1980.
- [4] Panton R.L.: "Incompressible Flow", John Wiley & Sons; 1984.
- [5] Kervor J.B.: "Aplicaciones técnicas de las funciones de variable compleja", Editorial Don Bosco, Buenos Aires; 1967.
- [6] Katz J. & Plotkin A.: "Low-Speed Aerodynamics. From Wing Theory to Panel Methods", McGraw-Hill, Inc.; 1991.
- [7] Kreyszig E.: "Advanced Engineering Mathematics", Sixth Edition, John Wiley & Sons, Inc.; 1988.
- [8] Schlichting H.: "Teoría de la capa límite", Ediciones URMO; 1972.
- [9] Clough, Ray W. & Penzien, Joseph: "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, Inc., 1975.

