

**MODELADO NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA SIMULTÁNEA DE CALOR Y MATERIA
DURANTE EL SECADO DE CEREALES EN SECADORAS DE LECHO FIJO**

Sergio A. Giner y Rodolfo H. Mascheroni*

Centro de Investigación y Desarrollo en Criotecología de Alimentos
(CIDCA). Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de La Plata
*Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata
Calle 47 y 116, 1900 La Plata, Argentina

RESUMEN

Se desarrolla un modelo numérico para predecir la transferencia simultánea de calor y materia durante el secado de granos en secadoras de lecho fijo.

Se obtienen los balances diferenciales que caracterizan al sistema y se resuelven por un método numérico.

Se comparan los resultados predichos usando el modelo contra valores experimentales para el secado de trigo y maíz en lecho fijo.

SUMMARY

A numerical model is developed to predict simultaneous heat and mass transfer during grain drying in fixed bed dryers.

The differential balances that characterize the system are obtained and are solved using a numerical method.

Results predicted using this model are compared against experimental values for fixed bed drying of wheat and corn.

INTRODUCCION

El primer método usado para el secado de granos con aire forzado fue el secado en silo o secado en lecho fijo discontinuo. Este método ha sido paulatinamente reemplazado por las secadoras continuas donde el grano desciende por gravedad. El espesor del lecho varía entre 0.1 y 0.4 m, muy inferior al de un silo lleno [1]. Estas secadoras, que presentan un arreglo aire-grano a flujo cruzado, permiten operar con bajas potencias de soplado y aceptables tiempos de residencia [2].

Uno de los principales problemas asociados a estos equipos es que se diseñan en forma prácticamente artesanal debido a la dificultad para el modelado de la transferencia simultánea de calor y materia en el sistema granos-aire. Las deficiencias del diseño provocan grandes pérdidas económicas por excesivo consumo de combustible y daños al grano o por deficiente secado y el posterior brotado o deterioro fúngico.

Sin embargo, un modelo matemático adecuado permite no sólo el diseño y

optimización del uso de estos equipos, sino que es extrapolable con pocas modificaciones a secadoras continuas con flujo de aire cruzado de dirección alternante [3], que son muy comunes en nuestro país.

Por ello en este trabajo se encaró el modelado de secadoras de lecho fijo. El modelo desarrollado está basado en la combinación de ecuaciones de capa fina con balances de calor y masa en dos fases: los granos y el aire. El sistema queda caracterizado por cuatro balances diferenciales acoplados, los que deben resolverse simultáneamente. Los balances se explicitaron como ecuaciones a diferencias y se resolvieron numéricamente.

Como prueba de la validez del método se presentan, finalmente, valores típicos predichos utilizando el programa de cálculo desarrollado en lenguaje FORTRAN 77, los que se comparan contra resultados experimentales de bibliografía.

MODELADO MATEMATICO

Como es usual en este tipo de modelo matemático, para plantear los balances se utilizó un volumen de control (capa de granos) de espesor Δz (Fig. 1). El espesor de esta capa es suficientemente pequeño como para que sea válida la suposición que, a un dado tiempo, no hay gradientes de temperatura o humedad entre los granos de una misma capa.

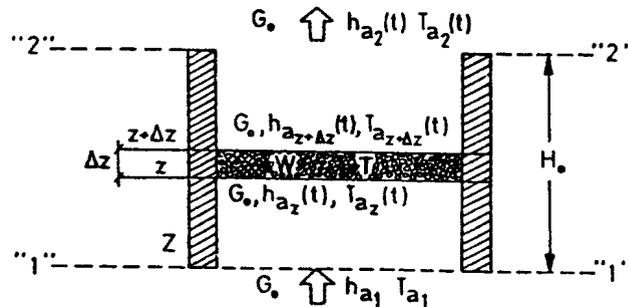


Figura 1: esquema del lecho fijo y de una capa de grano genérica

Al formular los balances de calor y materia se hicieron las siguientes suposiciones:

