

UN MODELO NUMÉRICO PARA EL ANÁLISIS TÉRMICO DEL PROCESO DE LAMINADO CONTINUO DE CHAPAS

Diego Celentano

*Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE)
E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Universidad Politécnica de Cataluña
Gran Capitán s/n, Módulo C1, 08034 Barcelona, España*

RESUMEN

Se presenta un modelo numérico para el análisis térmico del proceso de laminado continuo de chapas. El modelo incluye una formulación de cambio de fase generalizado con efectos advectivos y un tratamiento particular de las condiciones de transferencia de calor en la interfaz rodillo/chapa. Dichas condiciones están relacionadas con la formación de defectos que se producen a relativamente bajas velocidades de laminado, cuando la temperatura promedio de la chapa a la salida de los rodillos es muy inferior a la temperatura solidus de la aleación que compone la misma. Se aplica este modelo en la simulación de un problema de laminado continuo de chapas de una aleación de aluminio. En particular, se estudia la relación entre velocidad de laminado, temperatura promedio de la chapa a la salida de los rodillos y formación de defectos. Por último, se comparan los resultados numéricos obtenidos con el modelo con algunas mediciones experimentales y otra solución numérica ya existente.

ABSTRACT

A thermal finite element model to simulate the twin-roll casting process is presented. The model includes a generalised phase-change formulation with advective effects and a particular treatment of the heat transfer conditions in the roll/strip interface. These highly variable conditions are closely related with the formation of some defects that may occur even at relatively low casting speeds, when the strip mean temperature is well below the solidus temperature of the alloy. Moreover, the simulation of a twin-roll casting process for an aluminium alloy is performed. In particular, the relationship between casting speed, strip mean exit temperature and the formation of defects is analysed. Finally, the numerical results obtained with this model are compared with experimental studies and other existing numerical solution.

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los métodos tradicionales de producción de chapas involucra dos procesos bien diferenciados: colada continua seguida del laminado en caliente. Este último proceso suele repetirse hasta obtener el espesor de chapa deseado. Más recientemente, se ha desarrollado y puesto en práctica el proceso de laminado continuo de chapas (*strip roll casting process* [1]) que surge de la combinación de los dos procesos mencionados anteriormente. De esta forma, se obtienen algunas ventajas desde el punto de vista microestructural (el rápido enfriamiento puede producir un sólo tipo de microestructuras) y, además, un mayor provecho económico.

En la Figura 1 se muestra una representación esquemática del proceso de laminado continuo de chapas. El líquido se mantiene en un nivel constante en la cubeta y fluye por gravedad hasta el dispositivo cerámico que permite la entrada del metal en la abertura existente entre los dos rodillos giratorios. Dichos rodillos se hallan enfriados internamente por medio de agua. En condiciones normales, el metal solidifica antes de alcanzar la posición de mínima abertura entre rodillos con una distribución de temperatura prácticamente uniforme en la sección

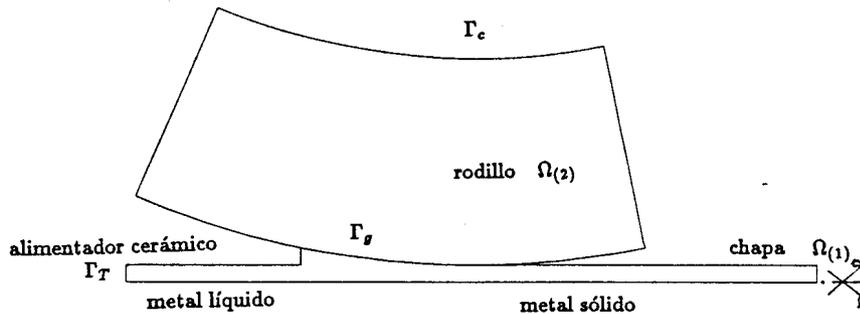


Figura 1. Esquema de un laminador continuo de chapas, indicando la configuración espacial de los cuerpos $B_{(1)}$ (chapa) y $B_{(2)}$ (rodillo).

transversal de la chapa. Inmediatamente después se produce la laminación en caliente del material a medida que la chapa pasa por los rodillos, obteniéndose usualmente un espesor aproximado de 6 mm ^[1].

Uno de los mayores problemas que se encuentran en el proceso de laminado continuo es la formación de defectos denominados "líneas de calor" (*heat lines* ^[1]), que son pequeñas zonas en estado líquido distribuidas en forma discontinua en el sentido longitudinal de la chapa ubicadas cerca de la zona de salida de los rodillos. Estos defectos ocurren, incluso, a relativamente bajas velocidades de laminado tal que la temperatura de salida promedio de la chapa es claramente menor que la temperatura "solidus" de la aleación que constituye la misma. En esta situación, la distribución de temperatura en la sección transversal de la chapa a la salida de los rodillos presenta grandes variaciones. La existencia de líneas de calor implica la formación de grandes contracciones térmicas que conducen a un producto final inaceptable.

