

CONVECCION EN CAVIDADES PARCIALMENTE ABIERTAS A ESPACIOS GRANDES

Luis Cardón

INENCO, Universidad Nacional de Salta,
Buenos Aires 177, 4400 Salta, Argentina
e-mail cardon@ciunsa.edu.ar

RESUMEN

Se investiga numéricamente la convección natural transitoria bidimensional que ocurre entre una habitación y el exterior, a través de una ventana, originada en diferencias de temperatura, consecuente de la imposición de un salto de temperatura en la pared izquierda. Para el estado estacionario se encuentra la forma de la dependencia $Nu = \bar{Nu}(Ra)$ para $Pr \sim O(1)$ mediante análisis de escala. Esta predice el Nu a primer orden y tiene en cuenta la geometría de la ventana. Estos resultados se comparan muy bien con los obtenidos en forma numérica. Se estudia también la evolución temporal del patrón de flujo y su influencia en el Nu local y medio sobre la pared caliente.

ABSTRACT

The transient natural convection that occurs through a window between a room and the outside, originated on temperature differences –imposed as a step change on the left wall– is investigated numerically. For the steady state, the form of the dependence $Nu = \bar{Nu}(Ra)$ for $Pr \sim O(1)$ has been found by means of scale analysis. It predicts the Nu at first order and it takes in account the geometry of the window. These results compares well with the ones obtained in numeric form. It is also studied the temporal evolution of the flow and its influence on the local and mean Nu over the hot wall.

INTRODUCCION

Cavidades abiertas

Las cavidades abiertas o parcialmente abiertas han recibido muy poca atención en comparación con las cavidades cerradas. Bejan y Rossie [1] obtuvieron resultados experimentales para la convección natural entre dos reservorios conectados por un conducto. Pennot [3] examinó numéricamente una cavidad completamente abierta por uno de sus lados mientras que en los restantes impuso una temperatura única. Obtuvo resultados para $Pr = 0.7$ en el rango $10^3 < Ra < 10^7$, para varias inclinaciones. Usó la ecuación de Navier-Stokes en la formulación vorticidad-función de corriente, discretizó con diferencias finitas y resolvió mediante un método de direcciones alternantes sobre un dominio extendido fuera de la cavidad. Chan y Tien [15] estudiaron numéricamente la misma geometría, Pr y Ra , bajo diferentes condiciones de borde, imponiendo temperatura únicamente en la pared enfrentada a la abertura. Los mismos autores resolvieron las ecuaciones pertinentes en variables primitivas aplicando el método SIMPLER. Utilizaron dominio extendido y también una aproximación que no lo requiere. Mao et al. [7] resolvieron numéricamente dos configuraciones muy similares a la del caso bajo estudio en el

presente trabajo. Estas corresponden a una habitación totalmente abierta al exterior y una habitación conectada al exterior con una puerta. El objeto del estudio de Mao et al. es la propagación de fuego en el interior de edificios. Hess y Henze [2] estudiaron experimentalmente la configuración más aproximada a la de nuestro interés, consistente en una cavidad cúbica con una pared lateral calentada y con una ventana centrada en la pared opuesta. A diferencia de nuestro caso en el cual la cavidad está asentada en el suelo, la cavidad estudiada por Hess y Henze está inmersa íntegramente en el seno del fluido. El estudio se hizo para $Pr = 7$ (agua) en el rango $3 \times 10^3 < Ra < 2 \times 10^{11}$. Los resultados obtenidos por Hess y Henze se describen en detalle en la siguiente sección.