- El secado de los granos individuales ocurre bajo control interno.
- La transferencia de calor aire-grano está gobernada por control convectivo (externo).
- El aire se distribuye uniformemente sobre la sección transversal del lecho.
- Los granos de cereal se comportan como esferas con igual área por unidad de volumen que las semillas reales.
- Las transferencia de calor por conducción entre las semillas es despreciable respecto de la transferencia aire-grano.
- Las pérdidas de calor a través de las paredes de la secadora son despreciables respecto del calor transferido entre el aire y los granos.
- La acumulación de calor y humedad en el espacio intergranular es insignificante respecto de las magnitudes transportadas por convección.
- La humedad superficial de los granos puede ser calculada como el valor instantáneo de equilibrio en las condiciones promedio del aire

en la capa.

Estas suposiciones son habituales en estudios sobre sistemas similares [4,5,6,7].

Balances de masa y energía

Balances de masa: El balance de agua se realiza en ambas fases

a) Aire intergranular

$$\left| \begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{acumulación de} \\ \text{vapor de agua} \\ \text{en el aire} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{l} \text{Velocidad neta de} \\ \text{entrada de vapor} \\ \text{de agua con el} \\ \text{flujo de aire} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{l} \text{Velocidad de trans-} \\ \text{ferencia de vapor de} \\ \text{agua desde los alre-} \\ \text{dedores (granos)} \end{array} \right|$$

$$\delta a \epsilon_0 S \Delta z \frac{\delta h_a}{\delta t} = G_0 S h_{a_0} - G_0 S h_{a_0 + \Delta z} + \Delta \dot{m}_v \quad (1)$$

b) Granos

$$\left| \begin{array}{l} \text{Velocidad de acumulación} \\ \text{de humedad en los granos} \end{array} \right| = - \left| \begin{array}{l} \text{Velocidad de transferencia de vapor de} \\ \text{agua a través de los límites del sistema} \end{array} \right|$$

$$\delta s (1 - \epsilon_0) S \Delta z \frac{\delta W}{\delta t} = - \Delta \dot{m}_v \quad (2)$$

De las ecuaciones (1) y (2), después de reordenar y tomando el límite para $\Delta z \rightarrow 0$, se obtiene lo siguiente:

$$\delta a \epsilon_0 S \frac{\delta h_a}{\delta t} + G_0 S \frac{\delta h_a}{\delta z} - \delta s (1 - \epsilon_0) S \left(\frac{-\delta W}{\delta t} \right) = 0 \quad (3)$$

Suponiendo que en la ec.(3) el término de acumulación de vapor en el aire intergranular es despreciable respecto del de pérdida de agua por los granos [8] se obtiene una ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{dh_a}{dz} = \delta s (1 - \epsilon_0) \left(\frac{-dW}{dt} \right) \quad (4)$$

Balances de energía térmica: También se realizan sobre ambas fases

a) Aire intergranular

$$\left| \begin{array}{l} \text{Velocidad de acumulación} \\ \text{de energía térmica en el} \\ \text{aire intergranular} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{l} \text{Velocidad de transferencia de energía} \\ \text{térmica asociada al intercambio de a-} \\ \text{gua con los alrededores (los granos)} \end{array} \right| +$$

$$+ \left| \begin{array}{l} \text{Velocidad neta de en-} \\ \text{trada de energía térmi-} \\ \text{ca con el flujo de aire} \end{array} \right| - \left| \begin{array}{l} \text{Velocidad de transferencia convectiva} \\ \text{de calor a través de los límites del} \\ \text{sistema (sólo considera a los granos)} \end{array} \right|$$

$$\delta a \epsilon_0 S \Delta z \frac{\delta H_a}{\delta t} = \Delta \dot{m}_v H_{vs} + G_0 S H_{a_0} - G_0 S H_{a_0 + \Delta z} - \Delta \dot{Q} \quad (5)$$

