

PROCESOS DE RECUBRIMIENTO DE MATERIALES POROELASTICOS

Carlos M. Corvalán

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Entre Ríos
Casilla de Correo 57 Suc. 3, 3100 Paraná, Argentina

Fernando A. Saita

Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química (INTEC)
Güemes 3450, 3000 Santa Fe, Argentina

RESUMEN

En este trabajo se formula un modelo unidimensional que permite predecir la velocidad de flujo y el campo de presión desarrollado por el aire dentro de los poros de un sustrato poroelástico en las condiciones que prevalecen durante su recubrimiento. El modelo es resuelto numericamente y las predicciones son obtenidas en función de un parámetro adimensional que representa una medida del confinamiento del aire en el poroespacio. Los resultados muestran que, para los valores usuales de este parámetro, la presión del aire desempeña un rol importante en la estructura del recubrimiento depositado.

ABSTRACT

In this work is formulated a one dimensional model which predicts the air flow rate and the air pressure field developed into a poroelastic substrate during the prevailing conditions in blade coater. The model is solved numerically and the predictions are obtained in terms of a non-dimensional parameter which can be interpreted as a measure of the air confinement in the pore space. It is shown that, for usual values of this parameter, the air pore pressure plays an important role on the structure of the resulting coating layer.

1. INTRODUCCION

Los flujos de recubrimiento son flujos en pequeña escala, confinados por superficies libres, por medio de los cuales una delgada película líquida es continuamente depositada sobre un sustrato móvil. Las operaciones de recubrimiento constituyen una etapa esencial en importantes procesos industriales como en la manufactura de películas fotográficas, papel, cintas adhesivas y medios para el almacenamiento magnético de información.

En este trabajo se formula un modelo del recubrimiento de materiales poroelásticos utilizando el recubridor de cuchilla que es el método universal de recubrimiento en la industria del papel. Una configuración típica del procedimiento se muestra en la Fig. 1; el corazón del sistema es una hoja de acero montada formando un estrecho canal convergente con el sustrato móvil. Uno de los extremos de la cuchilla está empotrado mientras que el otro apoya sobre el líquido removiendo el exceso y depositando una capa líquida uniforme.

El recubridor de cuchilla se caracteriza por la fuerte interacción entre la presión hidrodinámica, originada por el flujo a alta velocidad del líquido de recubrimiento, y las fuerzas elásticas originadas por la deformación de las paredes sólidas que confinan al flujo. Como consecuencia de esta

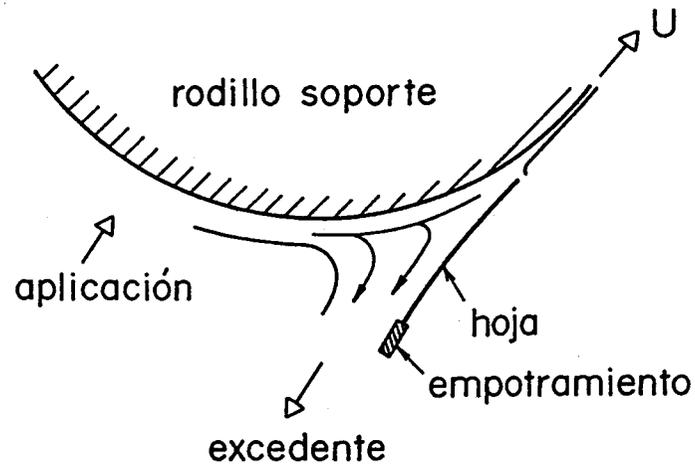


Figura 1(a): Configuración esquemática del recubridor de cuchilla.

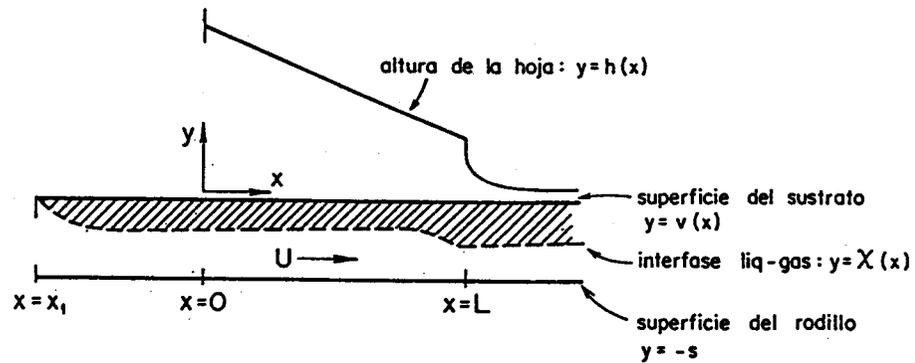


Figura 1(b): Formación del frente de avance $y = \chi(x)$ del líquido de recubrimiento en el interior del sustrato a partir del punto de aplicación en $x = x_1$. La profundidad de penetración es $\eta = v(x) - \chi(x)$.

