

DETERMINACION DE PERMEABILIDADES RELATIVAS Y PRESION CAPILAR
MEDIANTE UN METODO INVERSO

Gabriela B. Savioli* y M. Susana Bidner

Laboratorio de Ingeniería de Reservorios-Universidad de Buenos Aires
Pabellón Industrias-Ciudad Universitaria-1428-Buenos Aires-Argentina

* Becaria de la Comisión de Investigaciones Científicas de la
Provincia de Buenos Aires (CIC)

RESUMEN

Se aplica el método inverso para obtener las curvas de permeabilidades relativas y de presión capilar a partir de datos de caudales medidos durante un ensayo transitorio de desplazamiento de petróleo por agua a través de un testigo de roca. Estas curvas desconocidas están descriptas por funciones potenciales, cada una de ellas conteniendo dos parámetros como máximo. Los parámetros se encuentran minimizando una función objetivo que es la suma pesada de los cuadrados de las diferencias entre los datos de caudales medidos experimentalmente y los simulados numéricamente. La minimización se realiza con dos algoritmos diferentes: Levenberg-Marquardt (LM) y Aproximaciones Quasi-Newton para el problema de los mínimos cuadrados (AQN).

El propósito principal de esta publicación es comparar el comportamiento de ambas técnicas. AQN es siempre convergente a la solución óptima, aunque tarda más tiempo. Cuando se desprecia la presión capilar, LM también converge. Pero, cuando se incluye la presión capilar, LM a veces se estanca siendo incapaz de encontrar el óptimo. Además, al incorporar la curva de presión capilar mediante dos parámetros, se observan mejores ajustes con los datos experimentales.

ABSTRACT

An inverse method is applied to obtain relative permeability and capillary pressure curves from transient flow rate data measured during a laboratory displacement test of oil by water through a core. Those unknown curves are described by power functions, each of them containing, at most, two parameters. Parameters are found by minimizing an objective function which is the weighted sum of the square of the differences between experimentally measured and numerically simulated flow rate data. The minimization is performed by two different algorithms: Levenberg-Marquardt (LM) and Quasi Newton Approximation for the Least Squares Problem (AQN).

The main purpose of this paper is to compare the behavior of both techniques. AQN is always convergent to the optimal solution, though it takes more computing time. When capillary pressure is neglected LM is also convergent. However, when capillary pressure is included, LM gets sometimes stranded being unable to find the optimum. Moreover, when the capillary pressure curve is included by means of two additional parameters, a better matching to experimental data is observed.

INTRODUCCION

La aplicación del método inverso para obtener parámetros característicos de un reservorio petrolífero se ha convertido en una herramienta muy valiosa para la ingeniería de reservorios. En particular, la simulación de un proceso de recuperación secundaria mediante la inundación con agua del reservorio requiere el conocimiento de las curvas de permeabilidades relativas al petróleo y al agua y de presión capilar. Estas se pueden obtener en forma indirecta a partir de un ensayo de flujo transitorio realizado en el laboratorio sobre una muestra de roca del reservorio. Durante el

ensayo se miden presiones y caudales de agua y de petróleo a la entrada y a la salida de la muestra. Dichas mediciones son ajustadas por un modelo matemático del flujo transitorio, bifásico e incompresible. Un modelo matemático capaz de representar fenómenos capilares y reproducir las verdaderas condiciones del ensayo debe ser resuelto numéricamente. El simulador numérico necesita como datos las permeabilidades relativas y la presión capilar que se consideran funciones de la saturación de agua descriptas en términos de un conjunto de parámetros ajustables.

Para obtener dichos parámetros se minimiza una función objetivo. La elección de la función objetivo más adecuada fue presentada por Carrera y colaboradores [1,2] que incorporan un análisis estadístico para resolver el problema inverso. Sin embargo, como el propósito de este trabajo es la comparación de dos técnicas de optimización AQN y LM, se elige una forma simplificada de dicha función, definiéndola como una suma pesada de los cuadrados de los residuos (diferencias entre los caudales medidos y calculados).

Por otra parte el método inverso fue aplicado para obtener permeabilidades relativas considerando [3,4,5] y despreciando [6,7] los efectos de la presión capilar. El modelo de flujo ha sido resuelto por diferencias finitas [3,5,6,7] y por elementos finitos [4]. Las permeabilidades relativas y la presión capilar han sido representadas por funciones potenciales [3,6], por splines [5,7] y por otras funciones [4].