b) Granos

$$\left| \begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{acumulación de} \\ \text{energía térmica} \\ \text{en los granos} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{l} \text{Velocidad de transfe-} \\ \text{rencia convectiva de} \\ \text{calor a través de los} \\ \text{límites del sistema} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{l} \text{Velocidad de transferencia} \\ \text{de energía térmica a-} \\ \text{sociada a la transferencia} \\ \text{de vapor desde los granos} \end{array} \right|$$

$$\delta s (1-\epsilon_0) S \Delta z \frac{\delta H}{\delta t} = \dot{\Delta Q} - \Delta \dot{m} v H_{vs} \quad (6)$$

Suponiendo que sólo existe transferencia de calor convectiva entre el aire y los granos, y que no hay pérdidas de calor a través de las paredes de la secadora:

$$\dot{\Delta Q} = h a_v (1-\epsilon_0) S \Delta z (T_a - T) \quad (7)$$

Reemplazando las ecs.(2) y (7) en la ec.(5), reordenando y tomando límites para $\Delta z \rightarrow 0$ se obtiene lo siguiente:

$$\delta a \epsilon_0 \frac{\delta H_a}{\delta t} + G_0 \frac{\delta H_a}{\delta z} = \delta s (1-\epsilon_0) \left(\frac{-\delta W}{\delta t} \right) H_{vs} - h a_v (1-\epsilon_0) (T_a - T) \quad (8)$$

Si se desprecia en la ec.(8) el término de acumulación en el aire intergranular se obtiene una ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{dH_a}{dz} = - \frac{(1-\epsilon_0)}{G_0} \left[h a_v (T_a - T) - \left(\frac{-dW}{dt} \right) \delta s H_{vs} \right] \quad (9)$$

Realizando los mismos reemplazos en la ec.(6):

$$\delta s \frac{dH}{dt} = h a_v (T_a - T) - \delta s \left(\frac{-dW}{dt} \right) H_{vs} \quad (10)$$

En las ecuaciones (9) y (10) se utilizan las siguientes definiciones para las entalpías y capacidades térmicas:

$$\text{Aire húmedo: } H_a = H_{ad} + H_{va} h_a \quad C_{pah} = C_{pad} + C_{pv} h_a$$

$$\frac{dH_a}{dz} = C_{pah} \frac{dT_a}{dz} + H_{va} \frac{dh_a}{dz}$$

$$H_{vs} = L_0 + C_{pv} T \quad \text{y} \quad H_{va} = L_0 + C_{pv} T_a$$

$$\text{Granos: } H = H_s + H_{ws} W \quad C_p = C_{ps} + C_{pws} W$$

$$\frac{dH}{dt} = C_p \frac{dT}{dt} + H_{ws} \frac{dW}{dt} \quad \text{y} \quad L_d = -(H_{ws} - H_{vs})$$

Reemplazando en las ecs.(9) y (10) y reordenando:

$$\frac{dT_a}{dz} = - \frac{(1-\epsilon_0)}{G_0 C_{pah}} \left[h a_v (T_a - T) + \left(\frac{-\delta W}{dt} \right) \delta s C_{pv} (T_a - T) \right] \quad (11)$$

$$\frac{dT}{dt} = h a_v (T_a - T) - \left(\frac{-dW}{dt} \right) \frac{L_d}{C_p} \quad (12)$$

Se han propuesto diferentes modelos para predecir la dependencia del contenido de agua W con el tiempo. Es fundamental realizar un modelado adecuado de esta función porque ésta determina en gran medida el valor y forma de los perfiles de humedad dentro de los granos y la variación de temperatura y humedad a lo largo de la secadora [9]. Estos modelos están basados generalmente en la teoría de la difusión (ecuaciones difusivas de capa delgada EDCD) o son semiempíricas [9].