interacción, una de las mayores dificultades en el análisis del proceso la constituye la aparición de interfases líquido/sólido deformable que conforman superficies libres cuya posición es, a priori, desconocida.

Cuando el sustrato que está siendo recubierto es poroso además de ser deformable (como ocurre en la industria del papel), parte del líquido de recubrimiento es absorbido originándose una nueva superficie libre, en este caso líquido/gas, formada por el frente de avance del líquido de recubrimiento en el medio poroso. El problema de la penetración de líquido durante el recubrimiento de papel ha sido el foco de una importante actividad científica experimental [1], [2], [3]. La principal razón de este interés es el hecho de que la calidad final del producto obtenido depende fuertemente de la profundidad alcanzada por el líquido.

Complicaciones adicionales aparecen en el modelo a causa de que el aire que está inicialmente contenido en el poroespacio es desplazado y comprimido por el frente de avance del líquido de recubrimiento. El aire origina una contrapresión en los poros que se opone a la posterior penetración y que, eventualmente, puede expulsar al líquido del interior del sustrato. Además, la existencia de fluidos en los poros contribuye a la rigidez de la matriz porosa aumentando su resistencia a la deformación.

La posible influencia del confinamiento del aire sobre el recubrimiento ha sido reconocida previamente ([4], [5]) aunque el primer intento, y posiblemente el único hasta el momento, de incorporar estos efectos en un modelo teórico ha sido el de Chen y Scriven [6] en 1990. Desafortunadamente, el modelo de estos autores permite analizar solamente el caso extremo en el cual el aire se encuentra *totalmente* confinado sin posibilidad de desplazarse dentro del sustrato.

El principal objetivo de este trabajo, por el contrario, es el análisis más realista de la resistencia a la penetración de líquido provocada por el confinamiento *parcial* del aire mientras fluye limitado únicamente por su viscosidad y por la permeabilidad del sustrato.

En la sección 2, los principios físicos que representan los requerimientos de conservación de la masa y de la cantidad de movimiento para el flujo del aire son volcados en un sistema de ecuaciones integrales. Estas ecuaciones luego de adimensionalizadas son discretizadas para permitir que el sistema pueda ser resuelto en forma simultánea con las ecuaciones que describen la deformación del sustrato y la penetración del líquido de recubrimiento. Las secciones 3 y 4 están destinadas a la descripción de las predicciones obtenidas con el modelo y las conclusiones respectivamente.

2. ECUACIONES GOBERNANTES

Flujo del aire en los poros

El flujo de aire en los poros del sustrato respecto a un sistema coordenado fijo tiene dos componentes: un flujo convectivo, debido al movimiento global del sustrato, y un flujo superpuesto al convectivo debido a que el aire puede desplazarse bajo los gradientes de presión originados por la penetración de líquido y la deformación del sustrato.

La componente convectiva es directamente proporcional a la velocidad U del recubridor y al espacio disponible para el movimiento del aire, i.e., a la distancia entre el frente de avance del líquido de recubrimiento $y = \chi(x)$ y la superficie del rodillo soporte $y = -s$, donde s es el espesor original del sustrato [ver Fig. 1(b)]. Naturalmente, el espacio disponible para el flujo depende también de la fracción local de huecos $n(x)$.

El desplazamiento superpuesto al movimiento convectivo es proporcional a la permeabilidad del sustrato al flujo de aire (k_c), está limitado por la resistencia viscosa (proporcional a la viscosidad del aire μ^c) y se considera que puede ser adecuadamente descripto por la forma usual de Darcy para el flujo en medios porosos.

