

ANÁLISIS LINEAL DE COJINETES HIDRODINÁMICOS UTILIZANDO EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS.

Carmen M. Müller-Karger P.
Andrés L. Granados M.

Universidad Simón Bolívar, Departamento de Mecánica,
Apdo. 89000, Valle de Sartenejas, Caracas 1080A, Venezuela

RESUMEN

Cantidad de investigadores han invertido su tiempo en el diseño de modelos matemáticos que simulen el comportamiento dinámico de los cojinetes hidrodinámicos. En la mayoría de los casos se ha utilizado un modelo lineal de coeficientes constantes que han sido comparados con resultados experimentales, pero hasta el presente no se ha logrado una similitud satisfactoria. En este trabajo se presentan los resultados de un ajuste lineal realizado con el método de los mínimos cuadrados de la respuesta transitoria de un sistema cojinete-muñón para distintas condiciones de operación. Una comparación entre éstos resultados y la respuesta a un modelo analítico lineal (o bien método de la perturbación alrededor de la posición de equilibrio), permiten establecer un rango para el cual el cojinete se comporta linealmente.

ABSTRACT

Many researchers have invested their time in creating mathematical models that simulate the dynamic behavior of hydrodynamic journal bearings. In most of the cases a linear model for constant dynamic coefficients have been used. Recent comparisons between the theoretically and experimentally obtained coefficients have not shown the expected agreement. This research present the result of a linear adjustment, of the transient response of the journal-bearing system, perform with the minimum square method. A comparison between this results and the results obtained with an linear analytical methods (i.e. Method of the perturbation about the equilibrium position), permit the establishment of a range were the bearing behave linearly.

INTRODUCCIÓN

Un problema fundamental en el análisis de cojinetes hidrodinámicos es la determinación de los coeficientes de rigidez y amortiguación para establecer su comportamiento dinámico y su estabilidad. Muchos autores se refieren a esto como el problema de identificación del cojinete ([1],[2]). En los últimos años se ha invertido un gran esfuerzo en cerrar la brecha entre los resultados experimentales y los modelos matemáticos, pero resultados recientes todavía muestran diferencias considerables, que para algunas condiciones de funcionamiento sobrepasan el 100% de disparidad. Un ajuste lineal por mínimos cuadrados de las fuerzas externas e inerciales, proporcionales a la respuesta transitoria en posición y velocidad, permite determinar un rango de validez del modelo lineal analítico utilizado en la actualidad por la mayoría de los programas computacionales de análisis de cojinetes.

Las ecuaciones de movimiento que rigen el comportamiento de un cojinete son altamente no-lineales e isotrópicas. Las fuerzas generadas en la película de aceite son gobernadas por la ecuación de Reynolds, que se debe resolver conjuntamente con la ecuación de la energía para incluir los efectos térmicos en el comportamiento dinámico del cojinete. Si bien la ecuación de Reynolds es lineal en términos de la presión es altamente no lineal con respecto al espesor variable de la película de aceite. Las fuerzas hidrodinámicas generadas en la película de aceite son obtenidas por integración de la presión.

En la actualidad las fuerzas hidrodinámicas son tratadas como fuerzas linealizadas alrededor de la posición de equilibrio del cojinete de manera que estas son proporcionales al desplazamiento y la velocidad del muñón. Las constantes de proporcionalidad son los denominados coeficientes de rigidez y de amortiguación.

Con el objetivo de mejorar los resultados se han optimizado los modelos analíticos, los cambios más resaltantes son los realizados por Lund et. al [3], Knight y Barrett [4] y Branagan [5] que introdujo un análisis térmico por convección y conducción en las tres direcciones coordenadas, efectos de turbulencia, efectos de deformación, etc. Por otra parte también se ha invertido un inmenso esfuerzo en disminuir el error experimental en el cálculo de los coeficientes ([6],[7]).

