Mecánica Computacional Vol. XXIV A. Larreteguy (Editor) Buenos Aires, Argentina, Noviembre 2005

RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE DIFUSIVIDAD AUMENTADA POR VENTILACIÓN DE ALTA FRECUENCIA

Pablo M. Dupuy[†], y Alejandro M. Castro[†]

[†]Instituto Balseiro. Universidad Nacional de Cuyo, Av. Ezequiel Bustillo km 9,5 (8400), San Carlos de Bariloche, Río Negro, Argentina email: dupuyp@ib.cnea.gov.ar, castroa@ib.cnea.gov.ar

Key Words: High-Frequency Ventilation, Transporte de Materia, HFV, Difusión.

Abstract. La ventilación de alta frecuencia (en inglés High-Frequency Ventilation: HFV) es una herramienta utilizada por respiradores artificiales con la finalidad de asistir la provisión de oxígeno a los pulmones y la eliminación de dióxido de carbono en pacientes con dificultades respiratorias, muy utilizado en neonatos con distrés respiratorio donde un respirador convencional puede ser nocivo. Debido a los perfiles de velocidades radiales existe un transporte convectivo que favorece el mezclado aumentando la difusión del medio. Existen distintos modelos comerciales de ventiladores basados en este principio pero con diferentes mecanismos y con diversos ciclos de presión.

En el presente trabajo se presentan los resultados de la simulación numérica correspondiente al efecto de los HFV sobre el sistema respiratorio. El modelado del árbol bronqueal se realizó como tubos interconectados acorde al estudio morfológico realiado por Weibel (Weibel E. R. & D.M. Gómez, Architecture of the human lung. Science 137: 577-585, 1962) con el propósito de estudiar los tres modelos de ventiladores aprobados por la Food and Drug Administration de Estados Unidos: oscilatorio, Jet e interrupción de flujo. Finalmente se buscó optimizar los ciclos de presión aplicados y hallar ecuaciones para el ajuste de los parámetros del ventilador. Primero se validó la simulación con la solución analítica para un ciclo de presión sinusoidal (ver, por ejemplo, Watson E. J., Diffusion in oscillatory pipe flow. J. Fluid Mech. 133: 233-244, 1983). A continuación se procedió a variar el ciclo de presión para expresiones no analíticas. Primero se resolvió el perfil de velocidades y posteriormente la difusión del oxígeno y del dióxido de carbono. El resultado revela que la difusividad se ve aumentada más eficientemente para ciertos ciclos de presión.

1 INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se realizó la resolución numérica del fenómeno de difusión aumentada por alta frecuencia (HFV). Como alternativa para la respiración normal y los ventiladores pulmonares convencionales existe una técnica que mediante frecuencias mayores que las respiratorias y volúmenes de aire mucho menores es posible lograr los intercambios de O_2 y CO_2 necesarios.¹ En el proceso de la ventilación asistida, se elimina del análisis la respiración normal compuesta por una etapa de inspiración y espiración. En la HFV el intercambio de gases no se logra mediante un intercambio de masas de aires que llenan los pulmones y luego es espirada, sino mediante un proceso más sutil. Una alta frecuencia de presión produce un "mezclado" del fluido dentro de los pulmones que puede ser interpretado como fluido convectivo nulo y coeficiente de difusión aumentado por tal efecto. De esta forma se produce el intercambio gaseoso por un proceso difusivo, donde la convección entra solo en juego localmente en cada conducto y no "inflando" los pulmones. El problema se reduce localmente a calcular este efecto de difusión aumentada mediante un coeficiente de difusión efectiva k_e .

El problema es resoluble y puede ser expresado por funciones elementales en el caso de una excitación del tipo armónico.² El objetivo de la resolución numérica es el de poder hacer las mismas predicciones que en el caso armónico pero con otro tipo de excitaciones, a fin de poder evaluar la performance de diferentes tipos de implementaciones llevadas a cabo en la práctica y, eventualmente, conseguir una excitación óptima para el proceso. A partir del presente trabajo es posible agregar variables al problema quitando simplificaciones realizadas, que sería imposible en el caso analítico.

El objetivo del trabajo es la simulación del sistema respiratorio humano con el fin de calcular los flujos de O_2 y CO_2 fisiológicamente necesarios Para esto el trabajo se divide básicamente en dos partes, por un lado la modelación del sistema respiratorio mediante tubos interconectados (bronquios y bronquiolos), asignándosele a cada una de las ramas una resistencia efectiva a la difusión de la sustancia en estudio. La otra parte consiste en la obtención de la resistencia mencionada para cada uno de los ductos mediante un coeficiente de difusión efectivo.