Es un hecho conocido que la formación de líneas de calor está estrechamente vinculada a las muy variables condiciones de transferencia de calor que ocurren en la interfaz rodillo/chapa ^[1]. Estas condiciones se encuentran principalmente regidas por el coeficiente de convección-radiación de dicha interfaz ^[1,8]. En la producción comercial, una pequeña variación de las condiciones operativas locales puede causar una disminución del coeficiente de convección-radiación y, por lo tanto, puede desarrollarse la formación de líneas de calor. Los parámetros que cambian las condiciones operativas son: la velocidad de laminado, la formación de óxidos en la interfaz rodillo/chapa, la temperatura de entrada de la aleación y la distribución de temperatura en la punta del alimentador ^[1].

El objetivo de este trabajo es la simulación numérica del proceso de laminado continuo de chapas. Para tal fin se presenta en la Sección 2 un modelo térmico de cambio de fase generalizado ^[3,4] en el que se incluyen efectos advectivos ^[6]. Si bien esta exposición contiene un cierto grado de generalización con el fin de posibilitar su aplicación a otros problemas de cambio de fase con advección (ver [6] y las referencias allí citadas), su particularización al problema de laminado continuo de chapas es directa y evidente. En este sentido, se describe en la Sección 3 el modelo de contacto térmico que tiene en cuenta las condiciones particulares de transferencia de calor que se producen en la interfaz rodillo/chapa. Dentro del contexto del método de elementos finitos, en la Sección 4 se presentan las ecuaciones discretizadas del problema y algunos aspectos relacionados con la estrategia de solución empleada.

Además, en la Sección 5 se analiza un problema de laminado continuo de chapas de una aleación de aluminio. En particular, se estudia el efecto del aumento de la velocidad de laminado sobre la distribución de temperaturas en la chapa y la posible existencia de "líneas

de calor" en la zona de salida de los rodillos. Los resultados numéricos obtenidos con el presente modelo se comparan con los publicados por otro autor y también con mediciones experimentales [1].

2. ECUACIONES DEL PROBLEMA

Sean $\Omega_{(i)} \subset \mathbb{R}^{n_{dim}}$ ($1 \leq n_{dim} \leq 3$ y $i = 1, \dots, n_{body}$) las configuraciones espaciales de ciertos n_{body} cuerpos $B_{(i)}$ con coordenadas espaciales $\# \in \bar{\Omega}_{(i)}$, tal que $\Gamma_{(i)} = \partial\Omega_{(i)}$ son sus respectivos contornos y $\Upsilon \subset \mathbb{R}^+$ indica el intervalo de tiempo de análisis ($t \in \Upsilon$). Además, se cumple que $\bar{\Omega}_{(i)} = \Omega_{(i)} \cup \Gamma_{(i)}$. Para el laminador continuo mostrado en la Figura 1, se tiene que $n_{body} = 2$ donde, por convención, la chapa y el rodillo se indicarán con los subíndices (1) y (2), respectivamente. Por simplicidad en la notación, sin embargo, se suprimirá de aquí en adelante el subíndice (i) a menos que su uso sea indispensable para la descripción inequívoca de un concepto, tal como sucede con el modelo de contacto térmico que se presentará luego.

El problema de cambio de fase con efectos advectivos puede formularse como: encontrar un campo de temperaturas $T: \bar{\Omega} \times \Upsilon \rightarrow \mathbb{R}^+$ y un campo de densidades $\rho: \Omega \times \Upsilon \rightarrow \mathbb{R}^+$ tal que:

$$\rho \frac{D\omega}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \rho r \quad \text{en } \Omega \times \Upsilon, \quad (2.1)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \text{en } \Omega \times \Upsilon, \quad (2.2)$$

con las condiciones de contorno,

$$T = \bar{T} \quad \text{en } \Gamma_T \times \Upsilon, \quad (2.3)$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = -\bar{q} - q^* \quad \text{en } \Gamma_q \times \Upsilon, \quad (2.4)$$

con la condición inicial,

$$T(\#, t)|_{t=0} = T_o(\#) \quad \text{en } \Omega. \quad (2.5)$$

$$\rho(\#, t)|_{t=0} = \rho_o(\#) \quad \text{en } \Omega. \quad (2.6)$$

y las relaciones constitutivas adecuadas para ω y \mathbf{q} , ambas definidas en $\Omega \times \Upsilon$.