A pesar de que en los últimos años se ha realizado un gran avance en la identificación de los cojinetes recientes muestran todavía una diferencia considerable entre la respuesta analítica y la experimental. La mayoría de los trabajos se han realizado en el dominio de la frecuencia [8], lo cual implica una suposición de linealidad a priori y no se pueden tomar en cuenta los efectos no lineales. Resultados reportados por Tonnesen [9], muestran que vibraciones de grandes amplitudes alrededor de la posición de equilibrio no son predecibles con un modelo lineal, especialmente a altos valores de excentricidad. En la universidad de Liverpool la identificación del cojinetes se ha venido realizando utilizando técnicas en el dominio del tiempo. Stanway [10] demostró con una serie de experimentos que el método de los mínimos cuadrados es adecuado para la medición de los cuatro términos de amortiguación "squeeze" para respuestas a excitación sincrónica. Stanway no ha presentado un análisis para coeficientes de rigidez y amortiguación de cojinetes de múltiples lóbulos. Investigadores como Hattori [11] han estudiado el comportamiento no lineal de los cojinetes cortos por medio de la solución de la ecuación de movimiento. Hattori llegó a la conclusión de que las no-linealidades de la película de lubricante tienen una influencia considerable sobre los coeficientes constantes. En este documento él no llegó a establecer un rango para el cual el método lineal pueda ser utilizado.

Por medio de la solución de la ecuación de movimiento de un cojinete finito en el dominio del tiempo, que en este documento se denominará modelo transitorio, se simuló matemáticamente un banco de pruebas para la medición de los coeficientes de cojinetes de múltiples lóbulos [12]. Así se logró obtener coeficientes medidos "experimentalmente" de una forma exacta y compararlos con los coeficientes obtenidos con los métodos analíticos de perturbación alrededor de la posición de equilibrio (modelo analítico lineal). Los resultados de esta investigación mostraron una influencia importante de los efectos no-lineales con un comportamiento algo caótico y difícil de parametrizar. El método, utilizado en la actualidad por los experimentalistas, para determinar los coeficientes a partir de la respuesta transitoria requiere de dos respuestas orbitales a excitaciones armónicas y la transformación de esta respuesta al dominio de la frecuencia [13]. Al utilizar dos órbitas se hace imposible un análisis independiente de las características de la respuesta a un grupo de excitaciones dinámicas y condiciones de operación determinadas.

Con el objetivo de hallar un rango para el cual el modelo lineal sea válido se ha desarrollado un algoritmo de ajuste de mínimos cuadrados con coeficientes constantes que permite el análisis de cada respuesta orbital.

FORMULACIÓN

Parámetros

Los parámetros utilizados en la formulación del cojinete hidrodinámico son:

- Tipo de cojinete: Número de lóbulos, factor de precarga m , factor offset.
- Geometría del cojinete: Longitud L , diámetro D , holgura de los lóbulos c_p .
- Condiciones de operación: Carga estática W , Velocidad de rotación N , Viscosidad μ .
- Fuerzas Dinámicas: magnitud $f_o = (f_{ox}^2 + f_{oy}^2)^{1/2}$ y dirección de aplicación $\alpha = \text{atan}(f_{oy} / f_{ox})$

$$\text{donde: } f_x(t) = f_{ox} \cos(\omega t - \varphi_x) \text{ y } f_y(t) = f_{oy} \cos(\omega t - \varphi_y)$$

Números adimensionales que describen el problema de cojinetes hidrodinámicos son:

- Número de Sommerfeld:
$$S_o = \frac{\mu N L D}{w} \left(\frac{R}{c_p} \right)^2$$

- Carga estática: $W = w / (m \cdot c_p \cdot \omega^2)$
- Holgura adimensional del lóbulo: $\frac{c_p}{D}$
- Longitud axial: $\frac{L}{D}$
- Fuerzas Dinámicas: $F_0 = f_0 / (m \cdot c_p \cdot \omega^2)$, y dirección de aplicación α

Ecuaciones para los cojinetes

Se consideran las ecuaciones de movimiento de un cojinete hidrodinámico como un sistema de dos grados de libertad:

$$m \ddot{x} = f_{Hx}(x, y, \dot{x}, \dot{y}) + f_x(t) \quad m \ddot{y} = f_{Hy}(x, y, \dot{x}, \dot{y}) + f_y(t) \quad (1)$$

Se adimensionalizan las fuerzas dinámicas y externas de la misma manera que la carga estática, de manera que se puede escribir la Ec. (1) en forma adimensional de la siguiente forma:

$$\ddot{X} = [F_{Hx}(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) + F_x(t)] \quad , \quad \ddot{Y} = [F_{Hy}(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) + F_y(t)] \quad (2)$$

Las fuerzas generadas en la película de aceite se calculan resolviendo la ecuación de Reynolds (Ec. (3)) para la presión, conjuntamente con la ecuación de la energía (Ec. (4)) por el método de elemento finito.