Regímenes de flujo en el problema de la cavidad abierta

La situación estudiada por Hess y Henze es en todo similar a la que tenemos aquí bajo estudio numérico. A partir de observaciones experimentales, estos autores describen un flujo inicial altamente tridimensional, luego se establecen sucesivamente tres regímenes de flujo a) primero la pluma convectiva rebota en la pared arriba de la ventana y se observa un flujo oscilatorio, b) luego se acumula una capa de fluido caliente en la cercanía del techo y se producen dos grandes vórtices, c) Después de un extendido período de tiempo el fluido se estratifica en la parte superior de la cavidad hasta la altura del borde superior de la apertura y allí queda prácticamente estanco. En el plano de la ventana Hess y Henze observan a) que el flujo es tridimensional y b) que para una sección vertical de la ventana el flujo saliente está concentrado en una muy pequeña región al lado del marco superior e inmediatamente abajo el flujo entra a la habitación en una zona también pequeña. En el resto de la ventana el flujo es muy lento.

ANÁLISIS DE ESCALA EN ESTADO ESTACIONARIO.

Se considerará la situación idealizada mostrada en la figura 1, en la cual en una habitación bidimensional la pared fría o caliente, que se llamará "la pared", se encuentra enfrentada a una ventana abierta. En la figura mencionada se muestran las dos configuraciones de flujo posibles: a) pared caliente con respecto a la temperatura del aire exterior y b) pared fría con respecto a la temperatura del aire exterior. En el caso de verano, estas configuraciones corresponden a la noche y al día respectivamente.

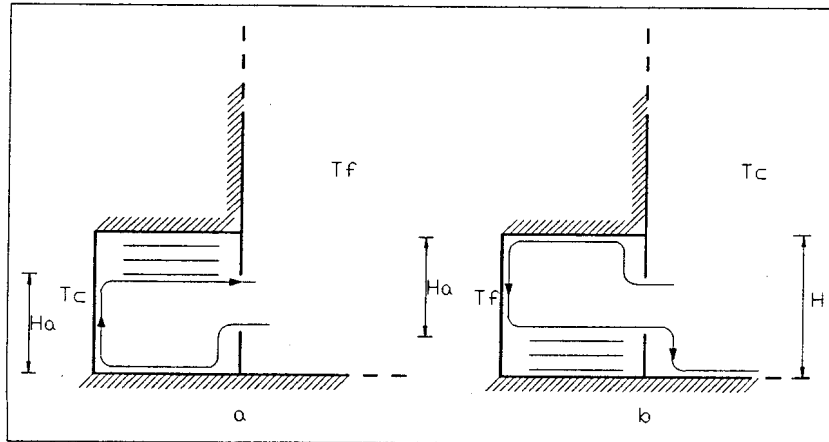


Figura. 1. Esquema de la cavidad conectada al exterior. La pared, de altura H , intercambia calor con el exterior generando un lazo de convección natu-

ral. En la literatura se denomina a este mecanismo "termosifón". El calor Q intercambiado por la pared modifica la temperatura del aire adyacente a ella, en una capa límite térmica de espesor δ , y consiguientemente su densidad genera una fuerza de flotación que impulsa una capa límite hidrodinámica de espesor δ_v . La única resistencia a la transferencia de calor entre la pared y el exterior esta ofrecida por esta capa límite y su orden de magnitud o escala esta dado por δ/kH , donde k es la conductividad térmica del aire. La escala del espesor de la capa límite térmica para fluidos con número de Prandtl Pr de orden mayor que 1, está dada en función del número de Rayleigh Ra_H por

$$\frac{\delta}{H} \sim Ra_H^{-1/4} \quad (1)$$

con

$$Ra_H = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\alpha\nu} \quad (2)$$

Para el aire, con $Pr=0.7$, la ecuación 1 es marginalmente válida. El flujo de calor resulta entonces dado por

$$Q = Ck\Delta TRa_H^{1/4} \quad (3)$$

donde C es una constante de $O(1)$. En el caso bajo análisis no toda la altura H de la pared está involucrada en la transferencia de calor. En ambas configuraciones existen zonas de fluido trapeado, estanco, a la misma temperatura de la pared, o estratificado establemente. En la configuración de día, el aire frío queda atrapado abajo, sobre el piso, hasta la altura del antepecho de la ventana. En cambio en la configuración de noche, el aire caliente queda atrapado arriba, al lado del techo, hasta la altura del dintel de la ventana. En esas zonas el flujo de calor decrece al disminuir el potencial de temperatura. La pared activa se ve entonces restringida a una altura $H_a < H$, y Q se calcula según 3 en función de Ra_{H_a} .

