

**MODELO CONSTITUTIVO PARA NUDOS DE HORMIGÓN ARMADO
SISMORRESISTENTES , CON DESLIZAMIENTO DE ARMADURAS**

Oscar Möller

Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras (IMAE) , Facultad de
Cs. Exactas , Ingeniería y Agrimensura , Universidad Nacional de Rosario .
Riobamba y Berutti , 2000 Rosario , Argentina .

RESUMEN

Se desarrolla un modelo matemático que representa el comportamiento histerético de las rotaciones concentradas en la interface viga-nudo de pórticos de hormigón armado sismorresistente . El modelo se construye a partir de ecuaciones constitutivas no lineales cíclicas para las armaduras que se anclan en el nudo , para el hormigón en las secciones de interface viga-nudo , y para la adherencia entre acero y hormigón . El esquema de solución se basa en el método de Newton-Raphson con consideraciones especiales para las reversiones de carga y puntos de inflexión por deslizamiento de armaduras y contacto del hormigón . Se muestran dos ejemplos comparando resultados numéricos con experimentales .

ABSTRACT

It is developed an mathematical model representing the hysteretic behavior of the concentrated rotations at beam-joint interfaces of earthquake resistant R/C frames . The model is built from cyclic nonlinear constitutive relations for reinforcing bars anchored in the joint , for the concrete sections at beam-joint interface , and for the bond between steel and concrete . The solution scheme is based on the Newton-Raphson method with special considerations for load reversions , inflexion points due to slippage of reinforcing bars , and concrete contact . It is shown two examples comparing numerical and experimental results .

INTRODUCCION

Las estructuras aporricadas de hormigón armado solicitadas por movimientos sísmicos intensos , y que están diseñadas de acuerdo a la filosofía actual expresada en los códigos de construcciones sismorresistentes , incursionan significativamente en el rango de las deformaciones inelásticas para disipar gran parte de la energía , entregada por el terremoto , a través del comportamiento histerético estable de las regiones críticas de sus componentes estructurales .

Estas regiones con deformaciones inelásticas se ubican principalmente en los extremos de vigas donde los esfuerzos internos son máximos para las acciones laterales . Las columnas deberán permanecer elásticas durante la respuesta , excepto en la base del pórtico , para evitar la formación de un mecanismo parcial o piso flexible [1] .

Las fuentes principales de deformaciones no lineales en esas regiones críticas son la fisuración del hormigón en tracción y su comportamiento no lineal en compresión , la fluencia de la armadura y el efecto Bauschinger , el deslizamiento de la armadura anclada en el nudo debido al deterioro cíclico de la adherencia entre acero y hormigón , y el deslizamiento transversal por corte cuando la fisura está abierta en toda la altura de la sección [1,2] .

El deslizamiento de la armadura anclada en el nudo origina rotaciones concentradas importantes en la sección fisurada de interface viga-nudo , que de acuerdo a evidencias experimentales [3] colabora en el orden del 50% de la deflexión total de subensambles viga-columna , luego de la fluencia de la armadura . Este efecto , que no puede ser eliminado en el diseño , excepto que la rótula plástica se localice a cierta distancia del nudo , es particularmente importante en nudos interiores donde los momentos flectores

imponen a las armaduras tracción en una cara y compresión en la otra cara del nudo , haciendo crítica la adherencia acero-hormigón [1] .

Para poder predecir la distribución de esfuerzos internos y deformaciones en la estructura frente a la ocurrencia de un evento sísmico , es necesario desarrollar modelos analíticos confiables que representen el comportamiento histerético de las regiones críticas . La implementación computacional puede conducir a modelos muy refinados con muchos elementos y grados de libertad , sólo aplicables a estudiar efectos locales en pequeñas estructuras , ó a modelos globales para analizar la respuesta dinámica de grandes estructuras , pero con dudosa capacidad de representar adecuadamente los efectos no lineales de las regiones críticas . Como una solución intermedia se han desarrollado elementos de barra que incluyen , en una forma aproximada , las principales fuentes de deformaciones inelásticas [2,4,5] . En esta última línea se ubica el trabajo que aquí se presenta .