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = \left[\frac{h^3}{12\mu R} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{\mu\omega^2 R^3}{h} \right] / \left[J\rho c_v \left(\frac{\omega R h}{2} - \frac{h^3}{12\mu R} \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \right] \quad (4)$$

La presión se integra sobre el área del cojinete y se obtienen las fuerzas hidrodinámicas:

$$f_{Hx} = - \iint P(\theta, z) R \cos \theta d\theta dz \quad , \quad f_{Hy} = - \iint P(\theta, z) R \sin \theta d\theta dz \quad (5)$$

El análisis lineal se realiza por medio de la perturbación de la posición y la velocidad del centro del muñón alrededor de la posición de equilibrio. Como resultado se obtienen cuatro coeficientes de amortiguación y cuatro coeficientes de rigidez de manera que las fuerzas hidrodinámicas lineales se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} f_{Hx}(x, y, \dot{x}, \dot{y}) &= -k_{xx}x - k_{xy}y - c_{xx}\dot{x} - c_{xy}\dot{y} \\ f_{Hy}(x, y, \dot{x}, \dot{y}) &= -k_{yx}x - k_{yy}y - c_{yx}\dot{x} - c_{yy}\dot{y} \end{aligned} \quad (6)$$

donde los coeficientes se definen como:

$$\begin{aligned} k_{xx} &= -\frac{\partial f_{Hx}}{\partial x} \quad , \quad k_{xy} = -\frac{\partial f_{Hx}}{\partial y} \quad , \quad k_{yx} = -\frac{\partial f_{Hy}}{\partial x} \quad , \quad k_{yy} = -\frac{\partial f_{Hy}}{\partial y} \\ c_{xx} &= -\frac{\partial f_{Hx}}{\partial \dot{x}} \quad , \quad c_{xy} = -\frac{\partial f_{Hx}}{\partial \dot{y}} \quad , \quad c_{yx} = -\frac{\partial f_{Hy}}{\partial \dot{x}} \quad , \quad c_{yy} = -\frac{\partial f_{Hy}}{\partial \dot{y}} \end{aligned} \quad (7)$$

Adimensionalmente estos se pueden expresar, en forma reducida, como se indica a continuación:

$$K_{ij} = k_{ij} \frac{c_p}{W} \quad C_{ij} = c_{ij} \frac{c_p \omega}{W} \quad (8)$$

Simulación Experimental

Para obtener las órbitas del modelo transitorio se tomó como base la geometría del banco de pruebas diseñado por Flack et. al. [8]. Este mecanismo es inverso a la configuración normal de una máquina. En su diseño el muñón está fijo a un eje de rotación y el cojinete es capaz de trasladarse pero no rotar, de manera que las fuerzas estáticas y dinámicas son más sencillas de aplicar y de medir. Las condiciones estáticas de operación, descritas por la posición del muñón dentro del cojinete y el número de Sommerfeld, son alcanzadas variando la velocidad de rotación y la carga estática. Los coeficientes dinámicos se hallarán para cada posición de equilibrio estático con la medición de la respuesta dinámica orbital alrededor de la posición de equilibrio estático resultado de la excitación armónica al cojinete.