2 MODELO

2.1 Modelo Bronquial Morfométrico

El modelado del árbol bronquial se hace partiendo de los estudios realizados por Weibel.³ Utiliza el término *morphometric* haciendo alusión a la morfología y dimensiones del árbol bronquial. Comenzando por la traquea, luego se divide en dos bronquios, y así sucesivamente aumentando el número de la generación se ramifica con un factor dos. Se consideran sólo las 23 primeras generaciones, debido a que a partir de la última el proceso es del todo difusivo y no se observa efecto convectivo alguno, dicha generación presenta más de un millón de ramificaciones y un área total de alrededor de 1000 cm² para el caso de un adulto. Se realizan las siguientes simplificaciones al modelo.

a) No existe absorción u eliminación de O2 y CO2 en las paredes de los conductos. Todo

el flujo en la generación cero es el mismo en la última generación integrado en todos los conductos y por lo tanto en cada generación intermedia m1 = m g = m.

- b) Bifurcaciones no consideradas. Se ha mostrado que las bifurcaciones incrementan el mezclado del fluido (3) favoreciendo el proceso. Esto no es modelado en el presente trabajo. El volumen es simplemente dividido en dos en la bifurcación y transporta la concentración promediada al comienzo de la generación siguiente. Esta concentración promedio entre la generación g y la generación g+1 se denota como Cg,g+1.
- c) Simetría de los conductos. Todos los bronquios y bronquiolos para cada generación tienen la misma dimensión y existe simetría tal entre ellos que el efecto de ellos sumado, es el efecto de uno solo multiplicado por la cantidad de ramificaciones en dicha generación.
- d) Modelo de los conductos bronquiales extrapolables a conducto de longitud infinita. Es importante tener en cuenta que esta aproximación sería válida si los volúmenes de desplazamiento de aire en el conducto son menores que el volumen muerto del conducto. Esto no se cumple ya que los volúmenes de desplazamiento de aire son del orden o mayores que los muertos en cada conducto. No obstante se utilizan los resultados del conducto de longitud infinita. Debido a que el objetivo es observar los mecanismos que favorecen el efecto, no calcular el flujo másico de forma exacta, se considera aceptado el modelo.

Mediante la definición de una resistencia difusiva y de la ley de Fick mediante las aproximaciones realizadas se deriva:

$$J = k_e \frac{\Delta C}{l} \Rightarrow \dot{m} \frac{l}{Sk_e} = \Delta C \tag{1}$$

Donde S es la superficie transversal que presenta la generación entera, calculada como la sección de un conducto multiplicado por la cantidad de ramas de dicha generación. Luego, $l y k_e$ son la longitud y el coeficiente de difusión efectiva de cada generación. El modelo mostrado es puramente difusivo. El proceso convectivo entra en juego al calcular el coeficiente de difusión efectiva k_e .

Se define una Resistencia Difusiva Ω y se trabaja con la expresión simplificada:

$$\Omega = \frac{l}{Sk_e} \tag{2}$$
$$\dot{m}\Omega = \Delta C$$

Es posible tratar ahora al modelo del árbol bronquial como un circuito en función de estas resistencias Ω :

$$\left. \begin{array}{l} \dot{m}\Omega_{0} = \Delta C_{0} \\ \dot{m}\Omega_{1} = \Delta C_{1} \\ \vdots \\ \dot{m}\Omega_{G} = \Delta C_{G} \end{array} \right\} \Rightarrow \dot{m}\sum_{g=0}^{G}\Omega_{g} = \sum_{g=0}^{G}\Delta C_{g}$$

$$(3)$$

$$\dot{m}\Omega_{Total} = \Delta C \tag{4}$$

Recordar que para obtener esta simplificación se supuso una simetría entre todas las bifurcaciones por lo que el caudal es el mismo para todas las ramas de una generación.

2.2 Modelo de Ducto

Las ecuaciones a resolver son las de Navier-Stokes para flujo incompresible y las de difusión. Las ecuaciones de difusión provienen del planteo de transporte de masa en un medio contínuo con un dado campo de velocidades en cada punto, y asumiendo que el flujo por unidad de área de la sustancia difundida sigue la ley de Fick. De esta manera las ecuaciones son:

• Las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo incompresible dependientes del tiempo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u &= -\frac{1}{\rho} \nabla P + \mu \nabla^2 u \\ \nabla \cdot u &= 0 \\ u(\vec{r} = \partial) &= 0 \end{aligned} \tag{5}$$

• La ecuación de difusión

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + (u \cdot \nabla)\Theta = k\nabla^2 \Theta$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \hat{n}_{(\vec{r}=\partial)}} = 0$$
(6)

 ρ es la densidad del fluido, μ su viscocidad y k es el coeficiente de difusión de la sustancia en análisis en el fluido (en este caso se tratarán las difusiones de O₂ y CO₂ en aire a 37 grados centí). Para el caso tratado aquí, caño de sección circular y longitud infinita, la velocidad se asume sólo con componente no nula en la dirección axial. De esta manera, de acuerdo a la ecuación de continuidad, la velocidad es sólo función del radio, y las ecuaciones se reducen a:

• Las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo incompresible dependientes del tiempo:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial u}{\partial r})$$

$$u_{(R,t)} = 0$$
(7)

donde z es la dirección axial, y u es la velocidad en esa dirección. R es el radio del conducto.

