

MODELOS DE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS  
Y EROSION/SEDIMENTACION DEL FONDO

Angel N. Menéndez  
Laboratorio de Hidráulica Aplicada - INCYTH  
Casilla de Correo 21, 1802 Aeropuerto Ezeiza, Argentina

RESUMEN

Se presenta un enfoque relativamente novedoso sobre clasificación de los fenómenos de sedimentación en relación a las escalas espaciales involucradas, lo cual permite definir el tipo de modelación adecuada para cada caso. Se describen las características principales de cada uno de los modelos matemáticos y de los métodos numéricos más adecuados para resolverlos. A modo de ilustración, se presentan resultados de aplicaciones de los distintos tipos de modelos a problemas de gran interés ingenieril.

ABSTRACT

A relatively original point of view is introduced in order to classify sedimentation phenomena according to the spatial scale. This allows to determine the right type of modelling for each particular case. The main features of the mathematical models involved and of the associated numerical methods are described. Case studies for the different types of models are presented for illustration.

INTRODUCCION

El fondo de los cursos fluviales y de las zonas marítimas costeras no es fijo, sino que se encuentra, en general, en una relación dinámica con el flujo de agua, lo cual conduce a fenómenos de erosión y/o sedimentación. La interacción entre el fluido y el fondo es un fenómeno altamente complejo desde el punto de vista físico, y aún bajo intensa investigación. No obstante, se han producido grandes avances en el conocimiento del problema, lo cual ha dado lugar a la posibilidad de simular numéricamente algunos procesos de evolución morfológica.

La modelación matemática de procesos de cambio geomorfológico incluye un modelo hidrodinámico, un modelo de transporte de sedimentos y un modelo de evolución del fondo. En lo que sigue, se discuten las características de esos modelos en relación a la escala espacial del problema, y se describen someramente las técnicas numéricas de resolución.

MODELOS EN BASE A LA ESCALA ESPACIAL

Para definir adecuadamente el rango de aplicación de los diversos modelos utilizados, se introducirán las siguientes escalas espaciales:

- i) Escala de estudio  $L$ : es una medida de la extensión de la zona de estudio. En general, está relacionada con una escala de variación batimétrica, es decir, una distancia sobre la cual se producen cambios significativos del fondo (por ejemplo, extensión de un paso, longitud de onda de dunas, ancho de un canal de navegación, etc.).
- ii) Escala de adaptación hidrodinámica  $L_h$ : mide la distancia sobre la cual se produce la readaptación de la hidrodinámica a condiciones de equilibrio local, luego de una

perturbación abrupta. Esta distancia puede estimarse como  $L_h \approx 25 h$ , donde  $h$  es la profundidad local [1,2].

- iii) Escala de adaptación sedimentológica  $L_s$ : mide la distancia sobre la cual se produce la readaptación del transporte de material sólido en suspensión a condiciones de equilibrio local, luego de una perturbación abrupta. De acuerdo a van Rijn [1], se tiene que  $L_s/h$  crece para valores decrecientes del cociente  $w_s/u_c$ , donde  $w_s$  es la velocidad de caída del sedimento y  $u_c$  la velocidad de corte, es decir que  $L_s$  aumenta cuanto más fino es el sedimento en suspensión.

Las variaciones morfológicas del fondo, por efecto de la erosión o la sedimentación, se da, en general, sobre escalas de tiempo  $T_s$  largas en relación a las ligadas con la variación temporal de los fenómenos hidrodinámicos. Entonces, para el cálculo de la sedimentación suele trabajarse con el efecto medio temporal sobre tiempos del orden de  $T_s$ . Esto conduce a modelos hidrodinámicos independientes del tiempo. Sin embargo, el efecto de la impermanencia puede aparecer, debidamente integrado, en algunos de los términos de las ecuaciones de movimiento.

