INFLUENCIA DE LA INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA EN LA RESPUESTA DINAMICA DE ESTRUCTURAS

A LA MISI OLSTA DIVAMICA DI ISTRUCTURAS

Ricardo D. Ambrosini, Rodolfo F. Danesi

Laboratorio de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán Av. Roca 1800. (4000) San Miguel de Tucumán. Tucumán.

Jorge D. Riera

Centro de Pós Graduação em Engenharia Civil, Univ. Fed. de Rio Grande do Sul Av. Osvaldo Aranha 99, 30. Andar, (90210) Porto Alegre, RS, Brasil

RESUMEN

El objetivo principal de este trabajo es contribuir a la cuantificación de los efectos de la interacción suelo-estructura sobre las variables mas importantes del diseño, tales como el esfuerzo de corte y momento flector en la base. Para tal fin se realizó un estudio paramétrico con 3 edificios sometidos a carga sísmica representada por 3 acelerogramas diferentes.

Como modelo de estructura se adoptó una formulación general de vigas con ley constitutiva viscoelástica lineal general y para representar el suelo y el mecanismo de interacción se adoptó un modelo de parámetros discretos, basado en la teoría del semiespacio homogéneo, isótropo y elástico y que permite tener en cuenta el acoplamiento existente entre los modos de vibración flexional y torsional. Además, se realizó una comparación con un modelo de fundación apoyada que es ampliamente utilizado en la práctica.

Finalmente se explicitan, en primera instancia, los criterios generales para tener o no en cuenta este efecto en el análisis sísmico de estructuras de edificios prismáticos rectangulares.

ABSTRACT

The evaluation of the importance of soil-structure interaction on the most important design variables, such as base sheat force and bending moment, constitute the main objective of this paper. For this purpose, a parametric study, with 3 building and 3 acceleration records, was made.

A general beam formulation was adopted to represent the physical model of the structure. In addition, a linear viscoelastic constitutive law was incorporated. A lumped parameter model, based on homogeneous, isotropic and elastic halfspace theory, was adopted to represent the soil and the interaction mechanisms. This model can represent the coupling between torsional and flexural vibration modes. Moreover, a comparison with a model of no embedded foundation, greatly used in the professional practice, was made.

Finally, the general judgment to include or neglect the soil-structure interaction effects in the seismic analysis of rectangular prismatic building, was explicited.

INTRODUCCION

El análisis sísmico de edificios y otras estructuras ingenieriles, comunmente está basado en la hipótesis que la fundación corresponde a un semiespacio rígido sujeto a una aceleración horizontal unidireccional.

Este modelo constituye una adecuada representación de la situación física en el caso de estructuras regulares fundadas sobre roca. Con estas condiciones, se ha comprobado que el movimiento de "campo libre" en la superficie de la roca, o sea el movimiento que ocurriría si el edificio no existiera, es poco influenciado por la presencia del mismo.

Esta hipótesis pierde su validez cuando la estructura está fundada sobre depósitos de suelo, puesto que el movimiento en la superficie del suelo puede ser significativamente alterado

por la presencia de la estructura. Por otro lado, las características dinámicas del edificio, tales como modos y frecuencias de vibración, son modificadas debido a la flexibilidad del apoyo. Por lo tanto, hay un flujo de energía desde el suelo a la estructura y también a la inversa en un proceso que se conocido en Ingeniería Sismorresistente como Interacción suelo-estructura.

Debe notarse que, en el modelo de fundación rígida, la energía recibida por la estructura desde la base durante un terremoto, solo puede ser disipada por mecanismos de amortiguamiento interno tales como deformaciones plásticas, amortiguamiento viscoso, energía de fractura, etc.. En cambio, en el caso de suelos flexibles, parte de la energía es retornada hacia el suelo y radiada hacia fuera del sistema, dando lugar a un aumento en el amortiguamiento global.

A pesar de su importancia, no ha sido claramente establecido cuando puede esperarse que la influencia de la flexibilidad de la fundación sea significativa, ni los errores que pueden resultar de despreciar la consideración de este factor o de usar valores incorrectos para el suelo o parámetros de la fundación. Entonces, el objetivo principal de este trabajo es contribuir a la cuantificación de los efectos de la flexibilidad de la fundación sobre las variables mas importantes de diseño en problemas sísmicos, tales como esfuerzo de corte y momento flector máximos en la base.