Método de los mínimos cuadrados

Este método se basa en minimizar el cuadrado de suma (S) de las diferencias entre una función $y = f(\mathbf{x})$ dada para un conjunto de p valores del vector \mathbf{x} , y una función de aproximación $\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{C})$, dependiente de los parámetros \mathbf{C} adicionalmente, es decir:

$$S = \sum_{i=1}^p \mathbf{e}_i^2 = \sum_{i=1}^p (\mathbf{Y}_i - y_i)^2 = \sum_{i=1}^p [\mathbf{F}(\mathbf{x}_i, \mathbf{C}) - y_i]^2 \quad (9)$$

Si el ajuste es lineal la función de aproximación $\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{C})$ se define como:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{C}) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} \quad (10)$$

La matriz \mathbf{C} está formada por los n parámetros constantes C_{jk} que se escogen tales que la función vectorial "F" se aproxime lo mejor posible a la función "f", para todos los valores de x_i , con $i=1,2,3,..,p$. El valor de S en la Ec. (9) será el mínimo posible cuando se cumpla simultáneamente las siguientes ecuaciones normales:

$$\frac{\partial S}{\partial C_{jk}} = 2 \sum_{i=1}^p (\mathbf{C} \cdot \mathbf{x}_i - y_i) \cdot \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x}_i, \mathbf{C})}{\partial C_{jk}} = 0 \quad (11)$$

Para la aplicación de este método al modelo de cojinetes hidrodinámicos los elementos de la Ec (10) toman los valores:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ Y \\ \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix}, \quad [\mathbf{y}] = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} F_x - \ddot{X} \\ F_y - \ddot{Y} \end{bmatrix}, \quad [\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & C_{xx} & C_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} & C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Introduciendo Ec. (11) en la Ec. (10), desarrollando los términos y reordenando se llega al siguiente sistema de ecuaciones

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}^T = \mathbf{B} \quad (13)$$

donde las componentes de las matrices \mathbf{A} y \mathbf{B} se definen como

$$A_{jk} = \sum_{i=1}^p (x_j x_k)_i, \quad B_{ji} = \sum_{i=1}^p (x_j y_i)_i \quad (14)$$

Es necesario destacar que el ajuste propuesto aquí se destina para estimar los coeficientes la Ec. (8) tratando de acercar la función de aproximación al operador diferencial lineal que aplica al problema estudiado. Esto es equivalente a decir que con el método descrito se están ajustando directamente las fuerzas globales (Fuerzas Externas + Fuerzas Inerciales), sin prestar atención al ajuste de la respuesta ofrecida en X e Y por la ecuación diferencial lineal ya integrada, con la respuesta experimental original. Fíjese que en el ajuste se ha empleado como variables independientes aquellas que pertenecen al espacio

de fase del problema (e.i. X, Y, \dot{X}, \dot{Y}). Como variables dependientes se ha empleado las fuerzas globales (e.i. $F_x - \ddot{X}, F_y - \ddot{Y}$).

Este es un problema de ajuste totalmente distinto al de ajustar con los coeficientes lineales las respuestas X e Y del espacio de configuración, puesto que para este caso el método de ajuste obligatoriamente debe ser de tipo no lineal y la función de aproximación se convierte en un procedimiento de integración de la ecuación diferencial para todo instante. Todo este algoritmo es mucho más complejo que el descrito en este trabajo, por lo cual se ha dejado para estudios futuros.

Evaluación del ajuste

Para determinar que tan bueno ha sido el ajuste se han utilizado varios parámetros que se describen a continuación.

Desviación estándar y la desviación estándar con respecto a la media de la variable dependiente:

$$\sigma = \sqrt{S/(p-n)}, \quad \sigma_m = \sqrt{S_m/(p-1)} \quad (15)$$

donde S esta dado por la Ec. (8), y, S_m se calcula de la siguiente manera:

$$S_m = \sum_{i=1}^p (y_m - y_i)^2 \quad \text{con} \quad y_m = \sum_{i=1}^p y_i / p \quad (16)$$