En función de la extensión de la escala de estudio se definirán tres rangos distintos, para cada uno de los cuales es posible formular un sistema de modelos diferente:

- a) ESCALA LARGA:  $L_s \gg L_n, L_h$   
 b) ESCALA MEDIA:  $L_s > L_o > L_h$   
 c) ESCALA CORTA:  $L_s, L_h > L_o$

En los problemas de escala larga, la hidrodinámica se adapta continuamente a las condiciones locales, por lo cual puede suponerse un perfil de velocidades de equilibrio a lo largo de toda la zona de estudio. Respecto del transporte de sedimento en suspensión, también puede suponerse una adaptación instantánea al equilibrio, por lo cual es posible utilizar las clásicas fórmulas de transporte.

Los problemas de escala media pueden darse, en general, solo en el caso de sedimentos finos, para los cuales  $L_s$  es muy larga frente a  $L_h$ . Las condiciones hidrodinámicas siguen siendo de equilibrio local. En cambio, el transporte de sedimentos se aparta de las condiciones de equilibrio, por lo cual debe plantearse un modelo de evolución.

Finalmente, en los problemas de escala corta tanto la hidrodinámica como el transporte de sedimentos se apartan del equilibrio, por lo cual ambos modelos deben ser de evolución.

Conocido el transporte de sedimentos, la evolución del fondo se calcula a través de un balance de masa, lo cual, a su vez, modifica las condiciones hidrodinámicas (medias), produciendo un proceso de cálculo iterativo.

#### MODELOS DE ESCALA LARGA

Es común trabajar con modelos hidrodinámicos integrados en vertical, lo cual lleva a formulaciones unidimensionales o bidimensionales según la horizontal. En rigor, estos modelos pueden utilizarse aún cuando se produzcan pequeños apartamientos del perfil de velocidades de las condiciones de equilibrio local.

Los modelos bidimensionales, utilizados para modelar una zona marítima costera o el detalle de un curso fluvial, están basados en las ecuaciones para aguas poco profundas [3]:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uh) + \frac{\partial}{\partial y} (vh) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv + g \frac{\partial h}{\partial x} = g I_{0y} - \frac{\tau_{fx}}{\rho} + \frac{\tau_{sx}}{\rho} + \frac{1}{\rho h} \frac{\partial}{\partial x} (h T_{xx}) + \frac{1}{\rho h} \frac{\partial}{\partial y} (h T_{xy}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu + g \frac{\partial h}{\partial y} = g I_{0x} - \frac{\tau_{fy}}{\rho} + \frac{\tau_{sy}}{\rho} + \frac{1}{\rho h} \frac{\partial}{\partial x} (h T_{xy}) + \frac{1}{\rho h} \frac{\partial}{\partial y} (h T_{yy}) \quad (3)$$

donde  $t$  es el tiempo,  $x$  e  $y$  las coordenadas espaciales,  $h$  la profundidad,  $u$  y  $v$  las componentes de la velocidad en las direcciones  $x$  e  $y$ , respectivamente,  $f$  el factor geotrófico,  $g$  la aceleración de la gravedad,  $I_0$  la pendiente del fondo,  $\tau_f$  la tensión de corte sobre el fondo (resistencia),  $\tau_s$  la tensión de corte sobre la superficie libre (por el viento) y  $T$  el tensor de las tensiones efectivas (básicamente, por turbulencia).

El sistema de ecuaciones (1)-(3) es de tipo hiperbólico. Su resolución numérica suele efectuarse por medio de métodos implícitos, que resultan más robustos. Incluso para problemas independientes del tiempo, como el presente, es conveniente plantear un método pseudo-evolucionario. Más detalles sobre la resolución de este sistema se presenta en las Referencias [4,5].

Los modelos hidrodinámicos unidimensionales, que se utilizan para representar el escurrimiento en ríos o canales, conducen a una ecuación diferencial ordinaria cuando son independientes del tiempo [6]. Esta puede resolverse eficientemente por métodos numéricos estándar.

Al tratar el transporte de sedimentos, debe distinguirse entre materiales "gruesos" (arena) y "finos" (limo y arcilla). Los primeros pueden ser transportados en suspensión o como "carga de fondo" (por rodamiento o por saltos). En cambio, los segundos solo se trasladan en suspensión y suelen tener un carácter cohesivo (fuerzas de origen físico-químico).