$$Q = Ck\Delta TRa_{H_a}^{1/4} \quad (4)$$

Teniendo en cuenta la relación $Ra_{H_a} = Ra_H(H/H_a)^{-3}$, se puede reescribir la ecuación 4 en función de Ra_H . La influencia de las dimensiones de la ventana se hace evidente

$$Q = Ck\Delta TRa_H^{1/4} / (H/H_a)^{3/4} \quad (5)$$

Como es habitual dar los resultados referentes al flujo de calor como correlaciones del número de Nusselt, Nu , que se define como la relación entre el flujo de calor por convección, Q , y el flujo de calor que habría en el caso de conducción pura sobre la longitud L de la habitación, Q_k , resulta

$$Nu = \frac{Q}{Q_k} = \frac{Q}{kH\Delta T/L} = C \left(\frac{L}{H} \right) \frac{Ra_H^{1/4}}{(H/H_a)^{3/4}} \quad (6)$$

Para una relación $H_a/H = 2/3$ el factor $(H/H_a)^{3/4}$ implica una reducción del Nu del 30%. Aplicando este factor a los resultados para la cavidad totalmente abierta cuyo Nu de estado estacionario es 15, se obtiene una muy buena aproximación del Nu para el caso bajo estudio, véase Tabla I. Otros datos comparativos se presentan en [5].

Tabla I	
Comparación en los resultados teóricos y numéricos	
$Nu_{\text{Análisis de escala}}$	$Nu_{R47.6}$
10.5	10.42

ECUACIONES GOBERNANTES Y SOLUCION NUMERICA

El problema se describe mediante las ecuaciones de continuidad para flujo incompresible, las ecuaciones de Navier-Stokes bajo la aproximación de Boussinesq, y la ecuación de la energía:

$$\nabla \cdot \underline{U} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \underline{u} \nabla \underline{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \underline{u} + g\beta(T - T_{ref}) \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \underline{u} \nabla T = \alpha \nabla^2 T \quad (9)$$

Para adimensionar las ecuaciones de momento se tomó, como escala de longitud la altura de la cavidad, como corresponde a un problema de capa límite en convección natural. Para las velocidades se tomó como escala la que corresponde a la placa plana en convección natural

$$v \sim \frac{\alpha}{H} (RaPr)^{1/2} \quad (10)$$

Estrictamente la escala elegida no corresponde al problema bajo estudio. Para $Pr > 1$, la escala correspondiente es

$$v \sim \frac{\alpha}{H} Ra^{1/2} \quad (11)$$

o en la forma puesta por Ostrach [10],

$$v \sim (\beta g \Delta T H)^{1/2} = Gr^{1/2} \frac{\nu}{H} \quad (12)$$

correspondiente al rango $Gr^{1/2} > 1$ y $Pr > 1$. Para $Pr < 1$ es

$$v \sim \frac{\alpha}{H} Ra^{1/2} Pr \quad (13)$$

Los motivos de la elección fueron arbitrarios, no obstante en el rango $Pr \sim O(1)$ en que se hizo este estudio, las diferencias teóricas no tienen consecuencias prácticas, ya que todas las escalas mencionadas resultan marginalmente válidas.

Las longitudes y velocidades adimensionales resultan entonces

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H} \quad (14)$$

y

$$(U, V) = \frac{(u, v)}{\frac{\alpha}{H} (RaPr)^{1/2}} \quad (15)$$

Introduciendo los cambios de variable sugerido en la ecuación de momento, resultan las escalas naturales para el tiempo, la presión,

$$\tau = \frac{\alpha t}{H^2} (RaPr)^{1/2} \quad (16)$$

y

$$P = \frac{H^2(p + p_c)}{\rho \alpha^2 RaPr} \quad (17)$$

Para la presión no se utilizó finalmente la adimensionalización anterior sino la siguiente,

$$P = \frac{H^2(p + p_c)}{\rho \alpha^2 Ra^{1/2} Pr^{3/2}} \quad (18)$$

y para la temperatura

$$\theta = \frac{T - T_{ref}}{T_h - T_c} \quad (19)$$

La forma adimensional de las ecuaciones 8 y 9 para el régimen de capa límite es la siguiente [10], donde tanto las variables dependientes como independientes son ahora adimensionadas y correctamente escaladas.