Puede argumentarse, además, que la sección de flujo disponible ($\chi + s$) es tan delgada, que el flujo transversal del aire puede ser despreciado. Esto es equivalente a decir que el flujo es esencialmente longitudinal; bajo estas condiciones el campo de presión de aire puede obtenerse mediante

$$P_c(x) = \int_{x_1}^x \frac{\mu^c}{k_c} \left[\frac{w}{\rho_c(\chi + s)} - nU \right] dx \quad (1)$$

donde el punto de aplicación $x = x_1$ del líquido de recubrimiento se considera colocado a suficiente distancia del recubridor, de manera que la presión de aire en los poros aún permanece con el valor de la presión atmosférica. Evaluando (1) en la línea de venteo $x = x_m$, el flujo másico del aire queda determinado:

$$w = \left(\int_{x_1}^{x_m} \frac{nU}{k_c} dx \right) \left(\int_{x_1}^{x_m} \frac{1}{k_c \rho_c (\chi + s)} dx \right)^{-1}; \quad (2)$$

el punto de venteo es el sitio, aguas abajo de la cuchilla, donde el sustrato es separado del rodillo soporte y, como consecuencia, el aire comprimido en los poros escapa rápidamente hasta alcanzar el valor de la presión externa.

La densidad del aire ρ_c en las ecs. (1) y (2) debe ser calculada utilizando una adecuada ecuación de estado. Como el tiempo de residencia debido a las altas velocidades de los recubridores actuales es del orden de los milisegundos, la compresión del aire es considerada adiabática.

Flujo del líquido de recubrimiento

El flujo de líquido de recubrimiento entre la cuchilla y el sustrato puede ser representado por la bien conocida aproximación de lubricación; esta asunción es satisfactoria supuesto que el ángulo del canal convergente no exceda de aproximadamente 30° . En esas condiciones, la presión hidrodinámica desarrollada por un fluido Newtoniano de viscosidad μ constante puede ser calculada por (ver [7]):

$$P(x) = 6\mu \int_0^x \frac{Ud - 2Q}{d^3} dx. \quad (3)$$

Antes que la ec. (3) pueda ser integrada, el espesor del canal de flujo $d(x)$ y el caudal $Q(x)$ en el canal deben ser expresados como una función de la posición.

Por conservación de la masa, el caudal externo $Q(x) = C - q(x)$ puede obtenerse calculando el caudal interno local en el sustrato $q(x)$ y la constante C , que resulta de evaluar (3) en el extremo final de la cuchilla $x = L$:

$$C = \frac{1}{2} \left(\int_0^L \frac{Ud + 2Q}{d^3} dx \right) \left(\int_0^L \frac{1}{d^3} dx \right)^{-1}. \quad (4)$$

La ecuación que permite determinar $q(x)$ se reduce a la sencilla relación

$$q(x) = n(x)U\eta(x) \quad (5)$$

que puede resolverse determinando la porosidad local y la profundidad de penetración del líquido de recubrimiento en el interior del sustrato $\eta = v - \chi$. Un balance de masa permite determinar la porosidad en términos de la deflexión local $v(x)$ de la superficie del sustrato,

$$n(x) = \frac{n_0 s + v}{s + v}, \quad (6)$$

donde n_0 es la porosidad del sustrato indeformado.

El caudal interno q está originado por el flujo $\gamma(x)$ del líquido de recubrimiento normal a la superficie superior del sustrato, i. e.,

$$n(x)U\eta(x) - \int_{x_1}^x \gamma(x)dx = 0, \quad (7)$$

de manera que el flujo del líquido en el interior del sustrato es predominantemente transversal. En esas condiciones, la presión de la capa líquida en el sustrato varía en forma lineal; por lo tanto, si la permeabilidad al líquido es k_y , resulta:

$$\gamma(x) = \frac{k_y(x)}{\mu} \left(\frac{P(x) - P'(x)}{\eta(x)} \right); \quad (8)$$

introduciendo (8) en (7) se obtiene la ecuación buscada para calcular la profundidad de penetración $\eta(x)$.

La ec. (8) requiere conocer la presión del líquido P' justo detrás del frente de avance. Los efectos capilares causan una discontinuidad de la presión en la interfase de manera que $P' = P_c - p_{ca}$ donde P_c queda especificado por las ecs. (1) y (2). La presión capilar p_{ca} es producto de la tensión superficial del líquido y puede ser calculada de acuerdo a la ecuación de Young-Laplace [8].

El sistema se completa con la ecuación para determinar el espesor del canal de flujo

$$d(x) = h(x) - v(x) \quad (9)$$

en términos de la altura de la cuchilla rígida $h(x) = h(L) + \alpha'(L - x)$, donde α' es la pendiente del empotramiento.