El transporte de sedimentos gruesos suele caracterizarse a través del parámetro de movilidad de Shields, que representa la relación entre fuerzas tractoras y estabilizadoras, y se define como

$$\theta = \frac{\tau_0}{(s-1) \gamma d} \quad (4)$$

donde  $\tau_0$  es la tensión de corte sobre el fondo (que depende de las condiciones hidrodinámicas),  $s$  la densidad específica del sedimento,  $\gamma$  el peso específico del agua y  $d$  el diámetro medio del sedimento. Cuando  $\theta$  supera un valor crítico  $\theta_c$ , el sedimento que reposa en el lecho se pone en movimiento y se desplaza como carga de fondo. Por ejemplo, la fórmula de Engelund-Fredsoe [7] cuantifica la descarga sólida de fondo (por unidad de ancho):

$$q_{ss} = [(s-1) g d^3]^{1/2} 5 p (\sqrt{\theta'} - 0.7 \sqrt{\theta_c}) \quad (5)$$

donde  $\theta'$  es el parámetro de Shields asociado a la "tensión de piel" (no incluye la resistencia por forma debido a las dunas) y  $p$  una medida de la probabilidad de movimiento, que depende del parámetro de Shields y del ángulo de fricción del sedimento.

Para valores crecientes de la tensión de corte, parte del sedimento se transporta en suspensión, al igual que el material fino. Existen modelos teóricos que permiten parametrizar el perfil de concentración de sedimento. Integrando en vertical se obtienen fórmulas para la descarga sólida (por unidad de ancho) como la de Deiggard:

$$q_{ss} = u_* h c_b F\left(\frac{w}{u_*}, \frac{h}{d}\right) \quad (6)$$

donde  $u_s$  es la velocidad de corte,  $w_s$  la velocidad de caída del sedimento (relacionada con  $d$ ),  $c_b$  la concentración de sedimento cerca de la pared, que depende del parámetro de Shields, y  $F$  una relación funcional relativamente complicada, pero directa.

La evolución del nivel de fondo  $z_0$  se expresa a través de la ecuación de continuidad del sedimento [6]:

$$\frac{\partial z_0}{\partial t} + \frac{1}{(1-n)} \frac{\partial}{\partial \xi} (q_{sr} + q_{ss}) = 0 \quad (7)$$

donde  $n$  es la porosidad del material depositado y  $\xi$  la coordenada a lo largo de la dirección de transporte. A través de la dependencia implícita que la descarga sólida tiene del nivel de fondo, la Ec. (7) es de naturaleza parabólica, lo cual está asociado a la observación física de que el proceso de cambio morfológico tiene características difusivas (tendencia a suavizar variaciones abruptas). Su resolución numérica es relativamente directa si se la lleva a cabo por métodos explícitos. Se han propuesto formulaciones implícitas que conducen a un acoplamiento de los tres modelos [8].

#### MODELOS DE ESCALA MEDIA

No hay diferencia con el caso anterior respecto de los modelos hidrodinámicos.

El transporte de sedimentos en suspensión se caracteriza a través de una ecuación de evolución para la concentración de sedimento. Es común trabajar con modelos hidrodinámicos integrados en vertical, ya que el apartamiento de las condiciones de equilibrio local no es muy fuerte (básicamente, se trata de un desfase espacial). Esto lleva a formulaciones unidimensionales o bidimensionales según la horizontal. Para el caso bidimensional se tiene la siguiente ecuación de evolución para la concentración media vertical  $c$  [9]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} (h K_{xx} \frac{\partial c}{\partial x}) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} (h K_{xy} \frac{\partial c}{\partial y}) \quad (8)$$

$$\frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} (h K_{yx} \frac{\partial c}{\partial x}) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} (h K_{yy} \frac{\partial c}{\partial y}) + E - D$$