El estudio está restringido a estructuras prismáticas fundadas sobre plateas rectangulares similares a la planta del edificio, localizadas sobre un plano arbitrario debajo del nivel de piso. El comportamiento tanto del suelo como de la estructura es supuesto linealmente elástico y para tener en cuenta los efectos de las nolinealidades del material, es utilizado el concepto de *amortiguamiento efectivo*. Este concepto, se acepta que es aplicable para nolinealidades débiles, lo cual se cumple si el daño del sistema es limitado.

Finalmente, los resultados son presentados en formato probabilístico, el cual es el tratamiento mas racional del problema en vista del gran número de incertidumbres involucradas.

DESCRIPCION DEL MODELO

Considerese, la situación típica mostrada esquemáticamente en Figura 1. La estructura está fundada a una profundidad e sobre un estrato de suelo de espesor H sobre la base de la roca. En general, e << H, por lo que, la región del estrato afectada por la estructura, también mostrada en Figura 1 a, es pequeña comparada con el total. Si se introduce una aceleración horizontal en la interfase suelo-roca (Punto A) y se adopta la hipótesis de propagación vertical de ondas en el suelo, se llega a que los movimientos resultantes de "campo libre" en la superficie del suelo y a poca profundidad de la misma (Puntos C' y C respectivamente) serán, en general, diferentes de los obtenidos en la interfase fundación-suelo (Punto B') y al borde de la región de suelo alrededor de la fundación (Punto B).

Si se introduce la hipótesis de fundación rígida (Fig. 1 b), el problema desaparece porque los puntos experimentan la misma aceleración, o sea, $\ddot{u}_B = \ddot{u}_B = \ddot{u}_C = \ddot{u}_C = \ddot{u}_A$. La respuesta estructural calculada sobre la base de la hipótesis de fundación rígida será comparada en este trabajo con la obtenida en el punto B' (Fig. 1 a), o sea, teniendo en cuenta la flexibilidad de la fundación.

Al haber tantos parámetros aleatorios que intervienen en el problema y estar, en este punto, trabajando con modelos lineales, tanto del suelo como la estructura, una forma racional de tratar el tema es presentando los resultados en forma probabilística.

Para ello se define la variable aleatoria μ_0 de la siguiente manera:

$$\mu_{\rm Q}(G_{\rm s}) = \frac{|Q_{\rm mb}^{\rm i}|}{|Q_{\rm mb}|} \tag{1}$$

Donde:

 Q_{mb}^{1} = Esfuerzo de corte máximo en la base cuando se considera la base flexible. Q_{mb}^{nb} = Esfuerzo de corte máximo en la base cuando se considera la base rígida. G_{s}^{*} = Módulo de elasticidad transversal del suelo.

Al ser las variables Q_{mb}^i y Q_{mb} funciones de G_s, el parámetro μ_Q , también lo es. Obviamente, a medida que aumenta la rigidez del suelo, el valor medio $E[\mu_Q]$ debe tender a 1, mientras que el desvío estándar σ_{μ_Q} debe tender a 0. Del mismo modo puede definirse el coeficiente μ_M para el momento flector, sin embargo, por razones de espacio, solo serán explicitados los valores correspondientes al esfuerzo de corte.



Figura 1: Modelos de fundación flexible y rígida

REPRESENTACION DEL SUELO Y LA ESTRUCTURA METODO DE SOLUCION

En este punto se pretende describir suscintamente los modelos de suelo y estructura utilizados en el análisis, como así también el procedimiento de solución de las ecuaciones planteadas.

Modelo de suelo

Existe en la literatura una gran cantidad de modelos disponibles basados en la teoría de semiespacio homogeneo, isótropo y elástico. Luego de realizar un relevamiento y estudio comparativo de los mismos, se adoptó, para la realización de los ejemplos numéricos, el modelo aproximado de *Wolf et al* [1], correspondiente al caso de fundación prismática enterrada. Dicho modelo asume que la base es rígida y el módulo de Poisson del suelo es $v_s = 1/3$.