Para la determinación de la deformación del sustrato $v(x)$ adoptamos una alternativa simple; el modelo elegido es similar al utilizado por [9]. Por su pequeño espesor se asume que el sólido está en compresión uniforme y, de esa manera, la deformación local y la presión externa local son proporcionales. En nuestro modelo hemos extendido la aproximación de [9] para tener en cuenta que, en un material poroelástico, la deformación no solo depende de la rigidez de la matriz sólida, sino que también depende de la presión interna en los poros. Podemos satisfacer fácilmente este principio requiriendo que la deformación del sustrato sea proporcional a la diferencia local entre la presión hidrodinámica externa y la presión resistente P_B en el poroespacio:

$$P(x) - P_B(x) = E'v(x)/s$$

La presión media P_B es calculada en el modelo mediante la integración, en el espesor del sustrato, del campo de presión del líquido y del aire en los poros.

Finalmente, la ecuación de Kozeny-Carman permite obtener las permeabilidades k_y y k_c en términos de la porosidad

$$k_i = k_i^0 \left(\frac{n}{n_0} \right)^3 \left(\frac{1 - n_0}{1 - n} \right)^2, \quad (10)$$

donde k_i^0 , ($i = y, c$) es la permeabilidad en el estado indeformado original.

Parámetros adimensionales

Como paso previo a su resolución numérica, una adecuada normalización de las ecuaciones gobernantes permite identificar los parámetros adimensionales del sistema. Estos parámetros se muestran en la Tabla I donde la longitud característica h_l representa la altura de la cuchilla en $x = L$.

El parámetro adimensional Ne es el número de elasticidad que relaciona las fuerzas viscosas (μU) y elásticas (E) del sistema. El parámetro de flujo Na representa la relación de la viscosidad adimensional del aire (μ^c/μ) y su permeabilidad adimensional (k_c/hl^2).

Tabla I. Valores de los parámetros adimensionales del sistema de recubrimiento utilizado como caso base para el análisis.

Grupo adimensional		Definición	Valor
número de compresibilidad	Ne	$[\mu U/(E^c hl)]$	3.85×10^{-2}
número de flujo de aire	Na	$[\mu^c h^2 / (\mu k_c^c)]$	0.1
espesor del sustrato	s^*	(s/hl)	20
permeabilidad transversal	$(k_y^c)^*$	(k_y^c/hl^2)	4×10^{-4}
porosidad	n	n	0.5
parámetro capilar	P_{ca}^*	$[p_{ca} \alpha' hl / (\mu U)]$	2.07×10^{-3}
longitud de mojado	$-x_1^*$	$(-x_1 \alpha' / hl)$	4251
línea de venteo	x_m^*	$(x_m \alpha' / hl)$	2551
longitud proyectada de la hoja	L^*	$(L \alpha' / hl)$	1275.3
ángulo de instalación	α	α	0.2094

El valor de Na puede interpretarse como una medida de la dificultad de fluencia del aire. En el límite $Na \rightarrow 0$, el aire puede fluir instantáneamente y la ecuación (1) indica que la presión P_c debe permanecer constante. Contrariamente, incrementar Na se corresponde con reducir la permeabilidad adimensional o incrementar la viscosidad adimensional; el flujo de aire es consecuentemente restringido y su presión debe ser calculada por las ecs. (1) y (2). Finalmente, en el otro caso límite, $Na \rightarrow \infty$, el aire es incapaz de fluir y permanece en su sitio original en el poroespacio. Esta situación simplificada corresponde al caso límite de "aire totalmente atrapado" previamente analizado por [6].

3. RESULTADOS OBTENIDOS

El modelo desarrollado en la sección anterior será usado para predecir el comportamiento de la familia de recubridores que queda determinada por los valores de los parámetros adimensionales de la Tabla I. Este caso de referencia es representativo de los valores encontrados en la industria papelera y esta sujeto a las limitaciones impuestas por la aproximación de lubricación.

Las predicciones han sido obtenidas utilizando el método de elementos finitos. Las ecuaciones continuas que componen el modelo fueron convertidas en ecuaciones algebraicas formando sus correspondientes residuos ponderados de Galerkin [10]. El sistema resultante de ecuaciones algebraicas no lineales es luego resuelto simultáneamente con el método iterativo de Newton y continuación de primer orden [11].