En este trabajo el simulador numérico incluye los términos capilares [8]. Las curvas de permeabilidades relativas y presión capilar están representadas por funciones potenciales y cada curva tiene un máximo de dos parámetros ajustables [9,10]. Se elige una función objetivo simple [10] con el fin principal de analizar el comportamiento de dos técnicas que la minimizan. Se estudia la influencia de la presión capilar en la estimación de las curvas de permeabilidad relativas y del número de parámetros en la bondad del ajuste.

MODELO MATEMATICO

Ecuaciones de Flujo y Modelo Numérico

El ensayo de desplazamiento de petróleo con agua en un testigo rocoso lineal puede ser modelado mediante las siguientes ecuaciones que rigen el flujo transitorio, bifásico e incompresible a través de un medio poroso unidimensional. Estas ecuaciones se deducen introduciendo las ecuaciones de Darcy, en las ecuaciones de continuidad para el agua y el petróleo [8]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[-K \frac{k_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial x} \right] = -\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + q_w \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[-K \frac{k_{ro}}{\mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial x} \right] = -\phi \frac{\partial S_o}{\partial t} + q_o \quad (2)$$

Las variables independientes son el espacio, x , y el tiempo, t ; las incógnitas, la presión, p , y la saturación, S . Los parámetros son la permeabilidad absoluta, K ; las permeabilidades relativas, k_r ; la porosidad, ϕ y la viscosidad, μ . K , ϕ y μ son constantes y k_r son funciones exclusivas de la saturación. Los subíndices o y w indican las fases petróleo y agua, respectivamente. Los términos fuente, q (caudal volumétrico por unidad de volumen) se consideran nulos en las ecuaciones pues se los ha incluido en las condiciones de contorno.

Las saturaciones del agua y del petróleo cumplen,

$$S_o + S_w = 1 \quad (3)$$

y las presiones en ambas fases están ligadas mediante la presión capilar p_c ,

$$P_C = P_O - P_W \quad (4)$$

Las ecuaciones (1) a (4) describen completamente el proceso.

Las condiciones iniciales consideradas son presión atmosférica, p_a , y saturación de agua connata, S_{WC} ,

$$P_W(x,0) = p_a, \quad S_W(x,0) = S_{WC} \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (5)$$

Las condiciones de contorno fueron seleccionadas de modo de reproducir la forma en que se lleva a cabo el ensayo de laboratorio. En la cara de entrada (punto de inyección) se considera presión constante, mayor que la presión inicial; y saturación de agua máxima,

$$P_W(0,t) = p_i > p_a, \quad S_W(0,t) = 1 - S_{OR}, \quad t > 0 \quad (6)$$

donde p_i es la presión de inyección y S_{OR} es la saturación de petróleo residual. En la cara de salida también se considera presión constante, igual a la atmosférica,

$$p(L,t) = p_a \quad (7)$$

El caudal de agua, Q_W , y el de petróleo Q_O se obtienen aplicando la ecuación de Darcy,

$$Q_W(0,t) = -K A \frac{k_{rW}}{\mu_W} \frac{\partial P_W}{\partial x} \Big|_{x=0}; \quad Q_O(L,t) = -K A \frac{k_{rO}}{\mu_O} \frac{\partial P_O}{\partial x} \Big|_{x=L} \quad (8)$$

donde A es el área transversal al flujo.

Como el caudal total, Q_t , ($Q_t = Q_O + Q_W$) es constante porque los fluidos son incompresibles, se cumple que,

$$Q_t(0,t) = Q_t(L,t) = Q_W(0,t) \quad (9)$$

Las ecuaciones diferenciales (1) y (2) con las condiciones iniciales (5), las condiciones de contorno (6) y (7) y las relaciones auxiliares (3), (4), (8) y (9) se resuelven numéricamente por diferencias finitas aplicando el método IMPES. La discretización de las ecuaciones y el método de resolución pueden verse en Gabbanelli et al [8].

Representación Funcional de las Curvas de Permeabilidades Relativas y Presión Capilar
Las permeabilidades relativas y la presión capilar son funciones de la saturación de agua. Se ha elegido representarlas mediante las siguientes funciones potenciales [6,9,10,11].

$$k_{rW} = k_{rW}^* \left[\frac{S_W - S_{WC}}{1 - S_{WC} - S_{OR}} \right]^{n_W} \quad (10)$$

$$k_{rO} = k_{rO}^* \left[\frac{1 - S_W - S_{OR}}{1 - S_{WC} - S_{OR}} \right]^{n_O} \quad (11)$$

$$P_C = P_C^* \left[\frac{1 - S_W - S_{OR}}{1 - S_{WC} - S_{OR}} \right]^{n_C} \quad (12)$$

En un ensayo de desplazamiento agua/petróleo k_{rw}^* y k_{ro}^* son determinados experimentalmente con cierto margen de error. Las curvas $p_c(S_w)$ podrían haber sido obtenidas mediante mediciones independientes. Por lo tanto, mediante una técnica de regresión, se necesitan ajustar desde dos (n_w, n_o) hasta seis parámetros ($n_w, n_o, k_{rw}^*, k_{ro}^*, n_c$ y p_c^*).