El conjunto de elementos que forman el modelo es graficado en Figura 2. En el nodo 0, de fundación, se tienen los elementos del modo de vibración flexional: M_{0r} , K_r y C_{0r} . Además, se encuentra la masa del modo de vibración horizontal (M_{0h}) y, conectado excentricamente a esta por medio de una barra rígida, el resorte K_h y el amortiguador C_{0h} . Las excentricidades de estos elementos se denotan con f_k y f_c . También se tiene un nodo libre 1 para el modo de vibración flexional con una masa M_{1r} unida al nodo 0 por medio de un amortiguador C_{1r} .



MODOS HORIZONTAL Y TAMBALEO

PLANO ZX

Figura 2: Modelo adoptado

Notesé que las masas y amortiguadores no tienen ninguna relación con masas "en fase" del suelo ni con amortiguamiento del material sino que son elementos incluidos para lograr un mejor ajuste con la solución teórica.

Los coeficientes de masas, resortes y amortiguadores, como así también las excentricidades, son funciones de las características del suelo (Módulo de elasticidad transversal G_s , masa específica ρ_s y módulo de Poisson v_s) y de las dimensiones de la fundación. Los mismos pueden encontrarse en el trabajo mencionado de *Wolf et al* [1].

Modelo de estructura

El modelo de interacción presentado en el punto anterior podría, en principio, incorporarse a cualquier formulación de análisis dinámico, tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia. En este trabajo, el mismo fue incluído en un esquema de análisis de estructuras de pared delgada y sección abierta en el dominio de la frecuencia (*Ambrosini* [2]) por lo que se describirá brevemente el mismo.

El modelo físico de la estructura está constituido por las ecuaciones de la teoría de Vlasov [3] modificadas con la incorporación de las deformaciones angulares inducidas por el esfuerzo de corte, sección variable en la dirección longitudinal e inercias rotacionales en los esfuerzos internos (Ambrosini, Riera [4]). Se adopta una ley constitutiva viscoelástica lineal general, la cual permite introducir amortiguamiento a la estructura. La carga dinámica actuante es, para el caso en consideración, carga sísmica, introducida por medio de un acelerograma.

Con estos elementos se llega a un conjunto de tres ecuaciones diferenciales parciales de cuarto orden con tres incógnitas o, luego de realizar la transformada de Fourier para trabajar en el dominio de la frecuencia, un sistema equivalente en variables de estado de doce ecuaciones diferenciales parciales de primer orden con 12 incógnitas. Si se adoptan

como variables de estado los desplazamientos según los ejes x e y, ξ y η ; los giros de flexión respecto de esos ejes, ϕ_x y ϕ_y ; los esfuerzos de corte Q_x y Q_y ; los momentos flectores M_x y M_y ; el giro de torsión y su derivada espacial θ y θ ; el momento torsor total M_T y el bimomento B; se tiene:

$$\mathbf{v}(z,\omega) = \{\eta, \phi_{\mathbf{v}}, Q_{\mathbf{v}}, M_{\mathbf{x}}, \xi, \phi_{\mathbf{x}}, Q_{\mathbf{x}}, M_{\mathbf{v}}, \theta, \theta', M_{\mathbf{T}}, B\}^{\mathrm{T}}$$
(2)

Con v = vector de estado. El sistema sería:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = \mathbf{A}\mathbf{v} + \mathbf{q} \tag{3}$$

Donde A es la matriz del sistema y q el vector de carga externa:

$$\mathbf{q}(\mathbf{z},\boldsymbol{\omega}) = \{0, 0, -\mathbf{q}_{\mathbf{x}}, 0, 0, 0, -\mathbf{q}_{\mathbf{y}}, 0, 0, 0, -\mathbf{m}_{\mathbf{A}}, 0\}^{T}$$
(4)

 $q_x y q_y$ son cargas externas por unidad de longitud y m_A el momento torsor externo por unidad de longitud. Debe aclararse que, por comodidad, se ha mantenido la notación de las deformaciones y esfuerzos generalizados en el dominio de la frecuencia, aunque estas funciones son dependientes de z y ω y no de z y t como las variables originales.

Si, para facilitar la solución numérica, se separan la parte real e imaginaria de todas las funciones y se incorpora la ley constitutiva viscoelástica, el sistema será de 24 ecuaciones con 24 incógnitas.

Debe notarse que, con las modificaciones introducidas a la teoría original de Vlasov, pueden considerarse cualquier tipo de estructuras que se adapten a este modelo general de vigas y no solo aquellas de pared delgada.