La ecuación (2.1) expresa el balance de energía y se deriva de la Primera Ley de la Termodinámica (despreciando efectos mecánicos [8,9]) donde, usando notación tensorial convencional [9], se tiene que $\nabla(\cdot) = \partial(\cdot)/\partial\#$ es el operador gradiente relativo a un sistema de referencia cartesiano, $D(\cdot)/Dt = (\cdot) + \nabla(\cdot) \cdot \mathbf{v}$ indica la derivada temporal material ($(\cdot) = \partial(\cdot)/\partial t$) siendo $\mathbf{v}(\#)$ el campo vectorial de velocidades que, para esta formulación, se supone conocido. Se tiene también que $\omega: \Omega \times \Upsilon \rightarrow \mathbb{R}$ es la energía interna específica, $r: \Omega \times \Upsilon \rightarrow \mathbb{R}$ es la fuente específica de calor y $\mathbf{q}: \Omega \times \Upsilon \rightarrow \mathbb{R}^{n_{dim}}$ es el vector de flujo de calor. Además, la ecuación (2.2) representa la ley de conservación de la masa [9].

En la ecuación (2.3), Γ_T es la porción del contorno donde se prescribe la temperatura a \bar{T} , mientras que en la ecuación (2.4), Γ_q es la región con normal unitaria saliente \mathbf{n} donde se aplica el flujo normal de calor: a) \bar{q} es el flujo normal de calor prescrito y b) q^* es el flujo normal de calor debido al efecto de convección-radiación. Nuevamente, se verifican las condiciones $\bar{\Gamma}_T \cup \bar{\Gamma}_q = \partial\bar{\Omega}$ y $\Gamma_T \cap \Gamma_q = \emptyset$.

El término q^* puede escribirse como:

$$q^* = \begin{cases} q_{conv} & \text{en } \Gamma_c \times \Upsilon \\ q_g & \text{en } \Gamma_g \times \Upsilon, \end{cases} \quad (2.7)$$

donde q_{conv} y q_g son los flujos normales de calor debido a efectos de convección-radiación con: 1) el ambiente y 2) entre dos cuerpos, respectivamente, tal que $\bar{\Gamma}_c \cup \bar{\Gamma}_g = \bar{\Gamma}_q$ (ver Figura 1).

Se adopta la conocida ley de Newton para q_{conv} :

$$q_{conv} = -h (T - T_{env}), \quad (2.8)$$

donde h es el coeficiente de convección-radiación (dependiente de la temperatura para un caso más general) y T_{env} es la temperatura del ambiente que rodea al cuerpo B . Si bien se supone normalmente que los efectos de convección y radiación actúan en forma "paralela", se adopta en este trabajo un tratamiento unificado de los mismos [6].

Cuando dos cuerpos interactúan térmicamente entre sí, se adopta la siguiente expresión para q_g :

$$q_{g(1)} = -h_g (T_{(1)} - T_{(2)}), \quad (2.9.a)$$

$$q_{g(2)} = -q_{g(1)}, \quad (2.9.b)$$

donde h_g es el coeficiente de convección-radiación asociado a la interfaz común de tales cuerpos [4-6]. Este coeficiente también puede descomponerse en diferentes contribuciones debidas cada una de ellas a distintos fenómenos físicos. Una vez más, sin embargo, se considera en este trabajo un tratamiento unificado de los mismos [4-6]. En particular, para el problema de laminado continuo se presenta en la Sección 3 una detallada evaluación de h_g .

En problemas de cambio de fase, la variación temporal de la energía interna específica se define como [3-6]:

$$\dot{\omega} = c \dot{T} + L \dot{f}_{pc} \quad \text{en } \Omega \times \Upsilon, \quad (2.10)$$

donde c es el calor específico, L es el calor latente específico y $f_{pc}(T)$ es la "función de cambio de fase" [3-6].

Se adopta la siguiente definición de f_{pc} [3-6]:

$$f_{pc}(T) = \begin{cases} 0 & ; \forall T \leq \bar{T}_s \\ 0 < g(T) \leq 1 & ; \bar{T}_s < \forall T \leq \bar{T}_l \\ 1 & ; \forall T > \bar{T}_l \end{cases} \quad (2.11)$$

donde \bar{T}_s y \bar{T}_l indican las temperaturas "solidus" y "liquidus", respectivamente, tal que la función $g(T)$ expresa la forma de liberación o absorción del calor latente. Claramente, esta última definición corresponde al caso de cambio de fase no isotérmico [3,4]. La función $g(T)$ en la ecuación (2.11) puede obtenerse usando un micromodelo [6]. En este trabajo, sin embargo, se considera un punto de vista macroscópico a través de una función biyectiva explícita $g-T$ conocida [3,5]. La elección más simple es la lineal, es decir, $g = (T - \bar{T}_s)/(\bar{T}_l - \bar{T}_s)$.