La Fig. 2(a) muestra la evolución de la presión de lubricación desarrollada bajo la cuchilla del recubridor para el caso de referencia. Los mayores gradientes ocurren en el último 10% de la cuchilla y el máximo es $[P \alpha' hl / \mu U] = 0.691$. Este campo de presión origina una compresión máxima de 10.6% del espesor del sustrato y la profundidad de penetración graficada en la Fig. 2(b).

Claramente, la profundidad del líquido en el interior del sustrato en la zona de penetración puramente capilar ($-3.33 \leq x/L \leq 0$) cuando $Na = 0.1$ es relativamente pequeña comparada

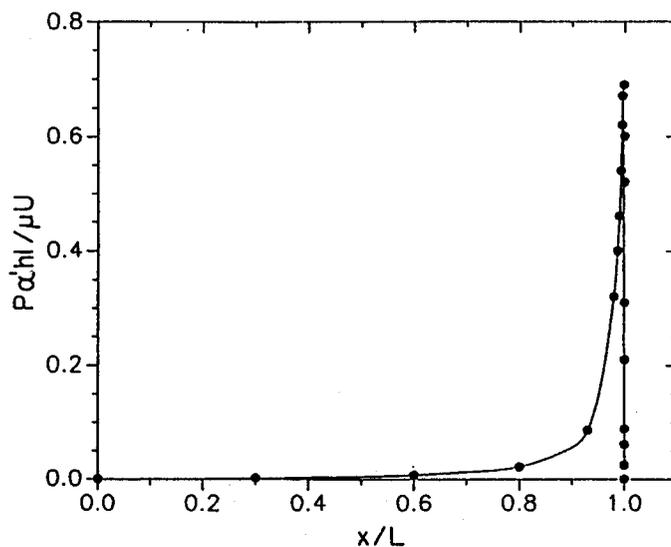


Figura 2(a): Campo de presión hidrodinámica desarrollado bajo la cuchilla del recubridor utilizado como caso base.

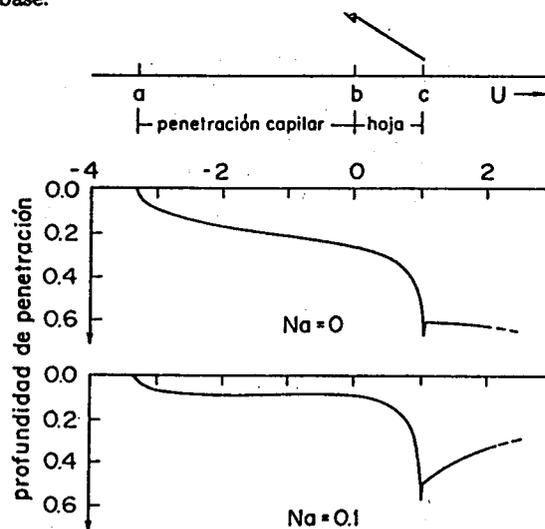


Figura 2(b): Profundidad de penetración del líquido de recubrimiento vs. distancia a lo largo del sustrato poroso. La penetración está medida en unidades de espesor del sustrato y la distancia en unidades de longitud proyectada de la cuchilla. Curva con $Na = 0$: el aire puede fluir libremente y no opone resistencia a la penetración. Curva con $Na \neq 0.1$: el aire ofrece resistencia a ser desplazado oponiéndose al avance del líquido en la zona de aplicación (i.e., entre el punto $a = -3.33$ y el punto $b = 0$); su reexpansión a partir del punto $c = 1$ expulsa parte del líquido que penetró previamente bajo la cuchilla.