Otro parámetro importante es el coeficientes de correlación r que indica la fracción de la desviación estándar del peor ajuste (ajuste con respecto a la media y_m), que ha sido disminuida empleando una mejor función de aproximación:

$$r = (\sigma_m - \sigma) / \sigma_m \quad (17)$$

Estos parámetros nos indican si un ajuste lineal es adecuado para la data proporcionada pero no necesariamente indica la similitud entre los coeficientes ajustados y los coeficientes calculados por el método de la perturbación alrededor de la posición de equilibrio. Por esta razón se ha utilizado otro parámetro de evaluación que se denomina, para este documento, diferencia entre coeficientes y representa la relación, en base a la unidad, entre los coeficientes calculados por ambos métodos:

$$\Delta C_{ij} = (C_{ij}^a - C_{ij}^p) / C_{ij}^p \quad (18)$$

donde: C_{ij}^p = coeficiente calculado con el método de perturbación

C_{ij}^a = coeficiente ajustado con el método de mínimos cuadrados

La norma de estos valores se utiliza para encontrar una diferencia global entre los métodos y se calcula:

$$\Delta C = \|C^a - C^p\| / \|C^p\| \quad \text{donde} \quad \|C\| = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 C_{ij}^2} \quad (19)$$

RESULTADOS

Los resultados presentados en este documento corresponden a un cojinete axial de dos lóbulos mostrado en la Figura 1, cuyas características se presentan en la Tabla 1, y las condiciones de operación se presentan en la Tabla 2.

Dentro los parámetros adimensionales presentados en la sección 2.1 se han mantenido constantes los que describen la geometría del cojinete ($L/D, c_p/D$) y se variaron el número de Sommerfeld y las fuerzas dinámicas tanto en magnitud como en dirección de aplicación. Se realizó el análisis para tres números de Sommerfeld calculados variando la fuerza estática.

Tabla I: Características del cojinete

Tipo de Cojinete	Dos lóbulos
Arco de lóbulos	150°
Canal	30°
Precarga m	0.0
Factor de desfasaje	0.5
Holgura nom. $c_{p, nom}$	103 μ m
L/D	0.5
Diámetro del muñón D	70mm
Material del cojinete	Babbitt

Tabla II: Condiciones de operación

Orientación	Carga sobre el lóbulo
Lubricante	ISO 33 (nom.)
Densidad del aceite ρ	0.846
Vel. de Rot. N	1125 r.p.m.
Carga estática W	0.1-7.0 (20-100 lb)
Cargas dinámicas F_0	0-0.1 (0-20 lb)
Ángulo de aplicación α	0-360 °
Frec. de excitación ω	Sincrónica

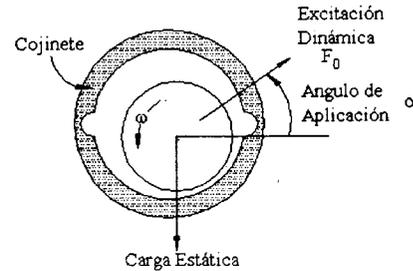


Figura 1. Cojinete axial de dos lóbulos

Este cojinete fue el utilizado por Kostrzewsky [13] para obtener ocho coeficientes constantes de forma experimental. El método utilizado en este caso fue un método en el dominio de la frecuencia que requiere dos respuestas orbitales linealizadas.

Carga estática vertical de 80 lb.

Para un número de $So=0.2813$, con una carga estática adimensional de $W=6.85$ (80lb) se realizaron pruebas aplicando fuerzas sinusoidales sincrónicas de diferentes valores adimensionales (0.04-1.6) en direcciones variables de 0 a 360°. Al aumentar la magnitud de la fuerza se incrementa el tamaño de la órbita a medida que ésta se deforma (ver Figura 2). Al variar el ángulo de aplicación de la fuerza dinámica las órbitas varían en forma y tamaño considerablemente como se observa en la Figura 3.

Tabla III. Resultados de análisis estático (método de perturbación)

$So = 0.2813$	$\bar{W} = 6.85$	$e/c_p = 6287$	$\phi = 42.86$
$\bar{K}_{xx} = 1.6852$	$\bar{K}_{yy} = 0.1620$	$\bar{C}_{xx} = 1.6687$	$\bar{C}_{yy} = -1.9360$
$\bar{K}_{yx} = -3.7317$	$\bar{K}_{xy} = 3.8195$	$\bar{C}_{xy} = -1.9224$	$\bar{C}_{yx} = 6.7141$

El tamaño (semi-eje mayor) de las órbitas obtenidas con el análisis transitorio se presenta en la Figura 4. Esta gráfica muestra como, para la misma magnitud de fuerza pero para distintos ángulos de aplicación, el tamaño de la órbita varía considerablemente. La Figura 5 muestra la relación entre el eje mayor y el eje menor de las órbitas lo que indica cuan esbelta son las respuestas orbitales. Observando estas gráficas se puede destacar que las órbitas de menor tamaño son las órbitas menos esbeltas y las órbitas que presentan mayor tamaño son las que presentan una mayor relación entre el semi-eje menor b , y el semi-eje mayor a .