• La ecuación de difusión

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + u \frac{\partial \Theta}{\partial z} = k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial \Theta}{\partial r})$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial r} (R, t) = 0$$
(8)

2.2.1 Adimensionalizaciones

Es preciso adimensionalizar las ecuaciones antes de resolverlas:

$$u = \omega R \tilde{u} \tag{9}$$

$$z = R\tilde{z} \tag{10}$$
$$r = P\tilde{r} \tag{11}$$

$$r = R\tilde{r} \tag{11}$$

$$P = \rho \omega^2 R^2 \Gamma P \tag{12}$$

$$t = \frac{1}{\omega}\tilde{t}$$
(13)

Donde se define a la frecuencia $\omega \operatorname{como} \omega = 2\pi f$, donde f es la frecuencia de la excitación. Es presizo poder trabajar con la intensidad de los ciclos de presión de la excitación introducida. Por ello, se escribe el gradiente de presión como una función dependiente del tiempo adimensionalizado por un factor de magnitud. Así es como se introduce la constante adimensional Γ . Se asume para la concentración Θ una forma del tipo:

$$\Theta(r, z, t) = -\gamma z + \gamma R \tilde{\Theta}(r, t)$$
(14)

Donde la constante γ se obtiene de la diferencia de concentración en los bordes del conducto:

$$\gamma = \frac{\Delta C}{l} \tag{15}$$

De esta manera las ecuaciones adimensionalizadas son:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}} = -\Gamma \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{z}} + \frac{1}{\alpha^2 \tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} \right)$$

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{t}} - \tilde{u} = \frac{1}{\alpha^2 Sh} \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{r}} \right)$$
(16)

donde los parámetros adimensionales son el número de Womersley α y el número de SchmidtSh definidos por:

$$\alpha = R\sqrt{\frac{\omega}{\nu}}, Sh = \frac{\nu}{k} \tag{17}$$

Es importante observar la linealidad de las soluciones $u \neq \Theta$ con respecto a Γ

3 SOLUCIÓN LOCAL

Para analizar el efecto en todo el árbol bronquial es preciso primero resolver el problema en cada ramificación, fenómeno local, a un nivel más detallado para generar las bibliotecas de información necesarias.

3.1 Solución Numérica unidimensional de N-S y Fick

Se optó por el método de diferencias finitas para la resolución de las ecuaciones. Discretizando en la variable \tilde{r} con una malla uniforme de N nodos, siendo $\tilde{r}_1 = N^{-1}$ y $\tilde{r}_N = 1$ con $\Delta \tilde{r} = N^{-1}$ se obtiene el siguiente sistema de EDOs:

$$\frac{d\tilde{u}_n}{d\tilde{t}} = -\frac{\partial\tilde{P}}{\partial\tilde{z}} + \frac{1}{\alpha^2\Delta\tilde{r}^2} \left[\left(1 + \frac{1}{2n} \right) \tilde{u}_{n+1} - 2\tilde{u}_n + \left(1 - \frac{1}{2n} \right) \tilde{u}_{n-1} \right] \quad 2 \le n \le N - 1$$

$$\frac{d\tilde{u}_1}{d\tilde{t}} = -\frac{\partial\tilde{P}}{\partial\tilde{z}} + \frac{3}{2} \frac{1}{\alpha^2\Delta\tilde{r}^2} (\tilde{u}_2 - \tilde{u}_1)$$

$$\frac{d\tilde{u}_N}{d\tilde{t}} = 0$$
(18)

donde la segunda ecuación se obtiene de imponer derivada radial en el centro igual a cero (simetría) y la tercera es otra forma de imponer velocidad en el borde igual a cero cuando la condición inicial es cero (este es el caso).

Para las ecuaciones de difusión se obtiene:

$$\frac{d\tilde{\Theta}_{n}}{d\tilde{t}} = \tilde{u}_{n} + \frac{1}{\alpha^{2}Sh\Delta\tilde{r}^{2}} \left[\left(1 + \frac{1}{2n} \right) \tilde{\Theta}_{n+1} - 2\tilde{\Theta}_{n} + \left(1 - \frac{1}{2n} \right) \tilde{\Theta}_{n-1} \right] \quad 2 \le n \le N-1$$

$$\frac{d\tilde{\Theta}_{1}}{d\tilde{t}} = \tilde{u}_{1} + \frac{3}{2} \frac{1}{\alpha^{2}Sh\Delta\tilde{r}^{2}} (\tilde{\Theta}_{2} - \tilde{\Theta}_{1})$$

$$\frac{d\tilde{\Theta}_{N}}{d\tilde{t}} = \tilde{u}_{N} + \frac{1}{\alpha^{2}Sh\Delta\tilde{r}^{2}} \left[\left(1 - \frac{1}{2n} \right) (\tilde{\Theta}_{N-1} - \tilde{\Theta}_{N}) \right]$$
(19)

Las últimas dos ecuaciones se obtienen imponiendo derivada radial nula en el origen y en el borde. Estos dos set de ecuaciones pueden escribirse como uno solo de 2N ecuaciones

colocando los vectores de \tilde{u}_n y $\tilde{\Theta}_n$ en uno solo, llamado \vec{x} .