Método de Optimización

Los parámetros buscados se estiman minimizando una función objetivo que se construye como suma "pesada" de los cuadrados de los residuos (diferencias entre los datos medidos y los valores calculados por el método numérico descripto). Los datos provistos por el ensayo de desplazamiento son el volumen acumulado de petróleo y el volumen acumulado total (petróleo más agua) medidos para distintos tiempos. Se comprobó anteriormente [10] que los mejores ajustes se logran aplicando la siguiente función objetivo:

$$F(\bar{y}) = \sum_{i=1}^N \{w_{o,i} [Q_{o,i}^e - Q_{o,i}^c(\bar{y})]^2 + w_{t,i} [Q_{t,i}^e - Q_{t,i}^c(\bar{y})]^2\} \quad (13)$$

donde \bar{y} es el vector de parámetros desconocidos, $\bar{y} = (n_w, n_o, k_{rw}^*, k_{ro}^*, n_c, p_c^*)$, los supraíndices e y c indican experimental y calculado, respectivamente y N es el número de datos.

Para representar la realidad física se agregan restricciones simples a los parámetros

$$\bar{y}_i^{\min} \leq \bar{y}_i \leq \bar{y}_i^{\max} \quad (14)$$

Entonces, la Ec.(13) constituye un problema de optimización con restricciones que puede ser transformado en uno irrestricto utilizando el siguiente cambio de variables:

$$y_i = (y_i^{\max} - y_i^{\min}) \sin^2 \beta_i + y_i^{\min} \quad (15)$$

Los pesos son inversamente proporcionales a δ_i^2 , la varianza del error absoluto de la i-ésima medición [12], $w_i = (\delta_i)^{-2}$

La Ec.(13) puede reescribirse en forma compacta como:

$$F(\bar{\beta}) = \sum_{i=1}^N f_i^2(\bar{\beta})/2 \quad \bar{f} = (f_1, \dots, f_N) \quad (16)$$

donde f_i es el residuo pesado de la i-ésima medición. La Ec.(16) se minimiza utilizando dos técnicas de optimización distintas: Levenberg-Marquardt (LM) y Aproximaciones Quasi-Newton para el problema de mínimos cuadrados (AQN) [13]. La primera (LM) forma parte de la biblioteca de rutinas de IMSL, mientras que AQN fue implementada en nuestro Laboratorio en FORTRAN 77.

En general, un algoritmo de minimización actualiza las estimaciones de los parámetros usando una dirección de descenso \bar{p} . La forma de calcular \bar{p} es lo que caracteriza a los diferentes métodos. El método de Newton, que tiene orden local de convergencia cuadrático, elige la dirección \bar{p} que minimiza la aproximación de segundo orden de la función objetivo, es decir:

$$\bar{p}(\bar{\beta}) = -H^{-1}(\bar{\beta}) \bar{g}(\bar{\beta}), \quad (17)$$

donde H es la matriz hessiana y g es el gradiente de la función objetivo.

Ahora bien, en la Ec.(16) el gradiente y el hessiano presentan una estructura especial,

Errores: Fuentes, Definición y Magnitud de los mismos

En el problema inverso considerado existen diferentes fuentes de error. El modelo matemático supone que la porosidad y la permeabilidad absoluta son constantes, y que la saturación connata de agua y la saturación residual de petróleo son uniformes en el espacio. Esto no es cierto para una muestra rocosa real. El simulador numérico agrega errores de truncamiento y dispersión numérica. Las funciones potenciales usadas para representar las permeabilidades relativas y la presión capilar quizás no son la mejor aproximación a las curvas reales desconocidas. Representaciones con más parámetros, como las splines, son más flexibles [7,12].

Pero cabe preguntarse hasta qué punto vale la pena el uso de ecuaciones de flujo, procedimientos numéricos o representaciones funcionales más sofisticadas cuando se van a procesar mediciones inexactas.

Las inexactitudes en las mediciones también provienen de distintas fuentes. Hay errores en las estimaciones de los parámetros de las ecuaciones de flujo: porosidad, permeabilidad absoluta, viscosidad, saturación de agua inicial, saturación residual de petróleo. Además hay errores en las mediciones de los datos de flujo tomados durante el proceso de imbibición.