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \underline{U} \nabla U = -\nabla P + \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \nabla^2 U + \theta \quad (20)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \underline{U} \nabla \theta = (RaPr)^{-1/2} \nabla^2 \theta \quad (21)$$

Condiciones de borde

Estas ecuaciones se resuelven sobre un dominio geométrico definido por una frontera sólida, la de la cavidad, y por una frontera imaginaria que resulta de limitar el exterior de la cavidad a una región finita. En este trabajo se estudiaron tres configuraciones geométricas distintas. En todas ellas se usaron condiciones iniciales y de borde con características comunes.

Para la ecuación de momento la velocidad es cero sobre todas las superficies sólidas y la derivada de la velocidad normal al borde en la misma dirección es cero sobre los bordes imaginarios de la zona extendida. Las condiciones de borde para la ecuación de la energía son las siguientes: en la pared se impone una temperatura, en el resto de las superficies se impone flujo de calor cero y en los bordes imaginarios de la cavidad extendida se impuso por razones de simplicidad flujos de calor cero.

Método de solución

Se obtiene la solución numérica del problema precedente resolviendo las ecuaciones de discretización resultantes de aplicar el método de Galerkin y la técnica de elementos finitos. Se usó el programa SPONVEC de Pissanetzky y Carcaño [8]. La red de discretización se realizó con el programa ENREDO de Venere [14] y el post-procesamiento con el programa PITUCO de Venere y Dari [12]. El cálculo de los flujos de calor se hizo incorporando al programa SPONVEC la subrutina FLUJOS de Cardón [6] y [5].

Redes de discretización

En la Tabla II se muestran algunas características de las redes de discretización empleadas. En todos los casos la geometría corresponde a la de una cavidad cuadrada con la pared izquierda caliente, mientras que la pared derecha puede ser adiabática, red H38-6-A, adiabática pero con una ventana centrada, redes R47-6-AB y R236-6-A, e inexistente, red CHAN-6-F12. Todas las redes son no uniformes, densificadas en la zona de la capa límite y de la pluma convectiva fuera de la cavidad. También hay densificación en la mitad superior de la cavidad con respecto de la mitad inferior y para permitir que la termal salga del recinto de cálculo sin problemas se requirió densificación en el entorno de la frontera por donde pasa. Además del número total de nodos por cada red se ha anotado el tamaño del lado del elemento en la dirección transversal a la capa límite, en la adyacencia de la pared caliente, Δx y la relación $\Delta x/\delta x$ que indica la calidad de la discretización, siendo 1 muy pobre, y mejor a medida que se aumenta el parámetro.

El intervalo de tiempo usado fue de $\Delta \tau = 0.002$ para el cálculo R47-6-AB. Se hicieron pruebas de la influencia de $\Delta \tau$ que no discutiremos aquí.

Tabla II. Calidad de las redes.			
$\delta = 0.031$			
RED	Nro. de nodos	Δx	$\Delta x/\delta x$
R47-6-AB	5597	0.0092	3.36
R236-6-A	4297	0.00905	3.42
H38-6-A	5930	0.00704	4.403
CHAN-F12	945	0.0077	4.026

RESULTADOS Y DISCUSION

Se presentan aquí los resultados para los cálculos efectuados para la cavidad descrita en la figura 1 y cuyas redes de discretización se designaron R47-6-AB y R236-6-A, para $Pr = 0.71$ y $Ra = 10^6$, razón de aspecto de la cavidad $H/L \sim 1$, con una ventana centrada de altura $H/3$, y consecuentemente razón $H/H_a = 3/2$. Se discute también, los cálculos para las configuraciones extremas cuyas redes se designaron CHAN-6-F12 y H38-6-A, para los mismos parámetros de flujo e igual razón de aspecto para la cavidad. Véase detalles adicionales en Cardón [5].