Para una descripción completa del problema, se adopta, dentro del contexto isotrópico considerado en este trabajo, la conocida ley de Fourier para el vector de flujo de calor: $\mathbf{q} = -k \nabla T$ en $\Omega \times \Upsilon$, donde k es el coeficiente de conductividad que, como consecuencia de la Segunda Ley de la Termodinámica, debe cumplir $k \geq 0$ [9].

Puede apreciarse que las variables de estado libres de esta formulación son los campos escalares de temperatura y densidad. Sin embargo, si se supone que el material del cuerpo B es incompresible, el campo vectorial de velocidades conocido debe verificar la ecuación de continuidad reescrita como: $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ en $\Omega \times \Upsilon$.

Con estas consideraciones, la temperatura es la única variable de estado libre del problema y, por lo tanto, la formulación puede resumirse en la ecuación de la energía:

$$\rho \left(c + L \frac{\partial f_{pc}}{\partial T} \right) (\dot{T} + \nabla T \cdot \mathbf{v}) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \rho r \quad \text{en } \Omega \times \Upsilon, \quad (2.12)$$

junto con las condiciones de contorno (ecuaciones (2.3) y (2.4)), la condición inicial (ecuación (2.5)) y la definición de $f_{pc}(T)$ dada por la ecuación (2.11). Por último, en la ecuación (2.12) es posible ver claramente los dos términos advectivos: el primero proviene del clásico transporte de la temperatura mientras que el segundo deriva del cambio de fase.

3. MODELO DE CONTACTO TÉRMICO

Con el fin de modelar las altamente variables condiciones de transferencia de calor en la interfaz rodillo/chapa en el proceso de laminado continuo, se propone la siguiente definición del coeficiente de convección-radiación:

$$h_g = \hat{h}_g(T_{(1)}, p_n, \alpha_c) \quad \text{en } \Gamma_g \times \Upsilon, \quad (3.1)$$

donde $T_{(1)}$ es la temperatura de la chapa en $\Gamma_{(1)}$, p_n es la presión normal ejercida por los rodillos sobre la chapa y α_c es un parámetro que tiene en cuenta los diferentes efectos que ocurren en la interfaz Γ_g , como por ejemplo la formación de óxidos.

La Figura 2 muestra una variación típica de las condiciones de transferencia de calor en la interfaz rodillo/chapa. Es posible distinguir tres zonas bien diferenciadas ^[1]:

- la región AB ($T_{(1)} > \bar{T}_l$) con un relativamente alto coeficiente de convección-radiación debido al buen contacto entre el metal líquido y el rodillo, aún con una presión ferrostática normal pequeña,
- la región BC ($\bar{T}_s < T_{(1)} \leq \bar{T}_l$) con un bajo coeficiente de convección-radiación debido a la formación de una capa de óxido a medida que la chapa se aleja del rodillo por la contracción térmica que experimenta la misma,
- la región CD ($T_{(1)} \leq \bar{T}_s$) con un alto coeficiente de convección-radiación a medida que la aleación que solidifica crece en resistencia y, por lo tanto, los rodillos pueden ejercer una mayor presión sobre la chapa obteniéndose de esta manera un mejor contacto entre rodillo y chapa.

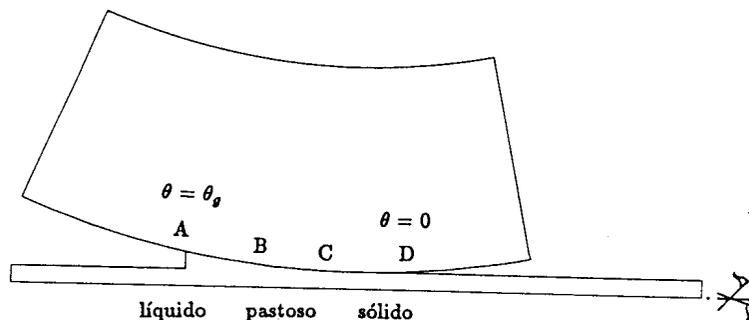


Figura 2. Esquema de la variación de las condiciones de transferencia de calor en la interfaz rodillo/chapa.