Método de solución

El sistema (3) puede ser integrado numéricamente sin mayor dificultad utilizando, por ejemplo, simultaneamente los métodos de Runge-Kutta y Predector-Corrector. Como el proceso de integración exige el conocimiento de un vector inicial, especificado en z = 0, el problema de valores de borde se transforma en un problema de valores iniciales determinandose los valores desconocidos del vector inicial por medio de un procedimiento similar al usado en el método de matrices de transferencia (*Pestel y Leckie* [5]).

Para la incorporación del modelo de interacción suelo-estructura a este esquema de análisis debe tenerse en cuenta lo siguiente: Las condiciones de contorno, que para un borde empotrado eran consideradas:

$$\xi = \eta = \phi_x = \phi_y = \theta = \theta' = 0$$
(5)

deben ser reemplazadas por las nuevas condiciones explicitadas por las ecuaciones de movimiento del modelo de suelo presentado; manteniendose la condición $\theta' = 0$.

ANALISIS NUMERICO Y RESULTADOS

El estudio de la influencia de la rigidez del suelo en la respuesta dinámica de la estructura se realizó a través de la variación de su módulo de elasticidad transversal G_s . Esto sería equivalente a tener en cuenta la sensibilidad de la respuesta en relación a la velocidad de las ondas de corte c_s . De acuerdo a los valores encontrados en la literatura, por ej. Richart et al [6], dicha variación de G_s se tomó entre 35 y 100 MN/m².

A los efectos de contar con un número representativo de valores para determinar el coeficiente μ_Q definido por (1) serán consideradas un grupo de tres estructuras, definidas en Tabla I y cuyas plantas típicas se muestran en Figura 4 y un grupo de tres aceleraciones sísmicas descriptas en Tabla II y cuyos espectros de respuesta de seudoaceleraciones son graficados en Figura 3. Con esto se tiene un conjunto de 9 valores para el coeficiente μ_Q para cada valor de módulo de elasticidad transversal del suelo.

Para el análisis numérico fue utilizado el programa DAYSSI que tiene incorporados los modelos físicos descriptos en los puntos anteriores.

Edificio	Descripción	H [•] m	T_1^{**} seg	Referencia
El	Edificio con núcleo central	57.2	0.60	Liaw et al [7]
E2	Edificio Torres del Miramar	55.9	1.03	Wallace et al [8]
E3	Edificio con núcleo y tabiques	48.0	0.87	Coull [9]

Tabla I: Edificios utilizados

* = Altura total del edificio

* = Período fundamental determinado con el programa DAYSSI

Tabla II: Acelerogramas utilizados

Acelerograma	elerograma Sismo Regist		Δt^{*}	Duración [*]
A1	Caucete 1977	Córdoba	0.04	10
A2	Viña del Mar 1985	Viña del Mar S20W	0.017	35
A3	Loma Prieta 1989	Santa Cruz	0.02	20

* = Usados en el programa DAYSSI



ESPECTROS DE SEUDOACELERACIONES DISTINTOS ACELEROGRAMAS

Figura 3: Espectros de respuesta de los acelerogramas utilizados



a) EDIFICIO CON NUCLEO CENTRAL



Figura 4: Edificios Utilizados

Los resultados obtenidos, es decir los esfuerzos de cortes máximos en la base y los coeficientes μ_0 , son volcados en Tablas III a V para cada uno de los edificios analizados. Por último, el valor esperado y el desvío estándar del coeficiente μ_Q es detallado en Tabla VI.

G MN/m²	Al		A2		A3	
	Q ⁱ mb MN	μ _Q	Q _{mb} MN	μ _Q	Q ⁱ mb MN	μ _Q
35 50 60 75 85 100 Base Rígida	1.922 1.841 2.096 2.187 2.165 2.112 1.965	0.978 0.937 1.067 1.113 1.102 1.075	7.424 9.274 8.615 7.801 7.849 7.955 7.619	0.974 1.217 1.131 1.024 1.030 1.044	3.714 3.637 3.582 3.565 3.724 3.937 5.138	0.723 0.708 0.697 0.694 0.725 0.766