En nuestro laboratorio, los fluidos efluentes se recogen en una bureta de vidrio a diferentes incrementos de tiempo. Se mide el volumen de fluido recogido durante un cierto período de tiempo. Dicho período es determinado por el técnico quien espera el tiempo necesario para recoger aproximadamente un volumen constante. Este volumen debería ser mucho mayor que el error de lectura. Simultáneamente el técnico chequea el volumen acumulado de fluido producido. Por lo tanto, se considera, en forma aproximada, que la desviación del error en cada medición de caudal es proporcional al valor medido:

$$\frac{\delta(Q_{0,i}^e)}{Q_{0,i}^e} \approx e_0 \quad \frac{\delta(Q_{t,i}^e)}{Q_{t,i}^e} \approx e_t \quad , \quad (19)$$

y se hace la suposición $e_0 \approx e_t$. Por esta razón, los factores de peso se consideran inversamente proporcionales a los cuadrados de los caudales correspondientes. En consecuencia en la función objetivo, Ec.(13) se reemplaza

$$w_{0,i} = (Q_{0,i}^e)^{-2} \quad \text{y} \quad w_{t,i} = (Q_{t,i}^e)^{-2} \quad (20)$$

Ahora bien, las curvas "verdaderas" de permeabilidades relativas y presión capilar se desconocen. Por lo tanto, la bondad del ajuste se evalúa considerando los caudales medidos:

$$E_{Q_0} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{Q_{0,i}^e - Q_{0,i}^c}{Q_{0,i}^e} \right| \quad ; \quad E_{Q_t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{Q_{t,i}^e - Q_{t,i}^c}{Q_{t,i}^e} \right| \quad (21)$$

donde E_{Q_0} y E_{Q_t} indican el error relativo promedio por medición.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este trabajo se analizan dos casos diferentes. En el primero se considera que los valores extremos de las curvas de permeabilidades relativas, k_{rw}^* y k_{ro}^* , son valores fijos medidos experimentalmente; mientras que en el segundo son dos nuevos parámetros a determinar en un intervalo que contempla un 10% de error en la medición, es decir:

$$0.459 \leq k_{rw}^* \leq 0.561 \quad 0.765 \leq k_{ro}^* \leq 0.935 \quad (22)$$

A su vez, cada uno de estos casos se divide en dos subcasos que se diferencian por la inclusión o no del término de presión capilar a fin de estudiar su influencia en la determinación de las permeabilidades relativas. Luego, los parámetros a ajustar en cada subcaso son diferentes y se muestran en la Tabla II. Las restricciones físicas de los parámetros son, junto con las dadas por la Ec.(22):

$$0.5 \leq n_w \leq 5, \quad 0.5 \leq n_o \leq 5, \quad 1 \leq n_c \leq 20, \quad 0 \leq p_c \leq 1 \quad (23)$$

TABLA II- Parámetros a determinar en cada subcaso testeado		
CASO	SUBCASO	PARAMETROS BUSCADOS
1- * k _{rw} y k _{ro} * fijos	1a- sin presión capilar	n _w , n _o
	1b- con presión capilar	n _w , n _o , p _c , n _c *
2- * k _{rw} y k _{ro} * parámetros	2a- sin presión capilar	n _w , n _o , k _{rw} * , k _{ro} *
	2b- con presión capilar	n _w , n _o , k _{rw} * , k _{ro} * , * p _c , n _c

Comparación de las dos técnicas de optimización

A fin de calcular los parámetros buscados se aplican las técnicas LM y AQN a los cuatro subcasos ya mencionados, partiendo desde distintos puntos iniciales. En todos ellos se encuentra un único valor óptimo. Los resultados obtenidos se resumen en la Tabla III.

En dicha Tabla se puede observar que con los datos reales utilizados, la técnica AQN siempre alcanza el óptimo. En cambio la técnica LM tiene problemas en dos subcasos. En 1b, partiendo desde 3 de los 8 puntos iniciales se estanca en el valor $n_w=1.64$, $n_o=3.49$, $n_c=6.94$, $p_c^*=0.969$ y no logra converger al óptimo. En 2b no pudo converger desde ningún valor inicial testeado, estancándose en distintos puntos, aunque en todos ellos k_{ro}^* toma valores muy próximos al límite inferior 0.765.