donde  $K$  es el tensor de dispersión (incluye los efectos de la difusión turbulenta y la advección diferencial), y los términos fuente  $E$  y  $D$  representan el aumento de carga por resuspensión y la disminución por deposición. Ambos términos dependen de la tensión de corte contra el fondo y de las propiedades del sedimento. La descarga sólida por unidad de ancho se calcula como

$$q_{ss} = (u^2 + v^2)^{1/2} h c \quad (9)$$

La Ec. (8) es de tipo parabólico. Dado que, en general, la convección es dominante sobre la difusión, la integración numérica debe efectuarse con cuidado, de modo que la difusión numérica introducida al discretizar los términos convectivos sea despreciable frente a la difusión física. Se han propuesto técnicas de desdoblamiento y precisas integraciones de los términos convectivos utilizando interpolaciones de Hermite [10].

Para el problema particular en que la fuente de sedimento es localizada (descarga de tuberías de dragado, zonas de refulado), puede utilizarse una formulación paramétrica, en la que el "penacho de turbiedad" es representado como una sucesión de "manchas", que son distribuciones gaussianas. La evolución de los parámetros de estas manchas se representa por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias a lo largo de la característica (la trayectoria del elemento de fluido). Su integración numérica es relativamente directa [11,12,13].

En el caso unidimensional pueden usarse técnicas numéricas estandar, si se toman precauciones respecto de la elección de los pasos de discretización [13].

La evolución del fondo se calcula resolviendo la Ec. (7).

#### MODELOS DE ESCALA CORTA

Cuando la escala de estudio es corta, se hace necesario resolver el detalle de los perfiles de velocidad ( $u$  y  $w$  según la horizontal  $x$  y la vertical  $\zeta$ , respectivamente) y del coeficiente de mezcla ( $\epsilon$ ) en vertical, ya que éstos pueden apartarse significativamente de las condiciones de equilibrio local.

van Rijn ha formulado un modelo teórico paramétrico para la evolución de los perfiles, que conduce a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, de sencilla integración numérica [1,14]. La alternativa es resolver las Ecuaciones de Navier-Stokes. En el presente Congreso se presenta un método de este tipo [2].

La ecuación de evolución de la concentración es [9]:

$$\frac{\partial}{\partial x} (buc) + \frac{\partial}{\partial \zeta} [b(w - w_s)c] = \frac{\partial}{\partial \zeta} (bc_s \frac{\partial c}{\partial \zeta}) \quad (10)$$

donde  $x$  es la coordenada en la dirección del flujo y  $b$  el ancho del volumen de control. La descarga sólida por unidad de ancho de sedimento en suspensión se evalúa ahora como

$$q_{ss} = \int u c d\zeta \quad (11)$$

donde la integral se extiende sobre la columna de fluido. Como la escala de adaptación de la descarga de fondo continúa siendo pequeña, para este transporte pueden utilizarse las fórmulas clásicas.

La Ec. (10) es de tipo parabólico, y ha sido resuelta por un método implícito en elementos finitos [14,15].

La evolución del fondo se calcula resolviendo la Ec. (7).

#### APLICACIONES

##### Modelos de escala larga

Una aplicación de un modelo unidimensional de escala larga se efectuó en el río Paraná, en la zona del Túnel Subfluvial Hernandarias [16]. Se estudió la evolución del fondo ante la eventual interrupción del flujo de sedimentos que representaría la obra de Paraná Medio (cierre del río en las islas Chapetón).

La escala de estudio  $L_e$  es del orden de 10 km. Con profundidades de alrededor de 10 m resulta una escala de adaptación hidrodinámica  $L_h \approx 250$  m. Tomando un diámetro medio de sedimento de  $300 \mu$  (arena) se obtiene una velocidad de caída  $w_s \approx 4$  cm/s. La velocidad de corte  $u_c$  es del mismo orden que  $w_s$ , por lo cual, de acuerdo a van Rijn [1], resulta una escala de adaptación sedimentológica  $L_s < 50$  m. En consecuencia, se cumplen con holgura las condiciones de modelo de escala larga.