Tabla III: Respuesta para el edificio E1

Tabla IV: Respuesta para el edificio E2

G MN/m²	A1		A2		A3	
	Q ⁱ mb MN	μ _Q	Q _{mb} MN	μ _Q	Q _{mb} MN	μ _Q
35 50 60 75 85 100 Base Rígida	14.749 13.661 13.000 12.887 13.075 12.837 15.162	0.973 0.901 0.857 0.850 0.862 0.847	28.538 30.313 33.777 34.800 33.827 33.269 37.834	0.754 0.801 0.893 0.920 0.894 0.879	24.488 27.559 26.321 25.599 25.733 25.566 25.211	0.971 1.093 1.044 1.015 1.021 1.014

Tabla V: Respuesta para el edificio E3

G	A1		A2		A3	
MN/m ²	Q ⁱ _{mb} MN	μ _Q	Q _{mb} MN	μ _Q	Q ⁱ _{mb} MN	μ _Q
35 50 60 75 85 100 Base Rígida	12.038 15.090 17.085 18.844 19.316 19.305 15.670	0.768 0.963 1.090 1.203 1.233 1.232	34.476 41.123 44.611 45.473 44.368 46.897 68.994	0.500 0.596 0.647 0.659 0.643 0.680	24.552 29.743 32.148 33.526 33.727 33.704 34.168	0.719 0.870 0.941 0.981 0.987 0.986

G MN / m²	Ε(μ _Q)	σ _{μQ}	
35	0.818	0.167	
50	0.898	0.188	
60	0.930	0.173	
75	0.940	0.181	
85	0.944	0.184	
100	0.947	0.170	

Tabla VI: Valor esperado y desvío estándar del coeficiente μ_0

COMPARACION CON MODELO DE FUNDACION APOYADA

Este modelo de interacción (*Clough y Penzien* [10]), al igual que el modelo de *Wolf et al* [1] está basado en la teoría de semiespacio homogéneo, isótropo y elástico y es un modelo de los denominados de parámetros discretos. Sin embargo, es un modelo mucho más sencillo ya que es para fundación apoyada y no enterrada, por lo cual no tiene en cuenta el acoplamiento existente entre los modos de vibración horizontal y flexional o de tambaleo. La razón fundamental para la inclusión del mismo es que es un modelo muy utilizado en la práctica profesional y es citado en diversas publicaciones, por ejemplo en *Wallace et al* [8], *Bongiovanni et al* [11], etc. Con la intención de comparar ambos modelos de interacción, se corrió el programa para diversas alternativas. Los resultados, en términos de esfuerzos de corte y momentos flectores máximos en la base, se encuentran en Tabla VII.

Tabla VII: (Comparación	de	modelos	de	suelo
--------------	-------------	----	---------	----	-------

Alternativa		Q _{mb} MN		M _{mb} MNm		Diferencias	
		Wolf	Clough	Wolf	Clough	$\frac{Q_{c}}{Q_{w}}$	$\frac{M_{c}}{M_{w}}$
E1A1	G=35	1.922	1.427	37.580	23.582	0.743	0.628
E2A1	G=35	14.749	6.907	274.949	205.863	0.468	0.749
E3A1	G=35	12.038	11.761	334.332	195.647	0.977	0.585
E1A3	G=35	3.714	3.036	35.297	32.006	0.817	0.907
E2A3	G=35	24.488	17.961	528.529	176.646	0.733	0.334
E3A3	G=35	24.552	20.498	616.259	274.625	0.835	0.446
E3A1	G=85	19.316	11.553	473.257	264.965	0.598	0.560

CONCLUSIONES

En base a las tablas y figuras anteriores, pueden señalarse las siguientes observaciones y conclusiones:

- Los resultados para el Esfuerzo de Corte son confiables ya que, en todos los casos, el coeficiente de variación CV es menor al 25 % considerado como valor límite tolerable.

- Como era de esperarse, $E(\mu_Q)$ aumenta con el aumento de G, tendiendo a 1. Sin embargo el desvío estándar no tiene un comportamiento regular ya que se producen aumentos y disminuciones con el aumento de G.