Los modelos analíticos para representar las rotaciones concentradas deben resolver por un lado el problema no lineal del deslizamiento de la armadura pasante por el nudo , y por otro lado el problema , también no lineal , de la colaboración del hormigón en la zona de contacto de las secciones viga-nudo . Para el primero se ha utilizado un planteo en residuos ponderados con solución en elementos finitos mixto [1,6,7] , y también se han integrado directamente las ecuaciones diferenciales asumiendo variación lineal de la tensión de adherencia entre puntos de control [8,9] . Para la colaboración del hormigón se ha propuesto que el incremento de deformaciones sea igual al del acero sólo cuando la fisura está cerrada , y nulo cuando la fisura está abierta [1,6,7,8,9] .

En este trabajo se presenta , como variante , una formulación basada en el método de elementos finitos con desplazamientos como incógnitas para representar las rotaciones concentradas en las interfaces viga-nudo debido al deslizamiento de las armaduras ancladas en el nudo , incluyendo flexión y esfuerzos axiales . Así planteado , el modelo podrá incluirse directamente en un elemento de barra genérico [10] para analizar pórticos de hormigón armado solicitado por acciones estáticas y dinámicas , y resolver simultáneamente el problema del nudo , con la interacción entre ambas caras , y el de la barra con sus otros efectos inelásticos , sin utilizar relaciones momento-rotación preestablecidas .

MODELO DEL NUDO

En la fig.1 se muestra la modelización de un nudo interior de un pórtico con las dos capas de armadura , superior e inferior , las fuerzas en las secciones A y B : (N_A, M_A, N_B, M_B) y los desplazamientos $(\Delta l_A, \Theta_A, \Delta l_B, \Theta_B)$. También se indica la colaboración de las capas de armadura (F) y del hormigón (C) en los esfuerzos internos .

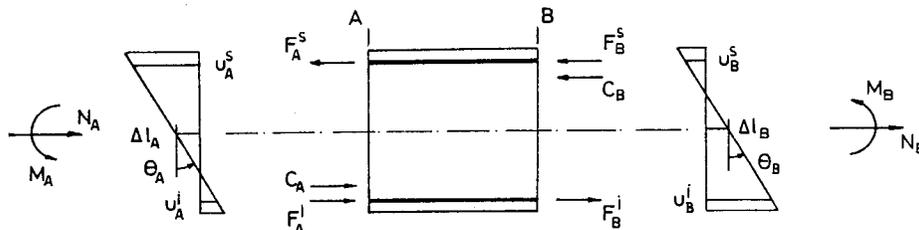


Figura 1 : Fuerzas y desplazamientos en un nudo interior

Barra de acero anclada en hormigón

Las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento de un elemento infinitesimal de barra , ver fig.2 , son

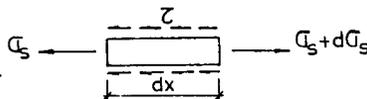


Figura 2 : Diagrama de cuerpo libre de un elemento diferencial de barra

$$A \frac{d\sigma_s}{dx} = \tau p \quad (1)$$

$$\epsilon_s - \epsilon_c = \frac{du}{dx} \quad (2)$$

$$\epsilon_s = f(\sigma_s) \quad (3)$$

$$\tau = g(u) \quad (4)$$

donde σ_s , ϵ_s son la tensión y deformación en el acero ; u es el deslizamiento relativo del acero respecto al hormigón ; ϵ_c es la deformación en el hormigón , cuya colaboración se desprecia [1,6,8] en la evaluación de u en ec.(2) ; A , p son el área y perímetro de la armadura ; τ es la tensión de adherencia .

Para la ecuación constitutiva (3) tensión-deformación del acero se utiliza el modelo de Menegotto y Pinto modificada [11,1] con endurecimiento isotrópico propuesto por Fronteddu [12] , ver fig.3 .

Para la ecuación constitutiva (4) tensión de adherencia-deslizamiento relativo se utiliza el modelo de Eligehausen [13] modificado luego por Filippou [1] , introduciendo en este trabajo una variante simplificada para la recarga , ver fig.4 .