Se simularon condiciones hidrodinámicas estacionarias correspondientes al caudal necesario para transportar la carga sólida anual del brazo principal del río (13600 m<sup>3</sup>/s). Para representar el transporte total de sedimentos se utilizó la fórmula de Engelund-Hansen [17]. El modelo abarcó una extensión de alrededor de 33 km, desde la Isla Chapetón hasta Bajada Grande. El paso de cálculo temporal fue de 1 día.

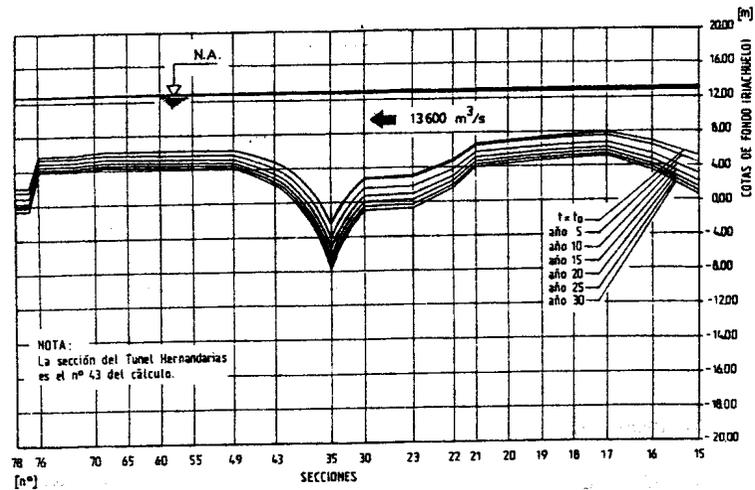


Figura 1. Evolución del perfil del lecho del río Paraná en la zona del Túnel Subfluvial Hernandarias, ante la interrupción del flujo de sedimentos por el cierre Paraná Medio.

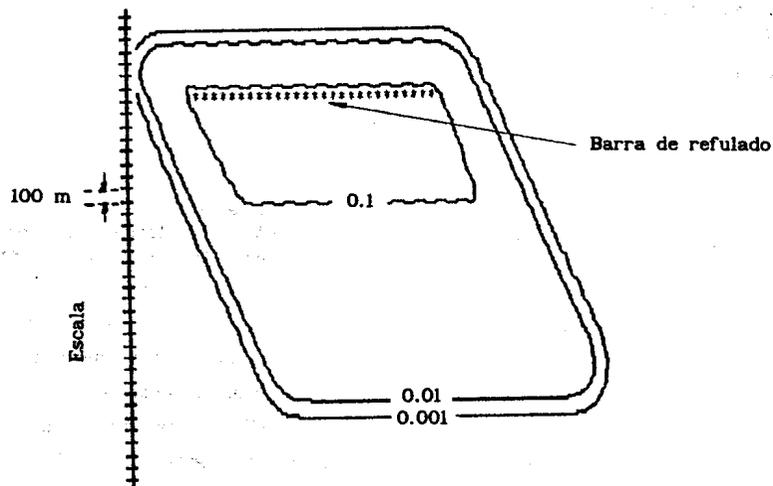


Figura 2. Líneas de isoconcentración relativa de sedimento resuspendido desde una barra de refulado en el Río de la Plata superior, al final de un intervalo de marea bajante.

30 años. La conclusión es que, una vez efectuado el cierre, el runel quedaria intacto al cabo de algo más de dos décadas, al desaparecer el espesor de tapada mínimo requerido para evitar su desarticulación por flotación.

#### Modelos de escala media

Un modelo bidimensional de escala media fue utilizado para simular los penachos de turbiedad resultantes de la erosión de barras de refulado en el Río de la Plata superior, con el objetivo de determinar la distancia mínima de descarga de material dragado respecto de los canales de navegación de modo de evitar su retorno.

Se trata de una escala de estudio  $L_e$  del orden de 1 km. Siendo las profundidades de alrededor de 5 m, se tiene que  $L_h \approx 125$  m. Con un diámetro medio de sedimento del orden de  $15 \mu$  (limo) resulta  $w_s \approx 0.2$  mm/s. Dado que la velocidad de corte  $u_*$  es del orden de 10 mm/s, se tiene que  $L_e > 5$  km. En consecuencia, son válidas las condiciones de modelo de escala media.