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \\ \vdots \\ \tilde{u}_N \\ \tilde{\Theta}_1 \\ \tilde{\Theta}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\Theta}_N \end{bmatrix}$$
(20)

de esta manera se puede escribir un único sistema de ODEs que puede ser pasado a un algoritmo de resolución temporal corriente como un rk4.

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = F(\vec{x}) = \mathbb{A}\vec{x} + \vec{P} \tag{21}$$

Donde \vec{P} es la excitación dada por:

$$\vec{P} = -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{z}} \begin{bmatrix} 1\\1\\\vdots\\1\\0\\0\\\vdots\\0 \end{bmatrix}$$
(22)

Es de interés el comportamiento en régimen estacionario. Como la condición inicial de las ecuaciones es velocidad y concentración nula, debe ser posible pasar el transitorio inicial. Se buscó que el pasaje del transitorio lo determine automáticamente el algoritmo. De esta manera, el programa corre la simulación durante cierta cantidad de ciclos (se eligieron tres semiciclos), para saber si ha pasado el transitorio, saca el flujo volumétrico del fluido portante en función del tiempo. Si se ha pasado el transitorio, la integral en un periodo deberá ser nula al no existir flujo volumétrico neto. Por supuesto existe un error numérico en el cálculo de estas integrales, y por ello se especifica un error máximo. El valor de la integral se normaliza con la amplitud del flujo, ya que las diferentes iteraciones tendrán diferentes amplitudes. Si el error es menor que el especificado, el programa detiene las iteraciones.

3.2 Perfiles de Velocidad y Concentración

Las soluciones pueden ser fácilmente interpretables. El fenómeno físico que se pone de manifiesto es un perfil radial de velocidades axiales particular que produce un perfil radial de concen-



Figura 1: Perfil de velocidades en un instante dado para diferentes Womersley.



Dirección Longitudinal



traciones con gradientes mayores que el axial (γ). En la figura 1 se grafican algunas soluciones de los perfiles obtenidos en un instante dado del ciclo.

De esta forma se consigue aumentar la difusión de los gases y es por este mecanismo que se logra suministrar el oxígeno necesario y remover el dióxido de carbono sin una respiración normal.

La figura 2 muestra para el mismo instante de la figura 1 cómo es la distribución espacial de la concentración. Es posible observar como se acortan las distancias entre puntos con diferentes concentraciones, es decir como aumenta el gradiente de concentración y se logra una mayor difusión.

3.3 Coeficiente de Difusión Efectiva

Para la obtención de este parámetro se recurre a la simulación numérica de un flujo laminar ante una excitación de presión periódica en un ducto de longitud infinita.

La excitación se obtiene en la práctica por medios mecánicos que desplazan oscilatoriamente al fluido, y en el final de carrera de esta excitación se ha desplazado un volumen V. A este volumen se lo asocia comúnmente con el volumen tidal y puede ser encontrado como el flujo de masa en un semiciclo.

$$V = 2\pi \int_{semiciclo} dt \int_0^R dr \cdot r \cdot \tilde{u}$$
(23)

$$V = \Gamma R^{3} \underbrace{\left(2\pi \int_{semiciclo} d\tilde{t} \int_{0}^{1} d\tilde{r} \cdot \tilde{r} \cdot \tilde{u}\right)}_{\mathcal{C}(\alpha)}$$
(24)

El parámetro final buscado es un coeficiente de difusión efectiva, este se obtiene mediante el cálculo del flujo de masa Ψ (definido positivo hacia el pulmón) de la sustancia difundida por un ducto de sección S:

$$\Psi = \omega \int_{ciclo} dt \int_0^R dr \cdot r \cdot \left(u\Theta - k \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right)$$
(25)

$$= \omega \left(\int_{ciclo} dt \int_{0}^{R} dr \cdot r \cdot u\Theta - \int_{ciclo} dt \int_{0}^{R} dr \cdot r \cdot k \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right)$$
(26)

$$= \omega \underbrace{\int_{ciclo} d\tilde{t} \int_{0}^{1} d\tilde{r} \cdot \tilde{r} \cdot \tilde{u}\tilde{\Theta}}_{\mathcal{B}(\alpha,Sh)} - \omega \int_{ciclo} d\tilde{t} \int_{0}^{1} d\tilde{r} \cdot \tilde{r} \cdot \frac{\partial\tilde{\Theta}}{\partial\tilde{z}}$$
(27)