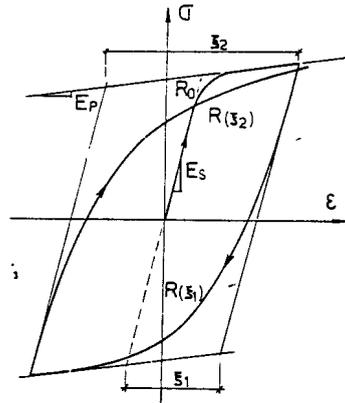


Figura 3 : Relación constitutiva $\sigma - \epsilon$ para el acero

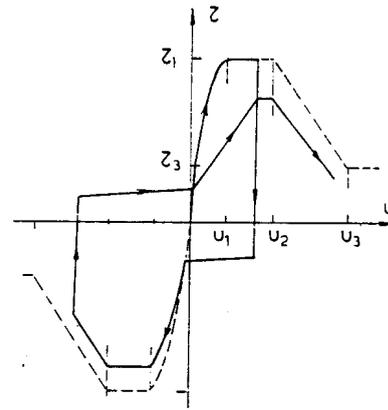


Figura 4 : Relación constitutiva $\tau - u$ para el deslizamiento relativo

La solución del sistema de ecuaciones (1) a (4) se obtiene mediante el método de elementos finitos , discretizando la barra en elementos , ver fig.5 , y adoptando una función de interpolación lineal para los desplazamientos axiales . Aplicando trabajos virtuales se llega , para cada elemento , a :

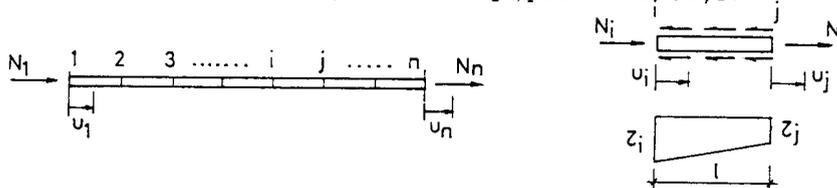


Figura 5 : Discretización de la barra y acciones sobre un elemento

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + C p l \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (5)$$

donde $E = d\sigma/de$ de la ec.(3) y $C = d\tau/du$ de la ec.(4) , ambos módulos tangente de las relaciones constitutivas , son variables no lineales .

Ensamblando para todos los elementos resulta :

$$\begin{bmatrix} k_{DD} & k_{DR} \\ k_{RD} & k_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_D \\ u_R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_D \\ F_R \end{Bmatrix} \quad (6)$$

donde el subíndice D indica grado de libertad desplazable , y el R indica grado de libertad reactivo , que en este caso son el 1 y n de la fig.5 .

Condensando los grados de libertad 2 a n-1 , y dado que $F_D = 0$, se obtiene :

$$F_R = [k_{RR} - k_{RD} k_{DD}^{-1} k_{DR}] u_R \quad (7)$$

ecuación que vincula fuerzas con desplazamientos en las secciones extremas .

Secciones de hormigón

En análisis convencional de elementos de hormigón armado solicitados a flexión se asume compatibilidad de deformaciones entre acero y hormigón , y una distribución lineal de deformaciones sobre la altura de la sección . Estas hipótesis contradicen evidencias experimentales , y entonces un nuevo modelo para la respuesta histerética de secciones fisuradas de hormigón armado fue desarrollada por Filippou [1] y utilizada en este trabajo .

En cada incremento de las acciones externas se obtiene el incremento de deslizamientos y deformaciones en las capas de armadura superior e inferior , ver ec.(9,10) . Con el deslizamiento relativo se establece si la fisura está abierta ($u > 0$) ó cerrada ($u \leq 0$) a nivel de cada capa de armadura . Si está cerrada , arriba y/o abajo , se asume , para ese paso , completa compatibilidad en el incremento de deformaciones entre acero y hormigón en correspondencia con esa capa de armadura , y si está abierta , o la descarga se ha completado , el incremento de deformaciones en el hormigón es nulo .

El perfil de deformaciones sobre la altura de la sección se obtiene de la siguiente manera : se establecen deformaciones de control a la altura de cada capa de armadura , siendo la deformación del hormigón si la fisura está cerrada y la del acero si la fisura está abierta . Entre ambas deformaciones de control se adopta una variación lineal .

La sección se divide en franjas , en cantidad suficiente para evitar imprecisiones numéricas . De la diferencia entre la deformación actual y la del paso anterior se obtiene el incremento de deformación en cada franja . Con la ecuación constitutiva de Kent y Park [14] , modificada por Scott [15] , y teniendo en cuenta resistencia a tracción , ver fig.6 , se calculan las tensiones . Luego sumando para todas las franjas se obtiene la colaboración del hormigón .