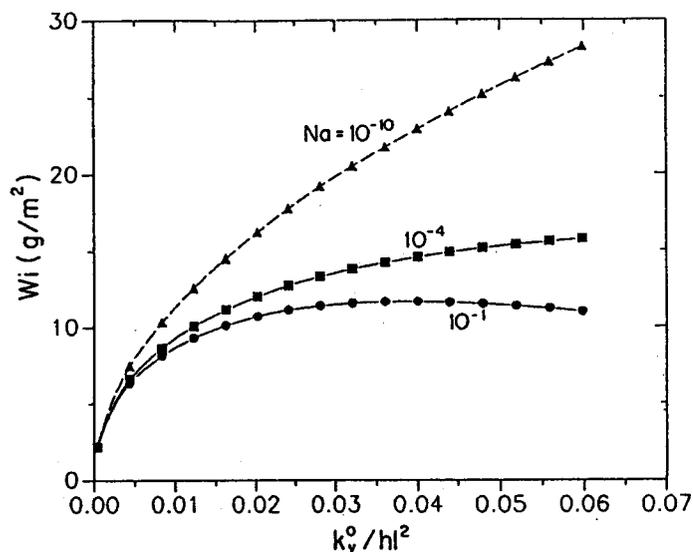


Figura 3(a): Peso de recubrimiento interno $Wi = 2qL_f/U$ en el punto de venteo vs. permeabilidad adimensional k_y^0/hl^2 . La penetración creciente al aumentar la permeabilidad provoca una contrapresión del aire que reduce paulatinamente la velocidad de crecimiento del Wi .

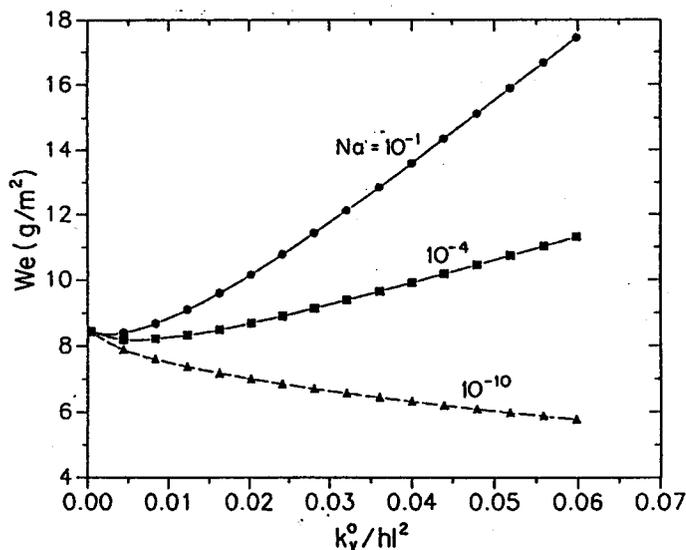


Figura 3(b): Peso de recubrimiento externo $We = 2QL_f/U$ en el punto de venteo vs. permeabilidad adimensional k_y^0/hl^2 . En las curvas de línea continua el We crece por la expulsión del líquido de recubrimiento desde el interior del sustrato provocada por la reexpansión del aire en el poroespacio.

con la penetración obtenida para $Na = 0$ [i.e., cuando el aire puede fluir sin restricciones, curva superior en la Fig. 2(b)]. Este comportamiento es una consecuencia del atrapamiento del aire en los poros; el aire, al no poder fluir libremente, es comprimido por el frente de avance del líquido y rápidamente alcanza un valor de presión adimensional $[P_c \alpha' hl / \mu U] = 2 \times 10^{-3}$ que es el valor exacto de la presión capilar. De esta manera, la penetración capilar cuando $Na = 0.1$ no puede continuar avanzando y la profundidad del líquido permanece virtualmente uniforme hasta llegar a la cuchilla del recubridor en $x = 0$.

Como podía esperarse, bajo la cuchilla ($0 \leq x/L \leq 1$) la presión hidrodinámica externa excede largamente la resistencia impuesta por la presión del aire y el espesor de la capa líquida interna se incrementa. La profundidad de penetración alcanza un máximo y luego se reduce ligeramente como consecuencia de la expansión del sustrato que ocurre cerca del extremo final de la cuchilla donde la presión externa cae al valor de atmosférica (tomada como nivel cero de referencia).

La expansión final del sustrato también provoca una disminución de la presión del aire que ha sido comprimido por el avance del líquido; sin embargo, su magnitud en $x = L$, $[P_c \alpha' hl / \mu U] = 0.0234$, aún permanece 11.7 veces superior que la presión capilar cuando $Na = 0.1$. De esta manera, al salir de debajo de la cuchilla, el aire comprimido se reexpande provocando la expulsión del líquido. La expulsión de líquido cesa cuando el aire rápidamente alcanza el valor de la presión atmosférica en la línea de venteo.

Con el objeto de verificar en más detalle la sensibilidad del recubrimiento respecto a la presencia de aire en los poros, la Fig. 3 muestra las predicciones obtenidas cuando la permeabilidad del líquido k_y^0 es variada continuamente para tres valores diferentes del parámetro de flujo de aire: $Na = 10^{-10}$, 10^{-4} y 0.1 .