Se representaron condiciones hidrodinámicas medias en marea creciente y bajante. Dado que el material transportado es fino (básicamente limo), se despreció la tasa de sedimentación (hipótesis conservativa). Se utilizó el modelo sedimentológico paramétrico. La barra de refulado fue considerada como una sucesión lineal de fuentes de sedimento. Se generaron manchas con un intervalo temporal de 6 minutos.

En la Figura 2 se representa el penacho de turbiedad al cabo del intervalo de marea bajante. Se observa que, para esas condiciones particulares, la concentración de sedimento provocada por la resuspensión disminuye a la milésima parte (lo cual se considera un nivel despreciable) sobre una distancia de alrededor de 2,5 km. La conclusión es que (para esa zona particular) esta distancia es la mínima aconsejable, respecto del veril más cercano del canal de navegación, para descargar material dragado.

#### Modelos de escala corta

Una aplicación de un modelo de escala corta se efectuó para evaluar la tasa de sedimentación en los canales de navegación del Río de la Plata, considerando dragados a profundidades crecientes [18].

La escala de estudio es  $L_e \approx 100$  m. Dado que las escalas de adaptación son esencialmente las mismas que para el problema anterior ( $L_h \approx 125$  m,  $L_e > 5$  km), se cumplen las condiciones de modelo de escala corta.

Las condiciones hidrodinámicas se determinaron a partir de un modelo matemático bidimensional de la totalidad del río [19,20]. La concentración de sedimentos a la entrada del canal (cuya alineación presenta un pequeño sesgo respecto de la dirección de la corriente) y las características medias del material fueron definidas en base a la información de campo disponible.

En la Figura 3 se presentan las tasas anuales de sedimentación en cada uno de los canales de navegación para profundidades entre 28 y 46 pies. Estos datos sobre volúmenes de dragado constituyen el insumo básico para un estudio de factibilidad económica sobre la profundización de la ruta de navegación actual.

#### CONCLUSIONES

El marco de clasificación de modelos desarrollado, en base a la escala de estudio, permite determinar, con relativa precisión, el tipo de modelación necesaria para representar

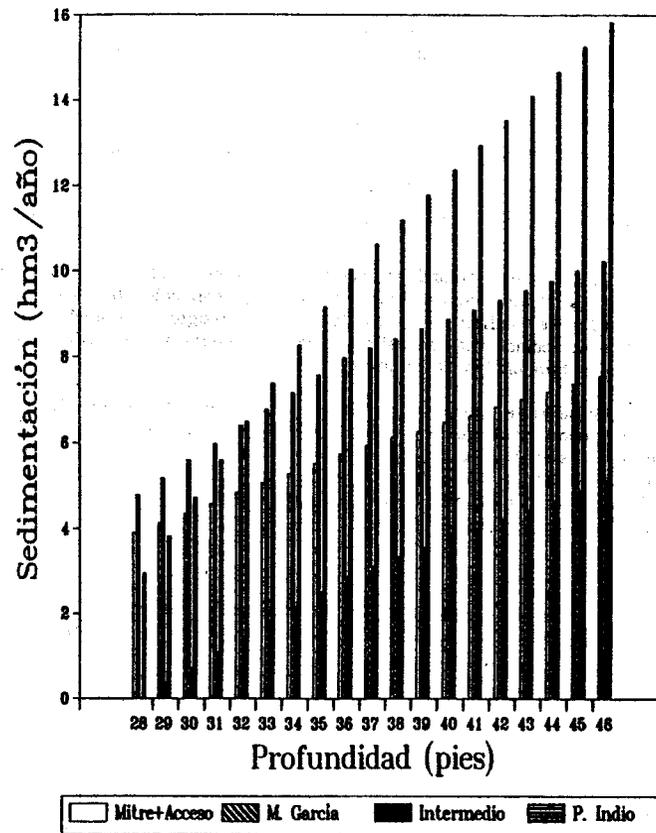


Figura 3. Volúmenes de sedimentación anual en los canales de navegación del Río de la Plata, para distintas profundidades náuticas.

adecuadamente la física del proceso de evolución morfológica bajo estudio.