$$= \gamma k S \left[1 + \frac{V^2}{R^6} \mathcal{R} \right]$$
(28)

con

$$\mathcal{R} = \frac{\alpha^2 Sh}{\pi} \frac{\mathcal{B}(\alpha, Sh)}{\mathcal{C}^2(\alpha)}$$
(29)

de esta manera el flujo medio puede escribirse como:

$$\Psi = \gamma k_e S \tag{30}$$

utilizando un coeficiente de difusión efectiva k_e calculado como:

$$k_e = k \left[1 + \frac{V^2}{R^6} \mathcal{R} \right] \tag{31}$$

3.4 Validación con Watson

En la figura 3 se muestran los cálculos del coeficiente de difusión efectiva en función del Womersley (α) y del cociente (V^2/R^6), para una excitación sinusoidal. Se contrastan los resultados con los obtenidos analíticamente.²



Figura 3: Se muestran en curvas continuas los resultados obtenidos analíticamente. Los puntos sobre las curvas son los correspondientes obtenidos numéricamente.

3.5 Estabilidad

Para la resolución del sistema de ecuaciones (21) se utilizó un esquema de Runge-Kutta de orden 4. Se utilizó para ello las funciones rk4 y rkdumb de las *Numerical Recipies Libraries*.

Al aplicar el algoritmo de Runge-Kutta la expresión de la solución, para la parte homogénea, en el paso siguiente de tiempo es:

$$\vec{x}^{k+1} = \mathbb{M}\vec{x}^{k}$$
$$\mathbb{M} = 1 + \Delta \tilde{t}\mathbb{A} + \frac{1}{2}\Delta \tilde{t}^{2}\mathbb{A}^{2} + \frac{1}{6}\Delta \tilde{t}^{3}\mathbb{A}^{3} + \frac{1}{24}\Delta \tilde{t}^{4}\mathbb{A}^{4}$$
(32)

En un sistema de ecuaciones como el (21), el error evoluciona en cada paso de resolución de acuerdo a:

$$\vec{e}^{k+1} = \mathbb{M}\vec{e}^k \tag{33}$$

De esta manera, para analizar la inestabilidad del método de resolución, bastará con obtener el máximo autovalor de la matriz \mathbb{M} . Si este, en valor absoluto, es menor que la unidad, el sistema será estable, de lo contrario se tornará inestable. La figura 4 muestra la evolución del máximo



Figura 4: Análisis de estabilidad. Mayor autovalor de \mathbb{M} para distintos Fo

autovalor de la matriz \mathbb{M} , para distintos Sh, en función del número de Fourier Fo.

$$Fo = \frac{\Delta \tilde{t}}{\alpha^2 Sh\Delta \tilde{r}^2} \tag{34}$$

Este análisis permite definir un límite máximo al número de Fourier, el cual se fijó en un valor de 0, 35.

Frecuencia[Hz]	50ml	100ml	150ml	200ml
5	332786	134798	81723	57850
10	191075	72352	42771	29938
15	140498	51228	29748	20601
20	114026	40403	23116	15863
25	97507	33813	19120	13024
30	86063	29348	11125	16437
35	77605	26091	9759	14496

Tabla 1: Resistencias totales para distintos parámetros de ventilación de alta frecuencia. [s/m3]

3.6 Generación de Bibliotecas

Para la generación de bibliotecas se procedió al calculo de \mathcal{R} como se explicó en la sección 3.3 en función de un Sh, un α y una excitación predefinida. La biblioteca de triple entrada guardaba los valores de \mathcal{R} y Γ que en todos los casos tuvo el valor de 1, debido a la linealidad ya mencionada (12). Para la generación de tales bibliotecas se utilizó se calculó en paralelo de forma distribuida. Un servidor de tareas con 10 esclavos conectados permitió distribuir la tarea de generación de las bibliotecas reduciendo considerablemente el tiempo de las mismas. Si bien el presente trabajo pretende explicar el proceso a primer órden, se trabajó con precisiones más finas (sección 3) para probar esta técnicas de tareas distribuidas. Además para excitaciones más complejas y no sinusoidales el tiempo de cálculo aumentaba considerablemente.

4 EXPLICACIÓN DEL PROCESO DE HFV EN NEONATOS

4.1 Efectos de la Difusión Efectiva

Una vez que se obtienen las bibliotecas para poder calcular k_e , es posible completar el modelado del árbol bronquial. Se procede a obtener el parámetro adimensional α para cada generación. α va disminuyendo a medida que se adentra en generaciones mayores. El siguiente análisis considera únicamente al oxígeno. Para los casos donde la respiración normal es reducida o nula y en ausencia de ventilación asistida, el intercambio de gases se realizaría de forma mínima, únicamente mediante difusión, siendo las peores regiones para atravesar la zona de las vías aéreas superiores. Esto puede verse en la ecuación (4) debido a la elevada resistencia difusiva Ω . Estas resistencias se muestran en la figura 5 en trazo negro continuo. Por ejemplo para el caso del oxígeno, su flujo másico será de $0, 05 \, 10^{-6} \, moles/seg$, en lugar de los $180 \, 10^{-6} \, moles/seg$ que son necesarios suministrar. La concentración en el ambiente es de $8, 2moles/m^3$ y en lo profundo del pulmón $5, 5 \, moles/m^3$.