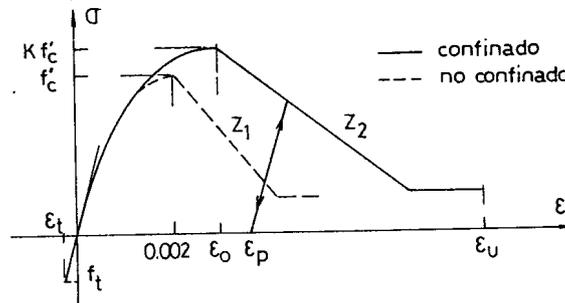


Figura 6 : Relación constitutiva $\sigma - \epsilon$ para el hormigón

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_c \\ \Delta \phi \end{Bmatrix} \quad (8)$$

donde $S_{11} = \sum E_i A_i$, $S_{12} = S_{21} = \sum E_i A_i y_i$, $S_{22} = \sum E_i A_i y_i^2$, siendo $E_i = d\sigma/d\epsilon$ módulo

tangente de la relación constitutiva, A_i es el área de la franja, y_i es la distancia al baricentro de la sección, $\Delta\epsilon_c$ es el incremento de deformación axial y $\Delta\phi$ es el incremento de curvatura de la sección.

Rigidez del nudo

La rigidez aportada por las capas de armadura se obtiene a partir de ec.(7) y de las siguientes relaciones geométricas, ver fig.1 :

$$\begin{aligned} \Delta u_A^s &= \Delta(\Delta l)_A + y_s \Delta\Theta_A & \Delta u_A^i &= \Delta(\Delta l)_A + y_i \Delta\Theta_A \\ \Delta u_B^s &= \Delta(\Delta l)_B + y_s \Delta\Theta_B & \Delta u_B^i &= \Delta(\Delta l)_B + y_i \Delta\Theta_B \end{aligned} \quad (9)$$

Para encontrar la colaboración en la rigidez de las secciones de hormigón hay que establecer una relación entre el incremento de desplazamientos globales de la sección y el incremento de deformaciones $\{\Delta\epsilon_c, \Delta\phi\}$. Por ejemplo para la sección A :

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_A^s &= \frac{\Delta F_A^s}{E_s A_s} = k_A^s \Delta u_A^s & \text{y también} & \Delta\epsilon_A^s = \Delta\epsilon_{c_A} + y_s \Delta\phi_A \\ \Delta\epsilon_A^i &= \frac{\Delta F_A^i}{E_s A_s} = k_A^i \Delta u_A^i & \text{y también} & \Delta\epsilon_A^i = \Delta\epsilon_{c_A} + y_i \Delta\phi_A \end{aligned} \quad (10)$$

donde k_A^s, k_A^i se obtienen de ec.(7) para cada capa de armadura. Igualando y operando resulta :

$$\begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_{c_A} \\ \Delta\phi_A \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_A^s y_i - k_A^i y_s}{y_i - y_s} & \frac{k_A^s - k_A^i}{y_i - y_s} y_i y_s \\ \frac{k_A^s - k_A^i}{y_i - y_s} y_i y_s & \frac{k_A^s y_s - k_A^i y_i}{y_s - y_i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta(\Delta l)_A \\ \Delta\Theta_A \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Para no perder la simetría en la matriz de rigidez del nudo se aproxima :

$$k_A^s = k_A^i = k_A \quad , \quad \text{con} \quad k_A = \frac{1}{2} (k_A^s + k_A^i) \quad (12)$$

Finalmente se combina ec.(11) con ec.(8), y análogamente para la sección B.

Sumando la contribución de las armaduras con las del hormigón se obtiene la matriz de rigidez tangente del nudo de 4×4 que relaciona incrementos de esfuerzos $(\Delta N_A, \Delta M_A, \Delta N_B, \Delta M_B)$ con incrementos de desplazamientos $(\Delta(\Delta l)_A, \Delta\Theta_A, \Delta(\Delta l)_B, \Delta\Theta_B)$. El acoplamiento entre las dos caras del nudo está dado por las capas de armadura.

Evaluación de fuerzas internas

Conocido $(\Delta(\Delta l)_A, \Delta\Theta_A, \Delta(\Delta l)_B, \Delta\Theta_B)$ en una iteración del proceso no lineal, con ec.(9) se calculan los incrementos de desplazamientos en los extremos de cada capa de armadura, siendo éstos desplazamientos impuestos Δu_R en la ec.(6).

Se resuelve el problema no lineal de la barra, en donde para cada elemento, ver fig.5, se calcula :

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon &= \frac{\Delta u_j - \Delta u_i}{l} \rightarrow \sigma \quad \text{con ec.(3)} \\ \Delta u_i &\rightarrow \tau_i \quad , \quad \Delta u_j \rightarrow \tau_j \quad \text{con ec.(4)} \\ N_i &= -\sigma A + p l \left(\frac{\tau_j}{2} + \frac{\tau_i - \tau_j}{3} \right) \\ N_j &= \sigma A + p l \left(\frac{\tau_j}{2} + \frac{\tau_i - \tau_j}{6} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

Se itera hasta ajustar el equilibrio en todos los nodos de la barra.