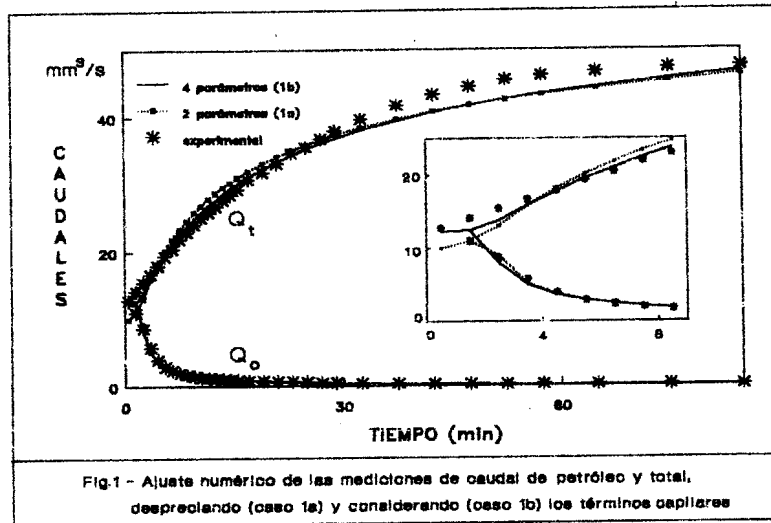
Para estos dos casos problemáticos se calcularon los autovalores de la matriz óptima $J^T J$ a fin de testear la suposición de mínimos cuadrados. En el primero el menor autovalor es 0.177, el mayor es 153, y $\|f\|$ en la solución es 0.96: no se cumple la hipótesis de mínimos cuadrados ya que el residuo es mayor que el mínimo autovalor. Pero como ambos tienen el mismo orden de magnitud, el método algunas veces converge. En el segundo caso, $\|f\|$ es 0.89 y los autovalores mínimo y máximo de $J^T J$ son 2.03×10^{-5} y 176.19 respectivamente: el residuo es mucho mayor que el mínimo autovalor. Por lo tanto la técnica LM es incapaz de hallar la solución.

Sin embargo, aunque la técnica AQN es más eficiente en encontrar el óptimo, el tiempo de CPU que emplea es considerablemente mayor al de LM, lo que la hace desventajosa en aquellos casos en que ambas técnicas logran convergencia.

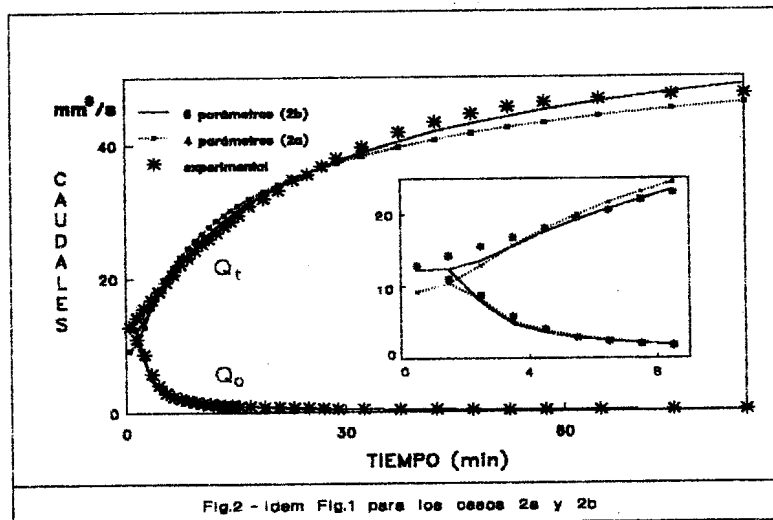
TABLA III - COMPORTAMIENTO DE LAS DOS TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN					INFLUENCIA DE LA PRESIÓN CAPILAR				
CASO	PUNTOS INICIALES		TÉCNICA	CONVERGENCIA (%)	TIEMPO CPU PROMEDIO (MIN)	OPTIMO	F OPTIMA	ERRORES RELATIVOS PROMEDIO	
	COMBINACIONES	TOTAL						E_{Q_0}	E_{Q_t}
C1-a	$n_w=1.2/2./3.$	9	LM	100 %	4.24	$n_w=1.51$	0.54	0.122	0.062
	$n_0=2./3./4.$		AQN	100 %	7.09	$n_0=5.67$			
C1-b	$n_w=1.2/2$	8	LM	63 %	16.17	$n_w=1.79$	0.46	0.113	0.037
	$n_0=2./3.$ * $p_c=0.5$ $n_c=3./6.$		AQN	100 %	12.85	$n_0=3.31$ * $p_c=0.6$ $n_c=4.42$			
C2-a	$n_w=1.2$	8	LM	100 %	10.33	$n_w=1.49$	0.52	0.118	0.063
	$n_0=2./3.$ * $k_{rw}=0.54/0.49$ * $k_{ro}=0.79/0.30$		AQN	100 %	25.18	$n_0=3.70$ * $k_{rw}=0.51$ * $k_{ro}=0.77$			
C2-b	$n_w=1.2$	8	LM	0 %	-----	$n_w=1.94$	0.40	0.109	0.028
	$n_0=2./3.$ * $k_{rw}=0.47/0.54$ * $k_{ro}=0.90$ * $p_c=0.5$ $n_c=3./6.$		AQN	100 %	40.28	$n_0=3.25$ * $k_{rw}=0.35$ * $k_{ro}=0.77$ * $p_c=0.89$ $n_c=4.14$			