Estas tres regiones se identifican en la curva $h_g - T_{(1)}$ graficada en la Figura 3. Debe notarse que para las regiones a) y b) existe un único valor de h_g para una dada temperatura de chapa $T_{(1)}$ mientras que para la región c) se supone que el coeficiente de convección-radiación depende de la presión normal de la forma:

$$h_g = (h_g|_s^{max} - h_g|_s^{min}) \left(\frac{p_n - p_n|_s^{min}}{p_n|_s^{max} - p_n|_s^{min}} \right) + h_g|_s^{min} \quad \text{para } T \leq \bar{T}_s, \quad (3.2)$$

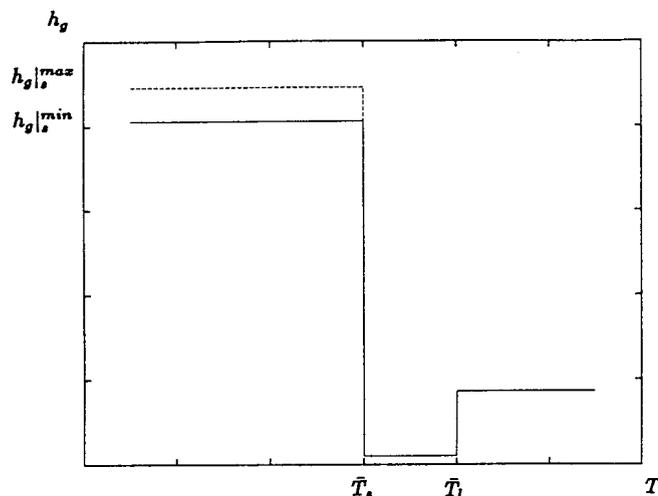


Figura 3. Coeficiente de convección-radiación en la interfaz rodillo/chapa.

donde $p_n|_s^{max}$ y $p_n|_s^{min}$ son las respectivas máxima y mínima presiones normales que pueden ejercer los rodillos sobre la chapa en estado sólido, tal que $h_g|_s^{max}$ y $h_g|_s^{min}$ son sus correspondientes coeficientes de convección-radiación asociados a las mismas. Estos cuatro parámetros deben ser medidos experimentalmente. Se supone en la ecuación (3.2) que la presión normal es una variable con historia, es decir, depende de su condición inicial. La razón de esta suposición radica en observaciones empíricas que dan como resultado distribuciones de temperatura en la chapa no únicas para una dada velocidad de laminado [1]. Por lo tanto, se establece la siguiente definición para p_n :

$$p_n = (p_n|_s^{max} - p_n|_{t=0}) \beta_c + p_n|_{t=0}, \quad (3.3)$$

tal que la presión normal inicial $p_n|_{t=0} = p_{n_0}$ se define como:

$$p_{n_0} = \begin{cases} p_n|_s^{max} & \forall T_{(1)_0} \leq \bar{T}_s \\ p_n|_s^{int} & \bar{T}_s < \forall T_{(1)_0} \leq \bar{T}_l \\ p_n|_s^{min} & \forall T_{(1)_0} > \bar{T}_l \end{cases} \quad (3.4)$$

mientras que el parámetro β_c de la ecuación (3.3) se considera como:

$$\beta_c = \begin{cases} 1 & \forall T_{(1)}(\theta = \theta_c) \leq \bar{T}_s \\ \frac{\theta(T = \bar{T}_s)}{\theta_c} & \forall T_{(1)}(\theta = \theta_c) > \bar{T}_s; \forall T_{(1)}(\theta = 0) \leq \bar{T}_s \\ 0 & \forall T_{(1)}(\theta = 0) > \bar{T}_s \end{cases} \quad (3.5)$$

donde la medida θ se utiliza como una coordenada de contacto tal que $\theta = 0$ corresponde a la posición de salida de los rodillos y $\theta = \theta_g$ representa la zona total de contacto AD, considerada esta última como un parámetro de diseño del laminador (ver Figura 2). Además, θ_c es la

coordenada a partir de la cual se supone que actúa $p_n|_s^{max}$, es decir, para la región delimitada por $\theta_c \leq \theta \leq \theta_g$ con $T_{(1)} \leq \bar{T}_s$, la presión normal que actúa es $p_n|_s^{max}$. Una vez más, los parámetros θ_c y $p_n|_s^{int}$ deben proceder de estudios experimentales, tal que $0 \leq \theta_c \leq \theta_g$ y $p_n|_s^{min} \leq p_n|_s^{int} \leq p_n|_s^{max}$.