Con las fuerzas en las secciones extremas de la barra, se calcula la colaboración en los esfuerzos internos N, M , que por ejemplo para la sección A resulta :

$$N_A = F_A^s + F_A^i \quad M_A = F_A^s y_s + F_A^i y_i \quad (14)$$

Resuelto el problema no lineal de cada capa de armadura , se obtiene el incremento de deformaciones en sus secciones extremas con lo que se evalúan las deformaciones de control de la sección de hormigón y el incremento de deformación en cada franja . Con la ecuación constitutiva se obtiene σ_i ($i=1, n$ franjas) . Luego , por ejemplo para la sección A :

$$N_A = \sum \sigma_i A_i \quad , \quad M_A = \sum \sigma_i A_i y_i \quad (15)$$

Sumando la colaboración de las armaduras con la del hormigón se obtienen las fuerzas internas en la sección .

ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA NO LINEAL

Con desplazamientos ($\Delta(\Delta)_A, \Delta\Theta_A, \Delta(\Delta)_B, \Delta\Theta_B$) como incógnitas , se utiliza el esquema iterativo de Newton-Raphson para equilibrar las fuerzas externas con las internas (N_A, M_A, N_B, M_B) . En cada iteración de equilibrio se debe resolver el problema no lineal de cada capa de armadura , para lo cual se utiliza también el esquema iterativo de Newton-Raphson imponiendo como condición de borde los desplazamientos en los nodos extremos de la barra de acero obtenidos de la iteración global del nudo .

Debido al anidamiento de los procesos no lineales , y a la forma de las relaciones constitutivas , con marcados puntos de inflexión en la recarga , surgen dificultades importantes para obtener la convergencia . Se han implementado las siguientes variantes para mejorar esa situación :

- Actualización de rigidez cada cinco iteraciones de equilibrio .
- Se vuelve atrás y se resuelve nuevamente una iteración de equilibrio , actualizando previamente la rigidez , cuando se detecta :
 - descarga , se evalúa la rigidez con la rama de descarga de las ecuaciones constitutivas .
 - fuerzas internas sensiblemente mayores que las fuerzas externas , que es típico de puntos de inflexión por la recarga en la adherencia , ver fig.4 , y por el contacto del hormigón cuando cierra la fisura ; en este caso se utiliza el método de Euler para actualizar la rigidez .
 - No se actualiza la rigidez , aunque se hayan acumulado cinco iteraciones , si ante un aumento de fuerzas externas , las fuerzas internas decrecen , evitando así la rigidez no positiva en los snap-through .

La convergencia se controla con la norma del vector fuerzas de disequilibrio con respecto a la norma del vector fuerzas externas , $<10^{-2}$, y con la relación entre el incremento de energía $\Delta F \cdot \Delta u$ de la iteración con respecto al incremento de energía del primer cálculo del paso , $<10^{-3}$.

EJEMPLOS NUMÉRICOS

Los valores numéricos obtenidos con este modelo se comparan con resultados experimentales de dos subensambles viga-columna sujetos a carga sísmica simulada [16] . El specimen BC4 fué sujeto a un solo ciclo con grandes desplazamientos en ambos sentidos , simulando el efecto de un pulso sísmico muy severo . El specimen BC3 fué sujeto a un gran número de ciclos con desplazamientos crecientes .

Los datos geométricos y armaduras , ver fig.7 , idénticos para los dos ejemplos , son : sección 22.9 x 40.6 cm con una longitud del nudo de 43.2 cm ; capa de armadura superior 4 ϕ 19 , capa inferior 3 ϕ 16 , recubrimiento 1.9 cm ; hormigón $f'_c = 31.5$ MPa , acero $f_y = 485$ MPa , $E = 200000$ MPa , $E_p/E = 0.0105$, parámetros de adherencia obtenidos de ref.[13] .