- La interacción suelo-estructura puede no ser tenida en cuenta en el análisis de este tipo de edificios ya que, en general, no se producirán subestimaciones de los esfuerzos y las diferencias obtenidas con el caso de base fija, en promedio, son comparables con las que se obtendrían utilizando distintos métodos de cálculo y modelos físicos. Solo podría intentarse tenerla en cuenta con el fin de reducir los esfuerzos en la superestructura, aunque una reducción significativa es posible pero con una probabilidad baja. Esta conclusión, que es de extrema importancia, debe tomarsela con reservas debido a que el modelo de suelo utilizado está basado en el semiespacio homogéneo, isótropo y elástico y deberá ser confirmada con investigaciónes en desarrollo que incluyen la no-linealidad física del suelo.

- El modelo de Clough y Penzien sobreestima el efecto de la interacción suelo-estructura debido a que no tiene en cuenta la rigidización proveniente de que la base está enterrada y no apoyada en el suelo. En esto, la profundidad de fundación resulta fundamental y se observa en Tabla VII que para el edificio E2, que tiene la mayor profundidad de fundación (6 m), se tienen las mayores diferencias. Además, para el caso del edificio E3 cuya planta se aleja mas de una circular, los resultados son más erráticos. En este modelo, en todos los casos se encuentra que la interacción suelo-estructura reduce los esfuerzos y ya se ha visto que esto, en promedio, es cierto, pero para algún caso particular puede no ser así como se ve, por ej., en Tabla V. Por lo tanto, la utilización masiva de este modelo y otros similares han llevado a las conclusiones erróneas que la consideración de la interacción suelo-estructura en el análisis conduce siempre a una reducción de los esfuerzos y que esta reducción es significativa (Ver Tabla VII). Como ha quedado demostrado en este trabajo, ambas aseveraciones son falsas. Por lo tanto, en caso de utilizar algún modelo de parámetros discretos para tener en cuenta la interacción suelo-estructura en el análisis, se recomienda enfáticamente el empleo de un modelo que tenga en cuenta el acoplamiento existente entre los modos de vibración horizontal y flexional (base enterrada), ya que de lo contrario se encontrarán reducciones de esfuerzos muy significativas pero que no son reales, con el consiguiente peligro que acarrea el subdimensionamiento de la estructura.

REFERENCIAS

- 1. Wolf, J., Somaini, D., (1986), "Approximate Dynamic Model of Embedded Foundation in Time Domain", *Earthquake Engineering and Structural Dynamic*, Vol. 14, pag. 683-703.
- Ambrosini, R.D., (1991), Análisis Dinámico de Estructuras de Pared Delgada y Sección Abierta en el Dominio de la Frecuencia, Tesis de Magister en Ing. Estructural, Fac de Ciencias Exactas y Tec., Univ. Nac. de Tucumán, Argentina.
- 3. Vlasov, V., (1961), *Thin-walled Elastic Beams*, 2ed. Jerusalem, Israel Program for Scientific Translations.
- 4. Ambrosini, R., Riera, J., (1988), "Consideración de Deformaciones por Corte, Inercia Rotacional y Parámetros Seccionales Variables en las Ecuaciones de Movimiento de Vigas de Paredes Finas y Sección Abierta", *Caderno Técnico, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS*, Porto Alegre, RS, Brasil.
- 5. Pestel, E., Leckie, F., (1963), Matrix Methods in Elastomechanics, McGraw-Hill, NY.
- 6. Richart, F., Hall, J., Woods, R., (1970), Vibrations of Soils and Foundations, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- 7. Liaw, T., (1978), "Torsion of Multi-Storey Spatial Core Walls", Proc. ICE, Part 2, 65, Sept., 601-609.
- Wallace, J., Moehle, J., (1990), "Evaluation of ATC Requirements for Soil-Structure Interaction Using Data from the 3 March 1985 Chile Earthquake", *Earthquake Spectra*, EERI, Vol. 6 No 3, 595-611.
- 9. Coull, A., (1973), "Interactions Between Coupled Shear Walls and Cantilever Cores in Three-Dimensional Regular Symmetrical Cross-Wall Structures", Proc. ICE, Part 2, 55.
- 10. Clough, R., Penzien, J., (1975), Dynamics of Structures, McGraw-Hill Kogakusha, Ltd..
- 11. Bongiovanni, G., Celebi, M., Safak, E., (1987), "Seismic Rocking Response of a Triangular Building Founded on Sand", *Earthquake Spectra*, EERI, Vol 3, No 4, pp 793-809.