Con estas consideraciones, el coeficiente de convección-radiación para la región c) puede escribirse como:

$$h_g = (h_g|_s^{max} - h_g|_s^{min}) \left[\frac{(p_n|_s^{max} - p_{n_c}) \beta_c + p_{n_c} - p_n|_s^{min}}{p_n|_s^{max} - p_n|_s^{min}} \right] + h_g|_s^{min} \quad \text{para } T_{(1)} \leq \bar{T}_s. \quad (3.6)$$

La ecuación (3.6) incluye los dos casos más típicos que normalmente se encuentran en el proceso de laminado continuo de chapas para $T_{(1)} \leq \bar{T}_s$:

- Caso 1: $T_o \leq \bar{T}_s$, que conduce a $h_g = h_g|_s^{max}$.
- Caso 2: $T_o > \bar{T}_s$, que implica que $h_g = (h_g|_s^{max} - h_g|_s^{min}) \beta_c + h_g|_s^{min}$.

Si bien estos dos casos serán particularmente ilustrados en el ejemplo de la Sección 6, debe notarse, sin embargo, la importancia de la condición inicial y de la temperatura de la chapa en el coeficiente de convección-radiación en la región CD. Este hecho ya sido notado en [1] por medio de un modelo diferente al presentado para evaluar h_g .

4. ECUACIONES DISCRETIZADAS DEL PROBLEMA

Dentro del contexto del método de elementos finitos [10,11], el problema discreto puede obtenerse a través de una proyección espacial tipo Galerkin del problema continuo en el subespacio de dimensión finita ${}_h\mathcal{V}$ de las funciones de ponderación admisibles y de continuidad C^0 $W \in {}_h\mathcal{V}$. Como consecuencia, se define un espacio "algorítmico" de soluciones admisibles ${}_h\mathcal{L}$ (para un tiempo fijo $t \in \mathcal{T}$), constituido también por las típicas funciones con continuidad C^0 [11].

Siguiendo procedimientos convencionales, la ecuación globalmente discretizada que expresa el equilibrio térmico se escribe en forma matricial como [6]:

$$\mathbf{R} = \mathbf{F} - (\mathbf{C} + \mathbf{C}_{pc}) \dot{\mathbf{T}} - (\mathbf{K} + \mathbf{K}_{ad} + \mathbf{K}_{ad-pc}) \mathbf{T} = \mathbf{0}, \quad (4.1)$$

donde \mathbf{F} es el vector de flujos externos, \mathbf{C} es la matriz de capacidad, \mathbf{C}_{pc} es la matriz de cambio de fase [3-6], \mathbf{K} es la matriz de conductividad (también están contenidos en ella los fenómenos de convección-radiación), \mathbf{K}_{ad} es la matriz advectiva, \mathbf{K}_{ad-pc} es la matriz "advectiva de cambio de fase" [6], y \mathbf{R} es el vector de residuos. A partir de las contribuciones elementales, todos los vectores y matrices se ensamblan de manera convencional [10,11]. La forma elemental de las diferentes expresiones que aparecen en la ecuación (4.1) puede hallarse en [3-6]. Además, debe notarse que las matrices relacionadas con el cambio de fase \mathbf{C}_{pc} y \mathbf{K}_{ad-pc} juegan un rol importante sólo cuando $\partial f_{pc}/\partial T \neq 0$ [3-6].

La integración temporal de la ecuación (4.1) puede realizarse por medio de la conocida regla generalizada del punto medio [10,11]. Los detalles de esta operación pueden consultarse en [3-6].

OBSERVACIÓN 4.1: En el método de Galerkin convencional [10,11], se supone que la matriz de funciones de ponderación es igual a la matriz de funciones de forma, es decir, $\mathbf{W} = \mathbf{N}$. Sin embargo, es un hecho conocido que las soluciones numéricas obtenidas usando este método pueden exhibir algunas inestabilidades cuando los efectos advectivos son importantes [2,12]. Si bien este inconveniente puede superarse reduciendo el tamaño de los elementos, es evidente que el costo computacional de esta metodología es prohibitivo para casos 3D. Un método

alternativo para reducir las inestabilidades numéricas consiste en el uso de funciones de ponderación W escritas de la forma ^[2,12]: $W = N + F_p$, donde F_p es la matriz de las funciones de perturbación tal que sus componentes son continuas en los contornos de los elementos con el fin de obtener, como se comentó anteriormente, funciones C^0 . En [2, 6, 12] es posible encontrar los lineamientos seguidos para la obtención de F_p .