Las respuestas orbitales obtenidas se ajustaron con el método de mínimos cuadrados, el resultado de este análisis son ocho coeficientes lineales que son comparados con los coeficientes obtenidos por análisis de perturbación mostrados en la Tabla 3. La Figura 6 muestra la norma de la diferencia de los coeficientes calculada según la Ec. (19).

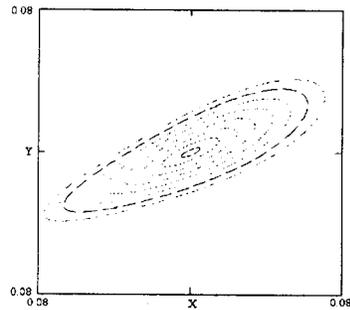


Figura 2. Respuesta orbital a fuerzas aplicadas horizontalmente

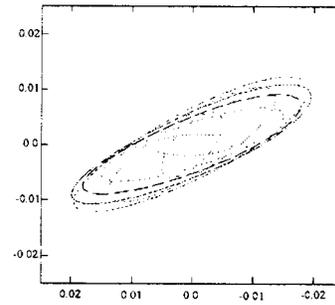


Figura 3. Respuesta orbital a fuerzas de igual magnitud aplicadas a entre 0° y 180°

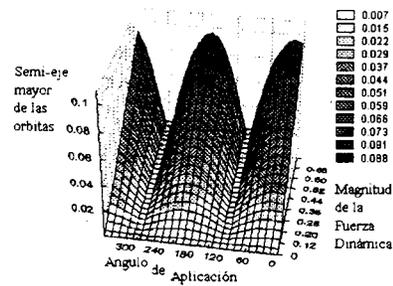


Figura 4. Eje mayor de la respuesta orbital

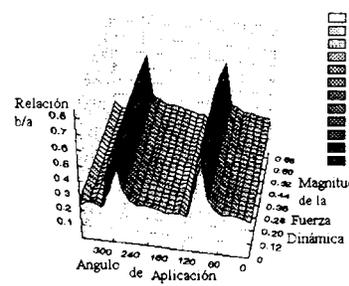


Figura 5. Relación (b/a) entre el semi-eje menor (b) y el semi-eje mayor (a)

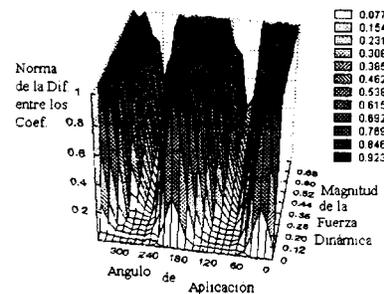


Figura 6. Norma de la diferencia entre los coeficientes

La norma de la diferencia entre los coeficientes obtenidos por una perturbación y los ajustados muestra que, para fuerzas dinámicas aplicadas en ángulos cercanos a la horizontal, el sistema se convierte en un sistema altamente no lineal. Por el contrario cuando las fuerzas de excitación dinámicas se aplican en una dirección paralela a la fuerza estática las órbitas generadas son más pequeñas (ver Figura 4) y los coeficientes ajustados se asemejan a los calculados por perturbación lineal (ver Figura 6). Existe una relación importante entre la forma de la órbita y su comportamiento lineal; una comparación entre las Figura

3, 4 y 6 muestra que las órbitas de mayor tamaño y más esbeltas son las órbitas que producen una mayor diferencia entre los coeficientes ajustados y los calculados por perturbación.

Cargas estáticas verticales de 20lb y 137 lb .