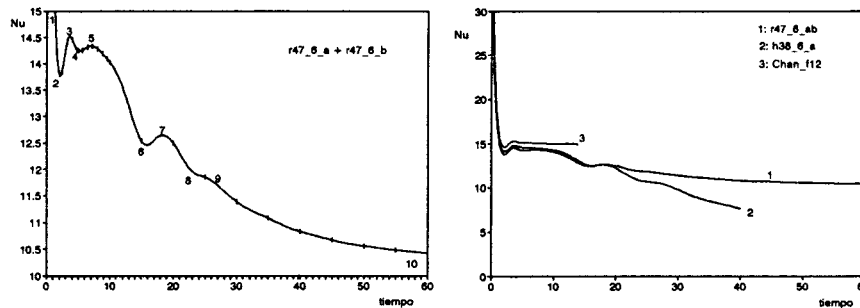


Figura 2. a) Evolución temporal del Nu para la cavidad con ventana.
b) La misma superpuesta a las correspondientes a la cavidad cerrada y la totalmente abierta.

En los primeros instantes el flujo de calor es dominado por la conducción. Se advierte isothermas casi paralelas a la pared (figura 3, $\tau = 0.8$), típicas de este régimen, y la evolución del Nu , (posición 1 en la figura 2a) es coincidente con la solución analítica al problema equivalente de conducción unidimensional. En el período de transición a régimen convectivo el Nu (posición 1 a 5 figura 2a, $\tau \sim 0.8$ a $\tau \sim 7$) se aproxima mediante una oscilación atenuada a un pequeño plateau. El Nu mínimo alcanzado ($\tau \sim 2$, figura 2a) corresponde a un máximo en el espesor de la capa límite en formación. Nicolette [13] atribuye a Siegel [9] su predicción analítica y a Goldstein y Eckert [4] su observación experimental. La observación de los mapas de líneas de corriente muestran que este mínimo se alcanza a medida que el centro de circulación que inicialmente se localiza en $h = H/2$, asciende hasta localizarse en la esquina superior izquierda de la cavidad, desde donde circula el fluido proveniente de la capa límite al centro de la cavidad. Este centro de circulación se mueve luego hacia la derecha a medida que la "termal" [11], procede por el techo hacia el otro extremo de la cavidad.