Influencia de la presión capilar

La presión capilar afecta a las curvas de permeabilidades relativas. La influencia se evalúa en las últimas cuatro columnas de la Tabla III. En los dos casos, su inclusión modifica ambos exponentes n_w y n_0 logrando que las funciones objetivo y los errores relativos promedio decrezcan. Es de notar que el error correspondiente al caudal de petróleo supera en dos o tres veces al de caudal total, aunque los factores de peso considerados en la Ec.(13) son inversamente proporcionales a los valores de los caudales Ec.(20). Si se utilizaran pesos constantes en la función objetivo, Ec.(13), la situación empeoraría. El primer término de la Ec.(13) que contiene la sumatoria de caudales de petróleo sería de muchísimo menor peso que el segundo término. Este efecto se debe a la física del ensayo de flujo: los caudales de petróleo producidos son mucho más pequeños que los caudales de agua inyectados. En la Fig. 1 se comparan los caudales medidos con los obtenidos aplicando el método inverso con dos y cuatro parámetros (caso 1a y 1b): los valores simulados con un óptimo que incluye la presión capilar (caso 1b) ajustan mejor las mediciones experimentales.



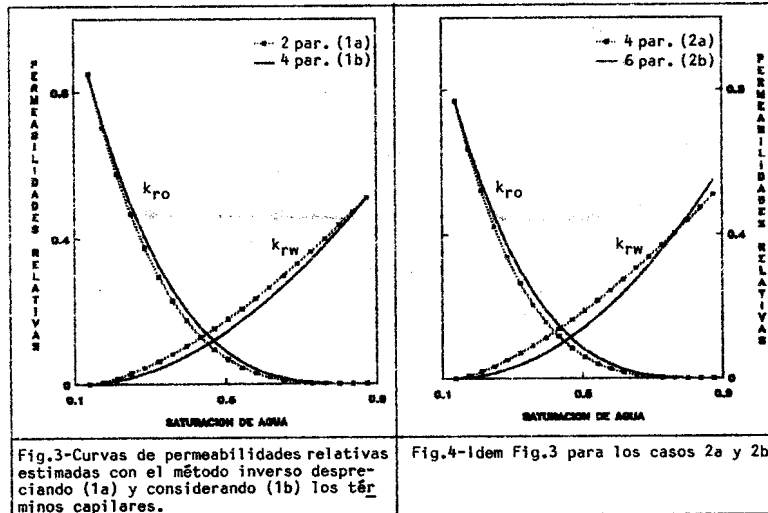
El mismo efecto se visualiza en la Fig.2 donde se comparan los resultados de los casos 2a y 2b.



En efecto, analicemos la ecuación de Leverett para flujo horizontal:

$$f_w = \left(1 + \frac{K k_{ro} A}{\mu_o Q_t} \left(\frac{\partial p_c}{\partial x} \right) \right) / \left(1 + \frac{\mu_w k_{ro}}{\mu_o k_{rw}} \right) \quad (24)$$

Cuando $\frac{K k_{ro} A}{\mu_o Q_t} \cdot \frac{\partial p_c}{\partial x} \ll 1$, el gradiente de presión capilar puede ser ignorado. Para los datos analizados aquí, este término es 0.15 y no puede ser despreciado. Este valor se estima considerando: $(\partial p_c / \partial x) \approx 0 (p_c^* / L)$