Para números de Sommerfeld $So=1.1252$ y $So=0.1643$, con cargas estáticas adimensionales de $W=1.71$ (20lb) y $W=11.73$ (137lb) respectivamente se realizaron pruebas aplicando fuerzas sinusoidales sincrónicas de diferentes valores adimensionales (0.04-0.44) en direcciones variables de 0 a 90°. Los resultados obtenidos fueron bastante similares a los obtenidos para una carga vertical de $W=6.85$.

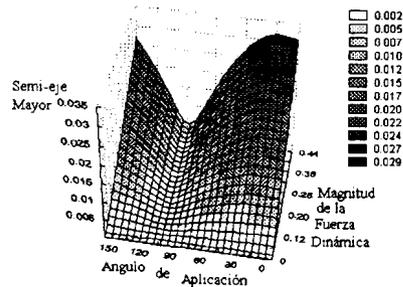


Figura 7. Eje mayor de la respuesta orbital para un $So=0.1643$

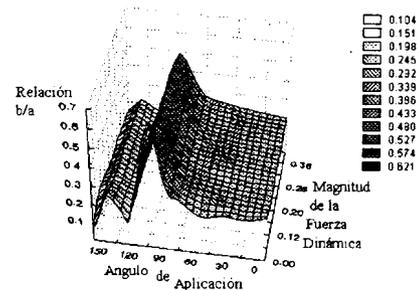


Figura 8. Relación (b/a) entre el semi-eje menor (b) y el semi-eje mayor (a) para un $So=0.1643$

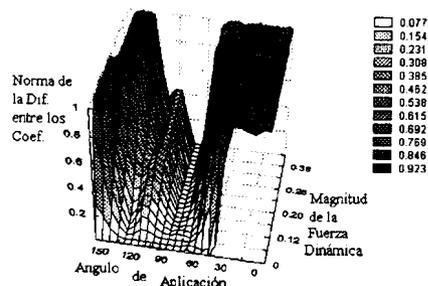


Figura 9. Norma de la diferencia entre los coeficientes para un $So=0.1643$

Las Figuras 7, 8 y 9 muestran los resultados para un número de $So=0.1643$. En la Figura 7 se observa que el semi-eje mayor de las órbitas aumenta al aumentar la excitación dinámica y es altamente dependiente del ángulo de aplicación de ésta. Al igual que para el caso anterior las órbitas de mayor tamaño son también las más esbeltas (ver Figura 8). La norma de la diferencia entre los coeficientes obtenidos con el ajuste y por el método de perturbación de la posición de equilibrio se muestran en la Figura 9. Como se observa para estas condiciones de operación también existe un valle, cuando la fuerza dinámica es aplicada paralela a la fuerza estática, donde el sistema se comporta linealmente para grandes amplitudes de fuerza dinámica de excitación.

CONCLUSIONES

Con un modelo matemático de un banco de pruebas de cojinetes hidrodinámicos se generan una respuesta transitoria a excitaciones armónicas, con lo cual es posible simular el procedimiento experimental para el cálculo de coeficientes dinámicos de cojinetes. Para el cálculo de los coeficientes

se ha diseñado un método de ajuste por mínimos cuadrados. Se analizó un cojinete de dos lóbulos axiales con el cual se pudo concluir:

1. El método de ajuste de la respuesta en el dominio del tiempo, por mínimos cuadrados, tiene la ventaja que permite analizar cada respuesta orbital por separado al contrario de los métodos en el dominio de la frecuencia donde se requieren dos órbitas para el análisis de los coeficientes.
2. El método de mínimos cuadrados es ventajoso respecto al método de la perturbación ya que permite establecer un rango para el cual un modelo lineal es adecuado en ciertas condiciones de operación del cojinete.
3. Al aplicar fuerzas de magnitud muy pequeña ($W = 0.04$), en cualquier dirección, a un cojinete axial de dos lóbulos los coeficientes ajustados a la respuesta transitoria coinciden con los coeficientes calculados por el método de perturbación.
4. La forma de la respuesta orbital del muñón dentro del cojinete varía considerablemente cuando se varía el ángulo de aplicación de la fuerza dinámica de excitación, lo cual influye en el comportamiento lineal del cojinete.
5. Si las fuerzas dinámicas son aplicadas en la misma dirección que la fuerza estática las órbitas generadas son relativamente pequeñas y redondeadas. Al contrario si la fuerzas son aplicadas perpendicularmente a la fuerza estática las órbitas aumenta en tamaño y son mas esbeltas.
6. Para un número de Sommerfeld $So=0.2813$ el semi-eje mayor de las órbitas (adimensional respecto a la holgura) debe ser menor que 0.02 (cantidad adimensional) para que la norma de la diferencia entre los coeficientes ajustados y los calculados por perturbación sea menor que el 20%. En el caso de un número de $So=0.1643$ el semi-eje mayor no debe ser mayor 0.01.
7. A medida que las órbitas aumentan en tamaño y se hacen mas esbeltas la norma de la diferencia entre los coeficientes ajustados y los calculados por perturbación se hace mayor, lo que implica un comportamiento no lineal del cojinete.

RECONOCIMIENTOS

Se agradece al Decanato de Investigaciones de la Universidad Simón Bolívar por el apoyo proporcionado para la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Dowson D., Taylor C. M. *The State of Knowledge in the Field of Bearing-Influenced Rotor Dynamics*, Tribol. Int, Vol 13, 1980, págs. 176-178.
- [2] Stanway R, *Estimation of Linearized Damping Coefficients of a Squeeze-Film Vibration Isolator*, Proc Inst. Mech. Engrs, Vol. 201 N° C3, 1987, págs. 181-191
- [3] Lund J. W., Hansen P. K., *An approximate Analysis of the Temperature Conditions in journal Bearing. Part I: Theory*, Journal of Tribology, Trans. ASME, Vol. 106, 1984, págs. 228-236.
- [4] Knight J. D., Barrett L. E. *Non adiabatic Thermal effects in Tilting pad and journal Bearings*, Doctoral Dissertation, 1986, University of Virginia.
- [5] Branagan L. A., Barrett L. E. *Thermal Analysis of Fixed and Tilting Pad Journal Bearings Including Cross-Film Viscosity Variations and Deformations*, Doctoral Dissertation, 1988, University of Virginia.
- [6] Brockwell K, Kleinbub D., Dmochowski W., *Measurement and Calculations of Dynamic Operation Characteristics of the five Shoe, Tilting Pad, Journal Bearing*. Tribology Transactions, Trans. ASLE, Vol. 33, 1990, N° 4, págs. 481-492.
- [7] Kostrzewsky G. J., Flack R. D., *Accuracy Evaluation of Experimental Derived Dynamic Coefficients of Fluid Film Bearings. Part I: Development of the Method*, Tribology Transactions, Trans. ASLE, Vol. 33, N° 1, 1990, págs. 115-121.
- [8] Flack R., Kostrzewsky G. J., Taylor D. , *A Hydrodynamic Identification Journal Bearing Test Rig with Dynamic Measurement Capabilities*, Tribology Transactions, Vol.36, 1993, págs. 497-512.

- [9] **Tonnesen J.**, *Experimental Parametric Study of a Squeeze-Film Bearing*, Journal Lubric. Technol., Trans. ASME, Vol. 98, 1976, págs. 206-213.
- [10] **Stanway R, Mottershead J. E., Firoozian R.**, *Nonlinear Identification of Squeeze-Film Damper*, Journal of Tribology, Vol. 1110, 1988, págs. 486-491.
- [11] **Müller-Karger, C. M.**, *Non-Linearities in Bearing Measurements*, Master Thesis, 1994, University of Virginia.
- [12] **Hattori H.**, *Dynamic Analysis of a Rotor-Journal Bearing System with Large Dynamic Loads (Stiffness and Damping Coefficient Variations in Bearing Oil Film)*, JSME International Journal, Vol. 36, N° 2, 1993, págs. 251-257.
- [13] **Kostrzewsky G. J.**, *Experimental determination of the Steady State and Dynamic Characteristics of Fluid Film with Results for a Two-Axial Groove journal Bearing*, Doctoral Dissertation, 1990, University of Virginia.