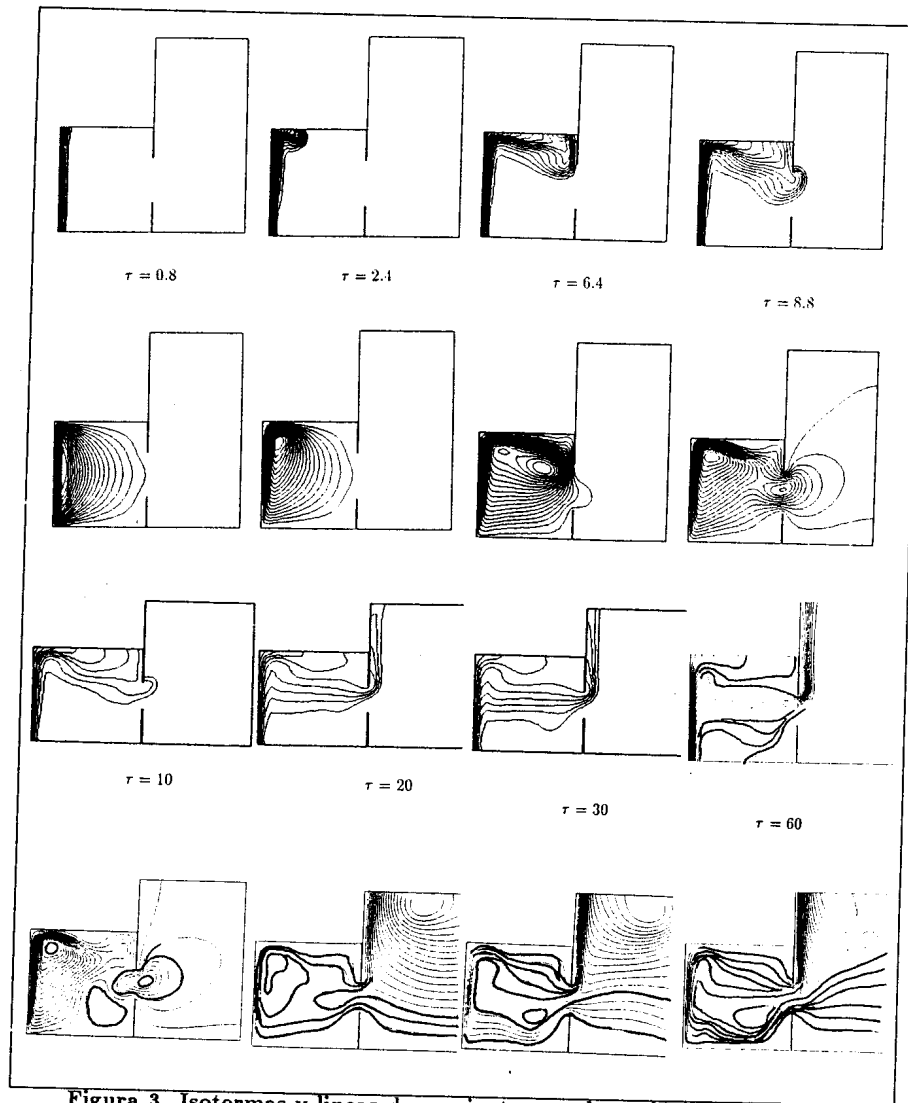


Figura 3. Isotermas y líneas de corriente para la cavidad con ventana

A partir de $\tau \sim 5$ la thermal comienza a interactúa con la pared derecha. El vórtice asociado a ella pierde fuerza y comienza a crecer otro en la esquina superior izquierda. Este último recircula fluido proveniente de la capa límite nuevamente hacia ella antes de que este se halla mezclado y enfriado en el centro de la cavidad. El efecto es de un abrupto decrecimiento del Nu (posición 5 a 6 figura 2a, $\tau \sim 7$ a $\tau \sim 16$). Es interesante notar [13], que hasta que la interacción con la pared derecha tiene lugar, la evolución del Nu es independiente de su presencia o de sus particularidades, como lo muestran los tres casos mostrados en la figura 2b correspondientes a una cavidad cerrada [13], a una cavidad totalmente abierta [15], y a la cavidad bajo estudio, cualitativamente coincidentes los tres en el rango $\tau < 7$. Las diferencias numéricas en el Nu

pueden justificarse en las diferentes discretizaciones empleadas en los tres casos.

Para el intervalo $\tau \sim 7$ a $\tau \sim 16$, las evoluciones del Nu son todavía coincidentes para la cavidad cerrada (véase figura 2b) parcialmente cerrada. Para $\tau \sim 11$ la pendiente con la cual decrece el Nu aumenta, es decir aumenta el ritmo con que disminuye la eficiencia a la transferencia de calor. Esto es debido a la aparición de un vórtice contrarotante que abarca gran parte del cuadrante inferior derecho de la cavidad, y que causa el aporte de fluido mas caliente a la capa límite. Al desaparecer este vórtice, se reestablece un recorrido que abarca toda la cavidad y el Nu tiende a estabilizarse durante e pequeño intervalo subsiguiente, $\tau \sim 16$ a $\tau \sim 18$, con una pequeña oscilación.