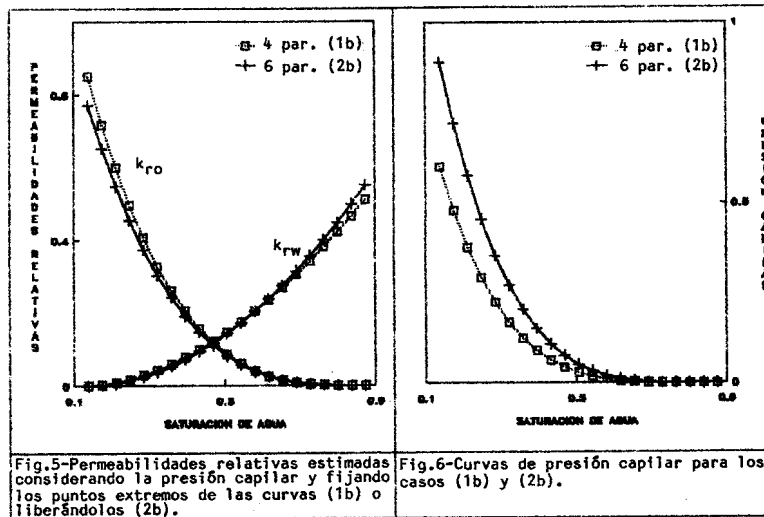
Influencia de los puntos finales de las curvas de permeabilidades relativas.

Ambos casos 1b y 2b incluyen las presiones capilares. En 1b se optimizan cuatro parámetros, dejando fijos en los valores medidos los puntos finales de las curvas de permeabilidades relativas al agua y al petróleo. En el caso 2b se optimizan seis parámetros permitiendo a dichos puntos finales oscilar dentro de un rango del 10% de los valores medidos.

Comparando las líneas llenas de las Fig. 1y2 (casos 1b y 2b respectivamente) se desprende que la inclusión de seis parámetros en la última figura mejora algo el ajuste. Esta mejora es causada por un pequeño cambio en las curvas de permeabilidades relativas de los casos 1b y 2b que se muestran en la Fig. 5. Sin embargo, las curvas de presión capilar de los dos casos son significativamente diferentes, como se representa en la Fig. 6.

Es decir, las curvas de permeabilidades relativas no son muy sensibles al valor de los parámetros de las curvas de presión capilar. Este efecto fue observado anteriormente para distintos ensayos experimentales [10].

Finalmente, nótese que para los casos analizados en la Tabla III la influencia de los puntos finales de las funciones de la permeabilidad relativa es de menor magnitud que la influencia de la presión capilar: la función objetivo disminuye de 0.52 (caso 2a) a 0.40 (caso 2b) mediante la inclusión de la capilaridad y de 0.46 (caso 1b) a 0.40 (caso 2b) liberando en un 10% los puntos extremos.



CONCLUSIONES

Se aplicó el método inverso para determinar simultáneamente la permeabilidad relativa al petróleo, la permeabilidad relativa al agua y la presión capilar, a partir de mediciones de los caudales de fluidos producidos durante un ensayo de desplazamiento de petróleo por agua a través de una muestra de roca-reservorio natural. Se aplican dos técnicas de optimización, Levenberg-Marquardt (LM) y aproximaciones Quasi-Newton para el problema de mínimos cuadrados (AQN) con el propósito de ajustar los resultados de un simulador numérico del ensayo de flujo a los valores medidos en el laboratorio.

Se consideran que las dos permeabilidades relativas y la presión capilar son funciones potenciales de la saturación de agua presentando como máximo dos parámetros ajustables: el punto extremo de la curva y el exponente.

Las conclusiones son:

- 1- La técnica AQN presenta el mejor comportamiento para encontrar los parámetros óptimos pues es siempre convergente al mínimo, aunque sea más lenta.
- 2- La técnica LM es más rápida y también converge al óptimo cuando se desprecia el gradiente de la presión capilar en el simulador numérico. Pero en algunos casos, al incluir dicho gradiente, se estanca en valores próximos al límite de algunos parámetros. Se comprueba que en los casos de fracaso no se cumple la hipótesis de mínimos cuadrados pues $\|f\|$ es mayor que el mínimo autovalor de la matriz $J^T J$ óptima.
- 3- El ajuste entre los caudales de petróleo y de agua medidos y calculados mejora:
 - 3a- en forma notable si se introducen los términos capilares en el modelo de flujo y se optimizan los dos parámetros de la curva de presión capilar.
 - 3b- en forma no tan notable si se liberan los puntos extremos de las curvas de permeabilidades relativas al agua y al petróleo, incorporándolos como parámetros y permitiéndoles moverse dentro de un rango de 10% del valor medido para buscar su óptimo valor.

- 4- Las curvas de permeabilidades relativas obtenidas también difieren al liberar sus puntos extremos o al incorporar la presión capilar.
- 5- Como corolario, la técnica AQN ha probado su eficiencia en todos los casos analizados pudiendo ser utilizada toda vez que la técnica LM no converja al óptimo.