La Fig. 3(a) hace evidente que el efecto de incrementar Na es aplanar la forma de la curva de peso de recubrimiento absorbido Wi versus permeabilidad (para un contenido de sólidos en la suspensión $f_s = 714 \text{ kg/m}^3$). Cuando Na se incrementa, la velocidad de crecimiento de Wi decrece como consecuencia de la resistencia impuesta por la mayor contrapresión del aire.

Las curvas de la Fig. 3(b) cuando el flujo de aire está parcialmente restringido ($Na = 0.1$ y $Na = 10^{-4}$), ambas demuestran el importante rol que la expulsión del líquido absorbido puede jugar en el aumento de la magnitud final que tendrá el peso de recubrimiento We que queda finalmente depositado externamente sobre la superficie del sustrato. En contraste, en el caso límite de flujo de aire irrestricto ($Na = 10^{-10}$), el We siempre decrece al aumentar la permeabilidad; esto es una consecuencia del incremento en la rigidez efectiva del sustrato cuando el líquido incompresible de recubrimiento ocupa más y más de su poroespacio. La disminución de la deformabilidad del sustrato reduce el espesor del canal de flujo bajo la cuchilla y de esa manera se reduce el espesor de la capa líquida depositada externamente.

4. CONCLUSIONES

Las ecuaciones que gobiernan el flujo de aire en un medio poroso han sido adecuadamente incorporadas al conjunto de ecuaciones que describen el flujo de recubrimiento de un sustrato permeable. El sistema final de ecuaciones gobernantes muestra que el recubrimiento de un material poroelástico es un fenómeno de flujo sumamente complejo en el cual todos los factores involucrados son fuertemente dependientes unos de otros. Esta complejidad e interdependencia se pone de manifiesto a través del elevado número de grupos adimensionales necesarios para caracterizar el sistema.

Con el modelo obtenido pudo ser analizado el efecto de la compresión del aire sobre el recubrimiento. Las predicciones fueron obtenidas con el método de elementos finitos que resulta particularmente

adecuado para el problema analizado en el cuál existen escalas de longitudes características muy diferentes debido a que grandes gradientes deben ser definidos en porciones del dominio pequeñas.

Los resultados calculados indican que el aire puede tener un efecto importante sobre la penetración de líquido. Este efecto no puede ser soslayado cuando la penetración alcanza valores que provocan que el aire sea comprimido hasta un valor similar al de la presión capilar. En estos casos el peso de recubrimiento depositado se reduce considerablemente debido a que el avance del líquido es virtualmente detenido en la región de penetración anterior a la cuchilla. La posterior penetración del líquido provocada por el pasaje bajo la cuchilla puede originar que la presión del aire aguas abajo sea superior a la presión capilar y, en esos casos, el recubrimiento es expulsado desde el interior del sustrato a medida que el aire se reexpande.

REFERENCIAS

1. Lyne, M. B. and J. S. Aspler, Wetting and the sorption of water by paper under dynamic conditions, *Tappi J.* 65, 1982.
2. Beisswanger, R. and H. Sollinger, The short-dwell-time applicator for the coating of paper and board, *Tappi J.* 67, 1984.
3. Eklund, D. E. and P. Salminen, Water transport in the blade coating process, *Tappi J.* 69, 1986.
4. Saita, F. A. and L. E. Scriven, 1985 Coating Conference Proceedings, TAPPI press, Atlanta, 1985.
5. Eklund, D. E. and P. Salminen, *APPITA* 40, 1986.
6. Chen, K. and L. E. Scriven, Liquid penetration into a deformable porous substrate, *Tappi J.* 73, 1990.
7. Schlichting, *Boundary layer theory*, 6th Ed., McGraw-Hill, New York, 1968.
8. Collins, R. E., *Flow of fluids through porous media*, Reinhold Ed., New York, 1961.
9. Pranch, F. R. and L. E. Scriven, The physics of blade coating of a deformable substrate, *Tappi J.* 73, 1990.
10. Zienkiewicz, O. C., *The finite element method*, McGraw-Hill, London, 1977.
11. Corvalán, C. M. and F. A. Saita, Stepsize control in continuation procedures, *Computers chem. Engng.* 15, 1991.