La respuesta del nudo del specimen BC4 se presenta en las figs.8 a 11 . En las figs.8 y 9 las relaciones momento-rotación en ambas caras del nudo muestran una resistencia mayor para momentos de tracción arriba (positivo en cara A y negativo en cara B) debido a que la armadura superior tiene el doble de sección que la inferior , situación usual en nudos interiores de pórticos . El primer medio ciclo es con momentos negativos en ambas caras , siendo muy satisfactoria la concordancia entre los resultados numéricos y experimentales . En la respuesta numérica de la recarga se observa una primera rama con poca rigidez , luego un punto de inflexión seguido de una respuesta no lineal , todo esto atribuible a la forma de la ecuación constitutiva τ - u . En la cara A se observa otro punto de inflexión que corresponde al contacto del hormigón , y luego la fluencia de la armadura superior . La sección B con tracción abajo presenta una rotación mayor que la sección A , asociado a una deformación y deslizamiento mayor de la capa de armadura inferior , con la fuerza de compresión resistida por la armadura superior con poca colaboración del hormigón , razón por la cual no se manifiesta el segundo punto de inflexión .

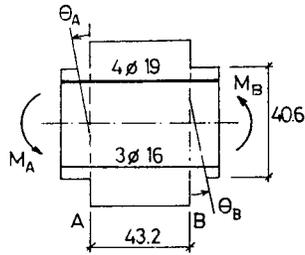


Figura 7 : Datos de los ejemplos

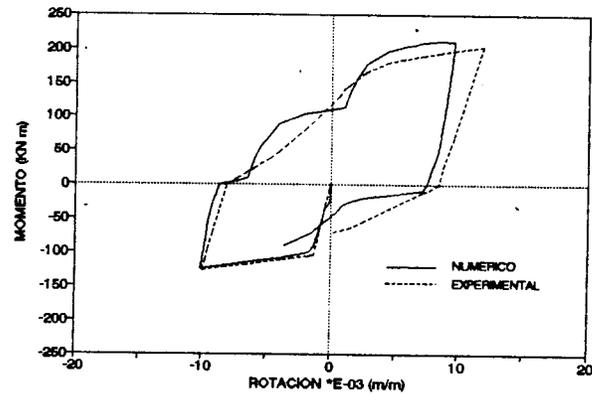
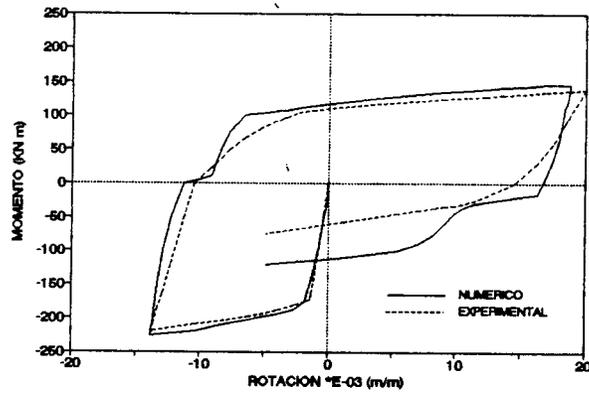
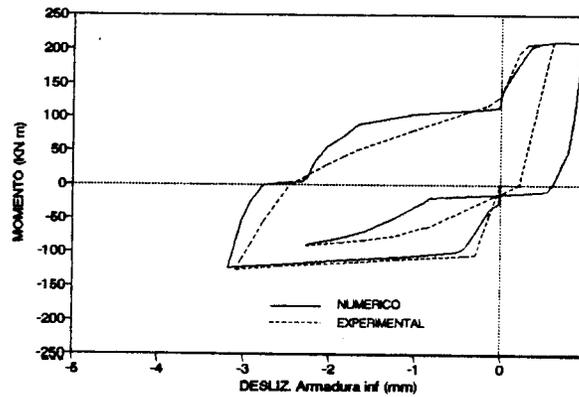
Figura 8 : Relación M- θ para sección A , espécimen BC4Figura 9 : Relación M- θ para sección B , espécimen BC4

Figura 10 : Deslizamiento de la armadura inferior en sección A , espécimen BC4

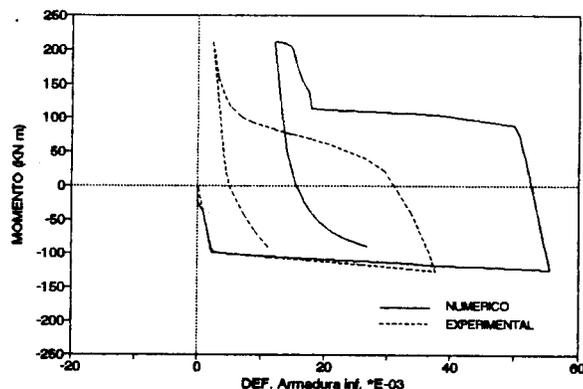


Figura 11 : Deformación de la armadura inferior en sección A , specimen BC4

Los puntos de inflexión aparecen suavizados en la respuesta experimental debido a que tanto en la fricción de la barra que desliza como en el contacto del hormigón ocurren fenómenos locales de degradación en los bordes de las fisuras , que producen una rigidización gradual por contactos progresivos . De todas maneras la aproximación de los resultados numéricos a los experimentales es aceptable .