NOMENCLATURA

A = área transversal, m^2	p_i = presión de inyección, Pa
e = factor de proporcionalidad definido en la Ec.(19)	Q = caudal, m^3/s
f_i = residuo pesado de la medición i	q = caudal por unidad de volumen, l/s .
F = función objetivo	K = matriz definida por la Ec.(18)
g = gradiente de la función objetivo	S = saturación.
H = matriz hessiana de la función objetivo	S_{or} = saturación residual de petróleo
H_i = matriz hessiana del residuo f_i	S_{wc} = saturación connata de agua
I_d = matriz identidad	t = tiempo, s.
J = matriz jacobiana de f	x = distancia horizontal, m.
K = permeabilidad absoluta, m^2	y = vector de parámetros restringidos
k_r = permeabilidad relativa	w_i = factor de peso de la medición i , m^3/s
k_{ro} = permeabilidad relativa al petróleo en S_{wc}	δ = vector de parámetros irrestringidos, definidos en Ec.(15)
k_{rw} = permeabilidad relativa al agua en S_{or}	δ_i = desvío de la medición i -ésima de caudal, m^3/s
L = longitud de la muestra, s	μ = viscosidad, Pa.s
N = número de experimentos simulados	ϕ = porosidad
n_c = exponente de la ecuación de presión capilar	τ = parámetro de Marquardt
n_o = exponente de la ecuación de permeabilidad relativa al petróleo	
n_w = exponente de la ecuación de permeabilidad relativa al agua	
\vec{p} = vector dirección de búsqueda	
p = presión, Pa	
p_a = presión atmosférica, Pa	
p_c = presión capilar, Pa	
p_c = presión capilar en S_{wc} , Pa	
	Subíndices
	i = indica i -ésimo dato
	ω = fase petróleo
	w = fase agua
	t = fase fluida total.
	Supraíndices
	c = valor calculado
	e = valor experimental

REFERENCIAS

- [1]. Samper Calvete, F. y Carrera Ramirez, J.: *Geostatística - Aplicaciones a la hidrología subterránea*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería - Barcelona (1990).
- [2]. Carrera Ramirez, J. y Neuman, S.: "El problema inverso de la hidrología subterránea: estado del arte y método de solución", *Revista Internacional de métodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería*, 2(1), (1986), 3-25.
- [3]. Sigmond, P.M. and Mc Caffery, P.G.: "An improved Unsteady-State Procedure for Determining the Relative-Permeability Characteristics of Heterogeneous Porous Media", *SPREI* (Feb. 1979) 15-28.
- [4]. Chaventi, G.; Cohen, G. and Espy, M.: "Determination of Relative Permeabilities and Capillary Pressures by an Automatic Adjustment Method", *SPE Reprint 9237, Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, (Sept. 21-24 1990)*.
- [5]. Richmond, P.C. and Watson, A.F.: "Estimation of Multiphase Flow Functions From Displacement Experiments", *SPERE* (Feb 1990) 121-127.
- [6]. MacMillan, D. J.: "Automatic History Matching of Laboratory Corefloods to Obtain Relative-Permeability Curves", *SPERE* (Feb. 1987) 85-91.
- [7]. Kerig, P.D. and Watson, A.F.: "A New Algorithm for Estimating Relative Permeabilities From Displacement Experiments", *SPERE* (Feb. 1987) 103-112.
- [8]. Gabbanelli, S. C., Nezzarista, A. G. and Bidner, M. S.: "One-Dimensional Numerical Simulation of Waterflooding an Oil Reservoir", *Lat. Am. J. Heat Mass. Transf.* 6 (1982) 251-273.
- [9]. Grattoni, C. A. and Bidner, M. S.: "History Matching of Unsteady-State Corefloods For Determining Capillary Pressure and Relative Permeabilities", *SPE Reprint 21135, I Latin American Petroleum Engineering Conference, Rio de Janeiro, Brasil (Oct. 14-19, 1990)*.
- [10]. Savioli, G. A.; Grattoni, C. A. and Bidner, M. S.: "The Influence of Capillary Pressure when Determining Relative Permeability from Unsteady-State Corefloods", *SPE Reprint 23698, II Latin American Petroleum Engineering Conference, Caracas, Venezuela (March 5-8, 1992)*.
- [11]. Savioli, G.A., Grattoni, C.A. and Bidner, M.S.: "On the Inverse Problem Application to Reservoir Characterization". *Proceedings of the Sixth European Symposium on Improved Oil Recovery, Stavanger, Norway (May 21- 23, 1991)*.
- [12]. Watson, A. F., Richmond, P. C., Kerig, P. D. and Tao, T. M.: "A Regression-Based Method for Estimating Relative Permeabilities From Displacement Experiments", *SPERE* (August 1988) 953-956.
- [13]. Gill, P. E., Murray, W. and Wright, M. H.: "Practical Optimization", Academic Press, (1981).