Simultáneamente con la presencia del vórtice mencionado, aparece en la cavidad parcialmente abierta un vórtice localizado sobre el plano de la ventana asociado al movimiento ascensional de la termal fuera de aquella. Luego de $\tau \sim 18$ la evolución del Nu para la cavidad con la ventana, ahora influenciada por el aire frío que entra desde el exterior, continúa su camino descendente hasta alcanzar el estado estacionario, pero a un ritmo menor que en el caso de la cavidad cerrada. En esta última, el flujo esta destinado a atenuarse hasta desaparecer cuando las diferencias de temperatura se anulen. Para la cavidad abierta, el potencial de temperatura que mantiene el flujo persiste, y el decrecimiento de la transferencia de calor se debe a la estratificación.

A partir de $\tau \sim 20$ el patrón de flujo cambia muy levemente reafirmandose las tendencias ya establecidas. La figura 4 muestra los perfiles de temperatura y velocidad horizontales para un plano vertical que pasa por $x = 0.76$ para instantes comprendidos entre $\tau = 30$ y $\tau = 40$. En la parte superior de la cavidad por arriba de la ventana la temperatura es constante y la velocidad es pequeña.

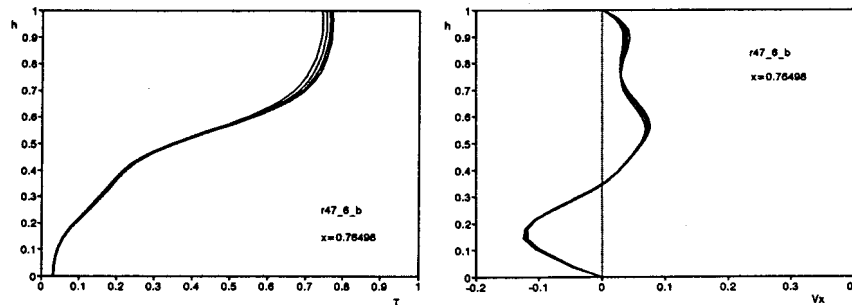


Figura 4. Perfiles de temperatura y velocidad horizontal para el plano $x = 0.75$

Desde el dintel de la ventana hasta un poco mas arriba del antepecho la temperatura decrece linealmente. Luego desciende también linealmente hasta $h = H/10$, luego es constante en un valor muy cercano a la temperatura externa. Las velocidades en frente de la ventana esta totalmente en dirección hacia afuera. Por abajo de la altura del antepecho, la velocidad es hacia el interior de la cavidad. En la figura 5 se muestran los perfiles temperatura y velocidad para $x = 1$. El perfil de temperatura representa la temperatura del estrados, y aumenta linealmente desde el techo hasta alcanzar su máximo valor en el dintel. En todo el desarrollo de la ventana la temperatura desciende linealmente hasta el valor de la temperatura exterior que se alcanza a la altura ligeramente superior a la del antepecho. En la figura 5b se muestra el perfil de velocidades que se desarrolla en la ventana.

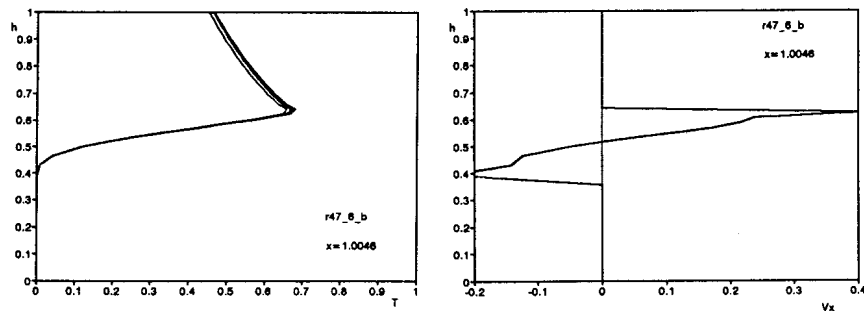


Figura 5. Perfiles de temperatura y velocidad horizontal para el plano $x = 1$.

Este perfil representa un jet saliendo por la parte superior y un jet de menor intensidad entrando por la parte inferior de la ventana. Entre los valores máximos de velocidad ($V_x \sim 0.4$ y $V_x \sim -0.2$) el perfil de velocidad es casi lineal. El cero de velocidad se encuentra ligeramente arriba del centro de la ventana.