Las figs.10 y 11 muestran el deslizamiento y la deformación de la armadura inferior en la sección A . La diferencia entre la deformación de la respuesta numérica con la experimental puede atribuirse a que el valor experimental es la deformación promedio de un sector de barra , mientras que el numérico es la deformación en la sección A .

La respuesta numérica del nudo del specimen BC3 se muestra en las figs.12 y 13 para las caras A y B . Se observa el estrangulamiento típico de la respuesta histerética debido al deterioro cíclico de la adherencia , siendo éste el fenómeno que marca la falla del nudo . En la fig.14 se compara el ciclo Nro.7 con los valores experimentales , observándose una buena concordancia .

La estrategia de solución numérica resultó satisfactoria desde el punto de vista que permitió obtener una buena solución de un problema no lineal muy complejo , pero presentó dificultades en la convergencia en los puntos de inflexión y en los de máximo desplazamiento , debido al cambio brusco de rigidez en el primer caso y a la rigidez casi nula en el segundo . Para mejorar esta situación se deberán implementar variantes , como por ejemplo utilizar el método de la longitud de arco para iterar sobre parámetros de carga y de desplazamiento en forma simultánea .

CONCLUSIONES Y FUTURAS INVESTIGACIONES

Se ha presentado un modelo para analizar el comportamiento histerético de nudos de pórtico de hormigón armado , mostrando una buena concordancia con resultados experimentales .

Se tiene en cuenta el deterioro cíclico de la adherencia de las barras de acero ancladas en el nudo , y el comportamiento histerético de las secciones de hormigón fisuradas en la interface viga-nudo , abandonándose las hipótesis clásicas de compatibilidad de deformaciones entre acero y hormigón y de las secciones planas .

Resuelve el problema acoplado entre esfuerzos normales y momentos flectores para ambas caras del nudo simultáneamente , haciéndolo utilizable tanto para una conexión viga-nudo , como para columna-nudo . Al emplear desplazamientos como únicas incógnitas , está preparado para ser incorporado directamente a un elemento de barra que permita analizar estructuras completas . Previamente este modelo deberá ser mejorado en el aspecto de la convergencia en el algoritmo de solución , y validado con mayor número de ejemplos .