La resistencia difusiva que se debe lograr es aproximadamente $15000 s/m^3$. La tabla 1 muestra estos valores de resistencia para distintas frecuencias y volúmenes de desplazamiento (V).

En la figura 5 se pone de manifiesto el efecto de la ventilación de alta frecuncia. En la respiración normal, a partir de la generación 18 el proceso que predomina es el difusivo con



Figura 5: Variaciones de la Resistencia Difusiva Ω (en escala logarítmica) en cada generación ante distintos parámetros de HFV.

respecto al inspiratorio/espiratorio convectivo. En las soluciones propuestas lo que se logra es diminuir es la resistencia de las vías aéreas superiores mediante el efecto de la HFV, de modo de llevar toda la resistencia del árbol bronquial al órden de las generaciones 16-18. De este modo es posible lograr un intercambio de materia por un proceso difusivo en general con un efecto convectivo local. Se observa de la figura que tanto el aumento de la frecuencia como el del volumen de desplazamiento bajan la resistencia Ω .

No obstante se observa un desplazamiento hacia abajo en el caso del aumento de volumen y una variación de la forma al variar la frecuencia. Para 5 Hz el mínimo se encuentra por la generación 4-5, mientras que para 200*ml*, el mínimo se ha desplazado a las generaciones 8-10. Este mínimo representa una zona de alta difusividad y se observa que puede regularse al variar la frecuencia.

4.2 Garantizar la Respiración mediante HFV

4.2.1 Flujos de O₂ y CO₂

Para mostrar que el sistema funciona, debe ser capaz de suministrar los flujos másicos necesarios para el organismo, detallados en la tabla 2. Los valores de las resistencias totales (Ω_{Total}) se utilizan para calcular los flujos másicos, ecuación (4) con las concentraciones conocidas, ver tabla 3.



Figura 6: Flujos de Oxígeno para los parámetros de HFV en neonatos de 800g



Figura 7: Flujos Dióxido de Carbono para los parámetros de HFV en neonatos de 800g. Por la convencion tomada, negativo hacia afuera.

Tahla 2.	Fluios	másicos	necesarios	nor el	organismo
raora 2.	1 10,000	masicos	necesarios	Por Ci	organismo

	Neonato 800 g	Adulto 80 Kg
$\dot{m} O_2$	$3,7310^{-6}\frac{moles}{seq}$	$18010^{-6}\frac{moles}{seq}$
\dot{m} CO ₂	$3,3410^{-6}\frac{moles}{seg}$	$16110^{-6}\frac{moles}{seg}$

Tabla 3: Concentraciones de oxígeno y dióxido de carbono como condiciones de contorno.

	Neonato 800 g	Adulto 80 Kg
Concentración O ₂	$8,210^{-6}\frac{moles}{cm^3}$	$5,510^{-6}\frac{moles}{cm^3}$
Concentración CO ₂	$0 \frac{moles}{cm^3}$	$2,210^{-6}\frac{moles}{cm^3}$

La tabla 4 resume los flujos másicos de oxígeno calculados para el caso de un adulto de 80 Kg. Son los flujos que se corresponden con los valores de resistencias de la figura 5. Los correspondientes al dióxido de carbono son análogos y se han omitido.

Es de interés conocer el comportamiento para el caso de neonatos de 800 g. Los resultados son análogos. Se calcularon los flujos para todos las combinaciones posibles de los parámetros, para el caso de neonatos. Las figuras 6 y 7 muestran los flujos de oxígeno y dióxido de carbono en función de los dos parámetros regulables: volumen de desplazamiento y frecuencia.

4.2.2 Concentraciones de O₂ y CO₂

Por más que la resistencia total sea la misma, puede variar las resistencias de una generación respecto a otra como la zona de alta difusividad tratada en el apartado anterior. Como si se tratara de un análogo de circuito eléctrico, las caídas de tensión varían. En este caso es posible

Tabla 4: Resultados de los flujos másicos de oxígeno para distintos parámetros de ventilación de alta frecuencia en el caso de Adultos. $[10^{-6} \text{ moles/s}]$

Frecuencia[Hz]	50ml	100ml	150ml	200ml
5	8	20	33	47
10	14	37	63	90
15	19	53	91	131
20	24	67	117	170
25	28	80	141	207
30	31	92	243	164
35	35	103	277	186



Figura 8: Concentraciones de Oxígeno para cada generación en función de parámetros de HFV para Adulto de 80 Kg.