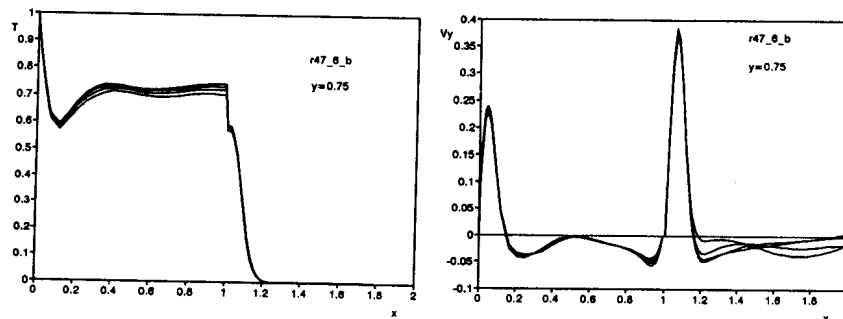


Figura 6. Temperatura y velocidad vertical para el plano $h = 0.75$

La figura 6 muestra las temperaturas y velocidades verticales para un plano horizontal ubicado en $y = 0.75$. En casi toda la extensión de la cavidad la temperatura es casi constante, apartándose en las cercanías de la capa límite. La figura 6b muestra las velocidades V_y . Se observa que la discretización empleada permite modelar la capa límite hidrodinámica en la adyacencia de la pared caliente y la pluma convectiva fuera de la cavidad.

REFERENCIAS

1. Bejan A. and A. N. Rossie. Natural convection in horizontal duct connecting two fluid reservoirs. *Journal of Heat Transfer.*, 103(1):108-113, 1981.
2. Hess C. F. and R. H. Henze. Experimental investigation of natural convection losses from open cavities. *Journal of Heat Transfer*, 106:333-338, 1984.

3. Penot F. Numerical calculation of two-dimensional natural convection in isothermal open cavities. *Numerical Heat Transfer*, 5:421-437, 1982.
4. Goldstein R. J. and E. R. G. Eckert. The steady and transient free convection boundary layer on a uniformly heated vertical plate. *Int. J Heat Mass Transfer*, 1:208-218, 1960.
5. Cardón L. Natural convection between partially open cavities facing big spaces. *Numerical Methods in Thermal Problems. Proceedings of the 9th Int. Conf. Numerical Methods in Thermal Problems. Ed. R.L Lewis and P. Durbetaki.*, 1995.
6. Cardón L., D. Hoyos, G. Cancinos, and M. Lopez. Informe final del proyecto 252. convección natural y forzada en casas y edificios. 1993.
7. A. C. Fernandez-Pello Mao C. P. and J. A. C. Humprey. An investigation of steady wall-ceiling and partial enclosure fires. *Journal of Heat Transfer*, 106:221-228, 1984.
8. Carcaño R. Programa para el flujo transitorio incompresible en régimen laminar. su aplicación al analisis de pérdida de caudal de refrigeración del reactor ra6. 1983.
9. Siegel R. Transient free convection from a vertical flat plate. *Trans. Am. Soc Mech Engrs.*, 80:347-359, 1958.
10. Ostrach S. Natural convection in enclosures. *Journal of Heat Transfer*, 110:1175-1190, 1988.
11. Turner J. S. *Buoyancy effects in fluids*. Cambridge University Press, 1973.
12. M. J. Vénere. Pituco, post-procesador de resultados en 2d, version 3.0.
13. Nicolette V.F., K. T. Yang, and J. R. Lloyd. Transient cooling by natural convection in a two-dimensional square enclosure. *Int. J Heat Mass Transfer*, 9:1721-1732, 1985.
14. Vénere M. J. y E. A. Dari. Generador de redes enredo. versión 5.0. manual del usuario. 1989.
15. Chan Y.L. and C. L. Tien. A numerical study of two-dimensional laminar natural convection in shallow open cavities. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 28:603-612, 1985.