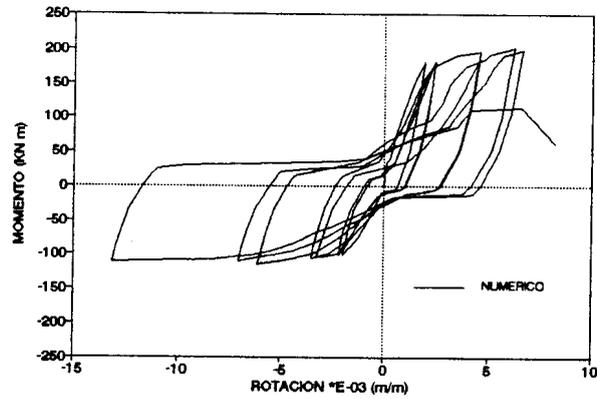


Figura 12 : Relación M- Θ para sección A , specimen BC3

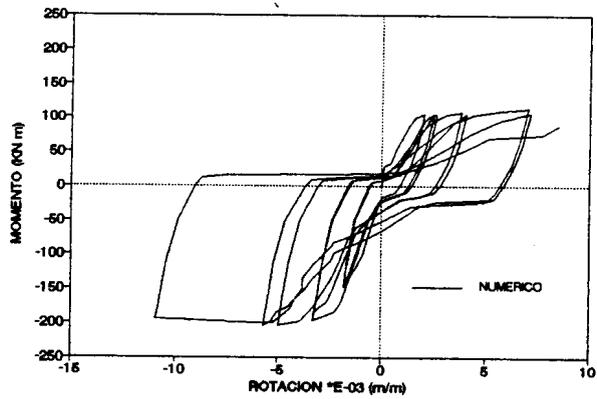


Figura 13 : Relación M- Θ para sección B , specimen BC3

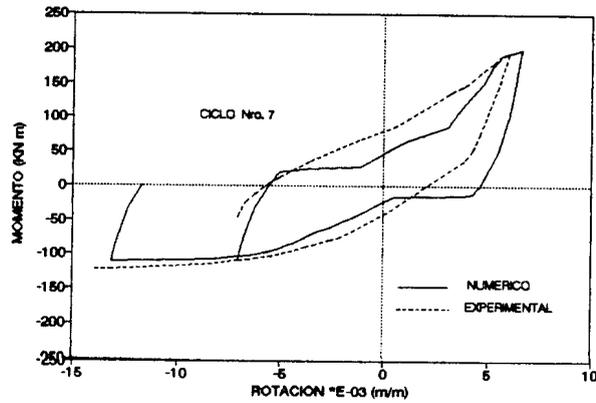


Figura 14 : Ciclo Nro.7 de la relación M- Θ para sección A , specimen BC3

REFERENCIAS

- [1] Filippou, F.C. , Popov, E.P. , Bertero, V.V. , Effects of bond deterioration on hysteretic behavior of reinforced concrete joints , Report UCB/EERC-83/19 , University of California , Berkeley , 1983 .
- [2] Filippou, F.C. , D' Ambrisi, A. , Issa, A. , Nonlinear static and dynamic analysis of reinforced concrete subassemblages , Report UCB/EERC-92/08 , University of California , Berkeley , 1992 .
- [3] Soleimani, D. , Popov, E.P. , Bertero, V.V. , Nonlinear beam model for R/C frame analysis , P. Seventh Conf. Elec. Comp. , ASCE , St. Louis , Missouri , 1979 , págs. 483-509 .
- [4] Filippou, F.C. , Issa, A. , Nonlinear analysis of reinforced concrete frames under cyclic load reversal , Report UCB/EERC-88/12 , University of California , Berkeley , 1988 .
- [5] Taucer, F. , Spacone, E. , Filippou, F. , A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures , Report UCB/EERC-91/17 , University of California , Berkeley , 1991 .
- [6] Filippou, F.C. , Popov, E.P. , Bertero, V.V. , Modelling of R/C joints under cyclic excitations , J. Struct. Eng. , ASCE , Vol. 109 , Nro 11 , 1983 , págs 2666-2684 .
- [7] Filippou, F.C. , Popov, E.P. , Bertero, V.V. , Analytical studies of hysteretic behavior of R/C joints , J. Struct. Eng. , ASCE , Vol. 112 , Nro 7 , 1986 , págs 1605-1622 .
- [8] Filippou, F.C. , A simple model for reinforcing bar anchorages under cyclic excitations , J. Struct. Eng. , ASCE , Vol. 112 , Nro 7 , 1986 , págs 1639-1659 .
- [9] Filippou, F.C. , Zulficar, N. , Model of critical regions and their effect on the seismic response of reinforced concrete frames , Earthquake Engineering , Tenth World Conference , Balkena , Rotterdam , 1992 , págs 4221-4226 .
- [10] Möller, O. , Rubinstein, M. , Modelo matemático para analisis dinámico no lineal de pórticos de hormigón armado sismorresistente , XII J. Arg. Ing. Estr. , T.I. págs 403-422 , 1992 .
- [11] Menegotto, M. , Pinto, P.E. , Method of analysis for cyclically loaded reinforced concrete plane frames including changes in geometry and nonelastic behavior of elements under combined normal force and bending , P. , IABSE Symp. on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads , Lisbon , 1973 , págs 15-22 .
- [12] Fronteddu, L.F. , Response of reinforced concrete to reverse cyclic loading , University of British Columbia , Canadá , 1992 .
- [13] Eligehausen, R. , Popov, E.P. , Bertero, V.V. , Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations , Report UCB/EERC-83/23 , University of California , Berkeley , 1983 .
- [14] Kent, D.C. , Park, R. , Flexural members with confined concrete , L. Struct. Div. ASCE , Vol.97 , Nro ST7 , 1971 .
- [15] Scott, B.D. , Park, R. , Priestley, M.J.N. , Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates , ACI Journal , Vol.79 , Nro 1 , 1982 .
- [16] Viwathanatepa, S. , Popov, E.P. , Bertero, V.V. , Seismic behavior of reinforced concrete interior beam-column subassemblages , Report UCB/EERC-79/14 , University of California , Berkeley , 1979 .