Figura 9: Concentraciones de Oxígeno y Dióxido de Carbono para cada generación en función de parámetros de HFV para neonatos de 800g

obtener distintas concentraciones de oxígeno para cada generación. En la figura 8 se muestran estas concentraciones de oxígeno para el caso de un adulto.

Se marca además una región de resistencia elevada como región limitante.

Para el caso del neonato, figura 9, ocurre lo mismo. Puede observarse como es posible variar las regiones a las que les llega oxígeneo variando la frecuencia. De esta forma se puede estimular más una generación que otra. Puede observarse la diferencia en la generación 9 de la figura 9.

4.2.3 Fenómenos Favorables no Considerados

Se ha tratado por completo el caso laminar con las simplificaciones mencionadas. Existen una cantidad de otros efectos que favorecen el proceso:¹

- Efecto de la turbulencia: Aumenta el mezclado, disminuyendo Ω .
- Efecto de las bifurcaciones: En las proximidades de las bifurcaciones se producen vorticidades que favorecen el mezclado, disminuyendo Ω .
- Efecto de la Asimetría del perfil de velocidades sin difusión existe de todas formas una difusión efectiva producida por la asimetría del perfil de velocidades entre la inspiración y espiración dada por la relación I:E. Resulta que en régimen laminar si bien la velocidad media es nula la velocidad media de la porción central tiene un sentido opuesto a la velocidad media de la periferia del fluido.
- Efecto Pendelluft o mezcla interregional de gases, y es debido a las diferentes constantes de tiempo que pueden existir entre unidades alveolares vecinas.

5 VARIACIONES EN EL CICLO DE PRESIÓN

5.1 Excitación triangular

Ahora que se conoce la física involucrada en la ventilación de alta frecuencia, se procedió a variar el último parámetro del cual depende la ventilación: la forma de la excitación. Se ensayó una excitación como la mostrada en la figura 10 junto con el cociente entre los \mathcal{R} de la excitación triangular y la excitación sinusoidal trabajada anteriormente.

Se puede observar que la excitación sinusoidal es más eficiente a altos Womersley (α), pero para bajos Womersley la situación es la inversa. Además debe notarse que para bajos α ambas siguen la misma dependencia funcional, ya que el cociente tiende a un plató. Esto favorecerá la difusión en las vías aéreas inferiores y aumentará la resistencia en las superiores. De todas maneras, la diferencia entre ambas no es muy marcada. Esto es de esperarse en función de que ambas excitaciones son muy parecidas y de que el sistema se comporta en su conjunto como un *filtro pasabajos*.



Figura 10: Excitación triangular. Ciclo de presión (izquierda) y Relaciones de \mathcal{R} entre excitaciones triangular y sinusoidal en función del α (derecha).

5.2 Excitación Asimétrica

Se calculó la solución para excitaciones asimétricas como las mostradas en la figura 11. La mostrada tiene un *duty cycle* (relacón entre la duración del pico mas alto y el período) de 0, 2.

Se muestra además en la figura 11 el cociente entre los \mathcal{R} de la excitación asimétrica y la excitación sinusoidal. Se observa que a pequeños womersley la relación es mayor que la unidad. La diferencia es mayor que la observada para la excitación triangular. Esto puede entenderse observando las gráficas de los perfiles de velocidad y concentración para la excitación asimétrica y sinusoidal. Las gráficas mostradas son para un Womersly bajo, igual a uno, que es donde hay diferencias importantes.

En el caso de la excitación asimétrica la velocidad presenta una variación rápida debido al pico abrupto en la excitación. Este abrupto provoca que la velocidad promedio del perfil sea bastante mayor que en el caso sinusoidal (aunque por un período menor), logrando que la convección también sea mayor. Este efecto se ve en el perfil de concentración, el cual presenta un gradiente radial mayor que en el caso sinusoidal (el cual tiende a ser plano). Este efecto es el responsable del aumento del \mathcal{R} . Debe notarse también que la relación, al igual que en el caso de la excitación triangular, llega a un llano para bajos α , indicando la misma dependencia funcional. Para altos α , los efectos inerciales son los predominantes, por lo que los perfiles ya han alcanzado altos gradientes en la dirección radial. El hecho de que el \mathcal{R} baje para altos α está asociado a que la variación suave de una excitación sinusoidal *acompaña* al fluido (como si se tratase de una persona amacando a otra). Se trata entonces de dos efectos que están compitiendo. Para analizarlo en conjunto se procedió de la misma forma que con la excitación sinusoidal. En lugar de mostrar estos valores, se muestra la variación relativa de los flujos másicos en la tabla 5.

En la figura 12 se muestra el efecto de las excitaciones sobre las resistencias para cada gen-

3166



Figura 11: Excitación asimétrica. Ciclo de presión (izquierda) y Relaciones \mathcal{R} entre excitaciones triangular y senoidal en función del α (derecha).