OBSERVACIÓN 4.2: En el marco del método de elementos finitos, la condición de incompresibilidad se escribe como: $M V = 0$, donde V es el vector de velocidades nodales que se supone conocido y que se deriva de la interpolación espacial convencional de v , y M es la conocida pseudo matriz de masa ^[10]. Por último, dentro del citado contexto, es necesario destacar que el vector nodal V debe satisfacer dicha condición de compresibilidad con el fin de garantizar el cumplimiento del principio de conservación de la masa.

OBSERVACIÓN 4.3: La solución numérica de la ecuación (4.1) se realiza utilizando un esquema incremental iterativo convencional ^[3,4,10]. Por último, es importante mencionar que el tratamiento de la fuerte no linealidad introducida por los efectos de cambio de fase en la ecuación (4.1) se describe detalladamente en [3 - 6].

5. EJEMPLO NUMÉRICO

Se presenta la simulación numérica correspondiente a un análisis térmico de un problema de laminado continuo de chapas. La disposición y características geométricas del laminador se muestran la Figura 4. El rodillo se enfría internamente mediante agua. La superficie exterior del mismo y la chapa a la salida de los rodillos se hallan rodeados de aire. Además, se suponen condiciones adiabáticas entre el metal líquido y el dispositivo cerámico. El rodillo es de acero y la chapa se compone de la aleación de aluminio Al-2% Cu. Las propiedades térmicas de ambos materiales, los parámetros necesarios para el modelo de contacto térmico en la interfaz rodillo/chapa y las propiedades térmicas de las diferentes interfaces del laminador con los medios que lo rodean (agua y aire) se encuentran en [7]. La temperatura de entrada es de 700 °C. En zonas alejadas de la interfaz rodillo/chapa, se supone que el flujo de calor es radial en el rodillo y transversal en la chapa.

La Figura 4 también muestra la malla de elementos finitos usada en el análisis. Se ha adoptado la función g lineal en la definición del cambio de fase, donde $T_l = 655$ °C y $T_s = 630$ °C. Además, se tiene que el campo de velocidades nodales satisface globalmente la condición de incompresibilidad mencionada en la Sección 4. En el presente análisis, se considerará que se existen líneas de calor cuando se identifique una zona de la chapa a la salida de los rodillos con temperatura mayor que la solidus de la aleación.

Para el proceso de laminado continuo, se define la velocidad de laminado como la velocidad promedio de la chapa a la salida de los rodillos. La Figura 5 muestra las mediciones experimentales, la solución numérica publicada en [1] y los resultados numéricos obtenidos con la presente formulación de los valores estacionarios de la temperatura promedio de la chapa a la salida de los rodillos en función de la velocidad de laminado. Además, se indica la velocidad de laminado a partir de la cual comienza la formación de líneas de calor. Tal como se comentó anteriormente, puede apreciarse que la temperatura promedio de la chapa para esta última situación se encuentra claramente debajo de la temperatura solidus de la aleación. Puede decirse que los resultados numéricos del presente trabajo ajustan razonablemente bien los valores experimentales. En particular, el típico ciclo de "histéresis" que se produce para diferentes condiciones iniciales se simula correctamente por medio del del modelo de contacto térmico presentado en la Sección 3.

CONCLUSIONES

Se ha presentado un modelo numérico para simular el proceso de laminado continuo de chapas. El modelo incluye una formulación generalizada de cambio de fase con efectos advectivos y, con el fin de considerar el fenómeno de formación de defectos o líneas de calor, se realiza un tratamiento particular de las condiciones de transferencia de calor en la interfaz rodillo/chapa. Dichas condiciones se reflejan en el modelo de contacto térmico propuesto que consiste, principalmente, en la evaluación del coeficiente de convección-radiación como función de la temperatura de la chapa y de las condiciones iniciales de contacto entre el rodillo y la chapa.