Los distintos modelos conducen a problemas matemáticos muy diversos, por lo cual es necesario implementar un amplio espectro de técnicas numéricas.

#### REFERENCIAS

- [1] van Rijn, L.C., *Mathematical modelling of morphological processes in the case of suspended sediment transport*, Delft Hydraulics Communication No. 382., June 1987.
- [2] Tarela, P., Menéndez, A.N., *Un modelo hidrodinámico para flujos estratificados a superficie libre*, ENIEF'92, Bariloche, setiembre 1992.
- [3] Abbott, M.B., *Computational Hydraulics*, Pitman Publ., 1979.
- [4] Menéndez, A.N., *Simulación numérica de flujos cuasi-bidimensionales a superficie libre*, Informe LHA-INCYTH SS-016-85, 1985.
- [5] Menéndez, A.N., *Sistema HIDROBID II para simular corrientes en cuencos*, Rev. Int. Mét. Num. Cálculo y Diseño en Ing., Vol. 6, 1, 1990, pp. 25-36.
- [6] Henderson, F.M., *Open Channel Flow*, Macmillan, 1974.
- [7] Engelund, F., Fredsoe, J., *A sediment transport formula for straight alluvial channels*, Nord. Hydrol., 7, 1976, pp 293-306.
- [8] Rahuel, J.L., Holly, F.M., Chollet, J.P., Belleudy, P.J., Yang, G., *Modelling of Riverbed Evolution for Bedload Sediment Mixtures*, Jr. Hydr. Eng., ASCE, Vol. 115, 11, 1989.
- [9] Gray, W.G. (editor), *Physics-Based modeling of lakes, reservoirs and impoundments*, ASCE, 1986.
- [10] Holly, F.M., Usseglio-Polatera, J.M., *Dispersion simulation in two-dimensional tidal flow*, J. Hydr. Eng., ASCE, Vol. 110, 1984, pp 905-926.
- [11] Menéndez, A.N., *Simulación numérica de la dispersión de contaminantes en regiones localizadas*, Informe LHA-INCYTH 066-001-86, 1986.
- [12] Carreras, P.E., Menéndez, A.N., *Mathematical simulation of pollutant dispersion*, Ecological Modelling, 52, 1990, pp. 29-40.
- [13] Menéndez, A.N., *Métodos numéricos para problemas de transporte de contaminantes*, MECOM'91, Santa Fe-Paraná, 1991.
- [14] Menéndez, A.N., *Simulación numérica de la sedimentación en canales de navegación*, Informe LHA-INCYTH 102-001-92, 1992.
- [15] Menéndez, A.N., *Modelo de sedimentación en canales de navegación*, ENIEF'90, Mar del Plata, 1990.
- [16] Hopwood, H.J., Buceta, J.S., *Túnel Subfluvial Hernandarias. Estudio sobre modelo hidráulico*, Informe LHA-INCYTH 040-004-82, 1982.
- [17] Engelund, F., Fredsoe, J., *Sediment ripples and dunes*, Ann. Rev. Fluid Mech., 14, 1982, pp. 13-37.
- [18] Hopwood, H.J., Menéndez, A.N., Chividini, M.F., Cavaliere, M.A., Marazzi, M.L., Savioli, J.C., Vernet, G.F., *Informe de prefactibilidad. Navegación de ultramar en la Ruta Rosario-Océano*, Informe LHA-INCYTH 114-002-91, 1991.
- [19] Molinari, G.N., *Simulación numérica de la circulación en el Río de la Plata*, Informe LHA-INCYTH SS-017-86, 1986.
- [20] Marazzi, M.L., Menéndez, A.N., *Estudio de las corrientes en los canales de navegación del Río de la Plata*, Informe LHA-INCYTH 114-003-91, 1991.