Frecuencia[Hz]	50ml	100ml	150ml	200ml
5	5%	11%	15%	17%
10	2%	8%	11%	13%
15	-1%	5%	8%	11%
20	-3%	3%	6%	9%
25	-4%	1%	5%	7%
30	-6%	0%	3%	6%
35	-7%	-2%	2%	4%

Tabla 5: Mejoras en el flujo másico al trabajar con perfil asimétrico respecto al sinusoidal

eración. Se observa que en las generaciones 14-16 para muchos casos se presenta una disminución de la resistencia superior a un 20%. Esto explica por qué se tienen mejores resultados, no se olvide que dicha región es la que presenta mayor resistencia, por lo que es la región limitante. Ver figura 5.

6 MODELOS EXISTENTES

Son tres los modelos de ventiladores aprobados por la *Food and Drug Administration* de Estados Unidos y un resumen de sus principales características se muestran en la tabla 6.

Se observa que en general los volumenes calculados son un poco inferiores a los utilizados. Esta diferencia es atribuible a todos los fenómenos favorables no considerados, sección 4.2.3.



Figura 12: Relacion de resistencias difusivas para cada generacion Ω_i en el caso de excitación asimétrica respecto de armónica simple.

7 CONCLUSIONES

Se ha resuelto el modelo propuesto con la finalidad de estudiar el fenómeno de ventilación por alta frecuencia. Se han definido dos conceptos, un coeficiente de difusión efectiva y una resistencia difusiva; que permiten analizar el proceso mirando cada generación por separado y su coparticipación en todo el árbol bronquial. Se ha analizado el efecto de los tres parámetros regulables exteriormente al organismo:

- Frecuencia de Excitación. Al aumentar la frecuencia se logra favorecer la difusividad y conseguir mayores flujos másicos.
- Volumen de Desplazamiento. El parámetro que más influye en los resultados. Se suelen trabajar con volúmenes de 1-2 ml por Kg.
- Forma de Excitación. Un parámetro que tiene una importancia menor comparado con los anteriores. Sin embargo el efecto es más importante en el caso asimétrico, favoreciendo el proceso la mayoría de las veces. Sin embargo es importante subrayar que esto se da para una misma frecuencia de operación, por consiguiente pueden presentarse gradientes de presión mucho mayores en el caso asimétrico por lo "abrupto" del proceso. En la figura 12 se muestran los efectos más significativos sobre las resistencias difusivas.

	Oscilatorio	Jet	Interruptor de Flujo
Frecuecia	3-15 Hz	4-11 Hz	4-20 Hz
Ajuste I:E	1:1 1:2	1:6	1:5
Espiracin	Activa	Pasiva	Pasiva
Atrapamiento	Minimo	Mayor	Mayor
Volumen Despl.	(1-2 ml / kg)	(2-5 ml / kg)	(2-4 ml / kg)
Usado c/Convencional	Infrecuente	Frecuente	Frecuente

Tabla 6: Comparación entre equipos de ventilación de alta frecuencia.

El volumen del sistema de generaciones de 0 a 23 representa un 25% del volumen total del pulmón. Siendo la mayor parte (60%) la zona alveolar. De los valores de las resistencias, se observa que el proceso de HFV tiene lugar hasta las generaciones 18 aproximadamente. A partir de allí es puramente difusivo y por este motivo no se modeló más allá de la generación 23. Ya se ha mencionado que existen numerosos fenómenos no considerados que en general favorecen al intercambio de masas, entre ellos los más importante son el Pendeluft (debido a que las ramas no pueden ser consideradas como infinitas, hay mezclado entre ellos debido a asimetrías y longitudes no uniformes), asimetría del perfil de velocidades y mezclado causado por bifurcaciones y adsorción en las paredes del árbol bronquial. Se propone como continuación y mejoras al presente trabajo, resolver en la variable axial a fin de interconectar los conductos. Se desarrolló el modelado mediante programas hecho en lenguaje estructurado a objetos que le da la capacidad "modular" de ir agregando estas incorporaciones al mismo.

Cabe enfatizar que los valores obtenidos en los reultados no pueden ser aplicados directamente debido a las simplificaciones que presenta el modelo. No obstante, dichas simplificaciones no dejan sin validez las importantes relaciones obtenidas entre el volumen de desplazamiento, la frecuencia y el ciclo de presión que motivan y explican el fenómeno de HFV.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] B. R. Boynton, W. A. Carlo, and A. H. JOB. *New Therapies for neonatal respiratory failure*. Cambridge University Press, (1994).
- [2] E. J. Watson. Diffusion in oscillatory pipe flow. J. Fluid Mech., 133, 233-244 (1983).
- [3] Ewald R. Weibel and Domingo M. Gomez. Architecture of the human lung. *Science*, 137, 577–584 (1962).