Además, se ha realizado la simulación numérica de un problema de laminado continuo de chapas para una aleación de aluminio. Se estudia, en particular, la relación entre velocidad de laminado, temperatura promedio de la chapa a la salida de los rodillos y formación de defectos. Por último, se ha obtenido un buen ajuste entre los resultados dados por el presente modelo y mediciones experimentales.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece la beca de investigación del CESCA (Centre de Supercomputació de Catalunya) que permitió la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- 1 Bagshaw M., Hunt J. and Jordan R. "Heat Line Formation in a Roll Caster", *Modelling the Flow and Solidification of Metals*, Applied Scientific Research 44: 161-174 (1987), Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht.
- 2 Pardo E. and Weckman D. "A Fixed Grid Finite Element Technique for Modelling Phase Change in Steady-State Conduction-Advection Problems", *Int. Jour. Num. Meth. Engng.*, Vol. 29, 969-984 (1990).
- 3 Celentano D., Oñate E. and Oller S., "A Temperature-Based Formulation for Finite Element Analysis of Generalized Phase-Change Problems", *Int. Jour. Num. Meth. Engng.*, Vol. 37, 3441-3465 (1994).
- 4 Celentano D., "A Thermomechanical Model for Metal Solidification Problems", *Ph.D Thesis* (in Spanish), Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, May 1994.
- 5 Celentano D. and Pérez E. "A Phase-Change Formulation Including General Latent Heat Effects", enviado a *Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow*, November 1994.
- 6 Celentano D. "A Generalized Phase-Change Finite Element Formulation Considering Advective Effects", enviado a *Comp. Meth. in App. Mech. and Engng.*, March 1995.
- 7 Celentano D. "A Finite Element Model for the Thermal Analysis of the Twin-Roll Casting Process", enviado a *Int. Jour. Num. Meth. Engng.*, September 1995.
- 8 Isachenko V., Osipova V. and Sukomel A., *Heat Transfer*, English Edition, MIR Publishers, Moscow, 1987.
- 9 Malvern L., *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*, Prentice-Hall, Inc., 1969.
- 10 Zienkiewicz O. and Taylor R., *The Finite Element Method*, 4th ed., Vol.1 & 2, McGraw-Hill, London, 1989.
- 11 Hughes T. *The Finite Element Method*, Prentice-Hall International, Inc., 1987.
- 12 Heinrich J., Huyakorn P. and Zienkiewicz O. "An 'Upwind' Finite Element-Scheme for Two-Dimensional Convective Transport Equation", *Int. Jour. Num. Meth. Engng.*, Vol. 11, 131-143 (1977).

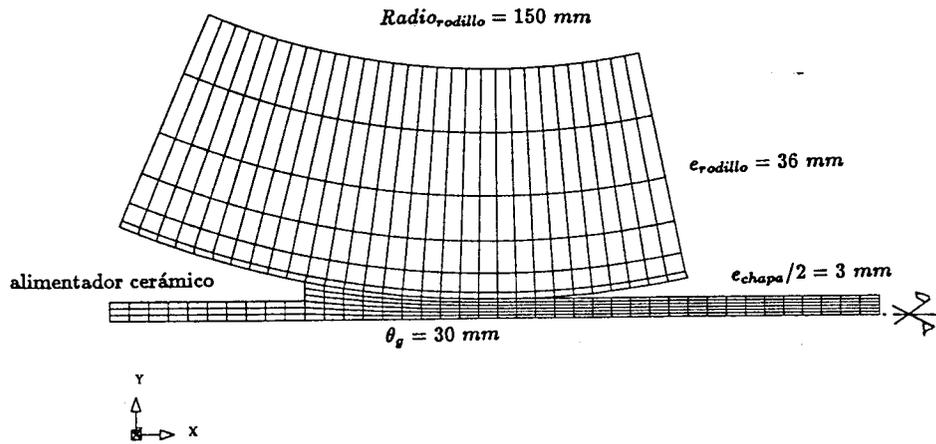


Figura 4. Proceso de laminado continuo de chapas: geometría y malla de elementos finitos.

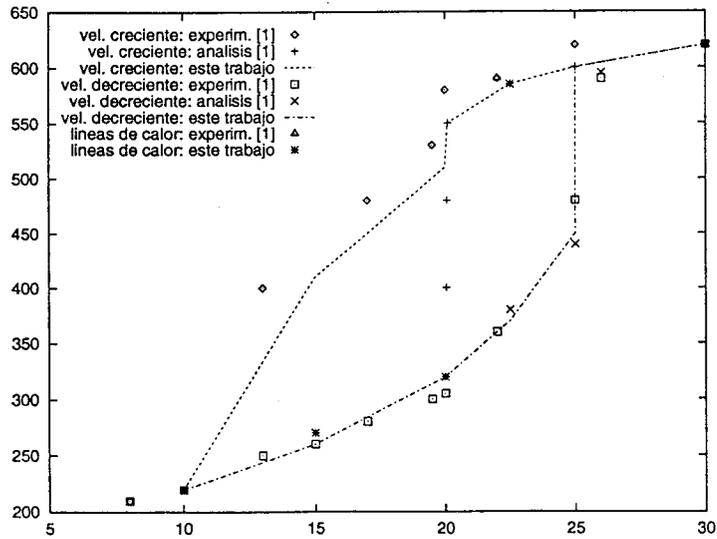


Figura 5. Proceso de laminado continuo de chapas: temperatura promedio a la salida de los rodillos [°C] vs. velocidad de laminado [mm/s].