En este trabajo se ha utilizado una ecuación del primer tipo: Una EDCD simplificada derivada de la solución exacta de la segunda ley de Fick, la cual predice con error menor del 1% para el caso de esferas. Su expresión es [10]:

$$\frac{dW}{dt} = - (W - W_e) \frac{(x / [t \kappa]^M - 0.331 x^2 / t)}{(1 - 2 x / \kappa^M + 0.331 x^2)} \quad (13)$$

válida para $x = a \sqrt{(D t)^M} \leq 0.98$ (tiempos cortos), y

$$\frac{dW}{dt} = - (W - W_e) \frac{x^2}{9 t} \quad \text{válida para } x > 0.98 \text{ (tiempos largos)} \quad (13')$$

Para estos cálculos se relacionó al coeficiente efectivo de difusión D con la temperatura por una función tipo Arrhenius:

$D = D_0 e^{-[E_a / (R(T + 273.15))]}$
 Para maíz los valores experimentales D_0 y E_a se obtuvieron a partir de medidas en capa delgada con maíz de la variedad Dekalb 4D70. Estos valores son:

$$D_0 = 8.067 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \quad \text{y} \quad E_a = 6334 \text{ cal mol}^{-1}$$

Para trigo se utilizaron datos de bibliografía [10]:

$$D_0 = 7.68 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \quad \text{y} \quad E_a = 12200 \text{ cal mol}^{-1}.$$

Finalmente, las relaciones (4), (11), (12) y (13)-(13') forman el conjunto de 4 ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) acopladas que definen al sistema.

SOLUCION NUMERICA

Las condiciones iniciales necesarias para la solución de las EDOs arriba mencionadas son:

$$t = 0 \quad \begin{cases} W = W_0 & \text{para } 0 \leq z \leq H_0 \quad (\text{en ec. (13)}) \\ T = T_0 & \text{para } 0 \leq z \leq H_0 \quad (\text{en ec. (12)}) \end{cases}$$

$$z = 0 \text{ (primera capa)} \quad \begin{cases} T_a = T_{a1} & \text{para } t \geq 0 \quad (\text{en ec. (11)}) \\ h_a = h_{a1} & \text{para } t \geq 0 \quad (\text{en ec. (4)}) \end{cases}$$

Independientemente del método numérico utilizado para resolver el sistema de EDOs es necesario asignar las condiciones del aire a la entrada de todas las capas del lecho (a $t = 0$). Con este fin, la ec. (13) fue calculada a $t = 0.2$ s en lugar de $t = 0$, porque para $t = 0$ la velocidad de secado de cada capa es infinita, tal como lo expresa la ec. (13). Utilizando entonces esos valores de dW/dt , se resolvieron las ecs. (4) y (11). Los valores de h_{a1} y T_{a1} así obtenidos fueron tomados como los valores iniciales para cada capa.

Algoritmo general de solución: Para cada intervalo de tiempo, se calculó cada capa usando un incremento espacial de tamaño $\Delta z/2$ para la solución de las ecs. (4) y (11); se empleó un simple algoritmo de Euler. Los resultados de temperatura y humedad del aire obtenidos se consideraron como los valores promedio de estas variables en el aire integral de la capa.

Con estos valores se volvieron a calcular las ecs. (4) y (11) por el método de Euler, pero ahora usando un intervalo de tamaño Δz . Así se obtuvieron las condiciones de salida, que se tomaron como condiciones de entrada a la capa siguiente. Este procedimiento se continuó, para cada capa, hasta calcular el espesor total del lecho H_0 para el tiempo $t = t$. El mismo procedimiento se repitió para $t = t + \Delta t/2$ (dos veces) y para

$t = t + \Delta t$. De esta manera se obtuvieron las constantes necesarias para resolver las ecs. (12) y (13)-(13') por el método de Runge-Kutta de cuarto orden. Los valores de T y W para cada capa fueron calculados por la aplicación repetitiva de este algoritmo.

El proceso iterativo completo se repitió, para cada intervalo de tiempo hasta que se alcanzó el contenido medio de humedad deseado en el lecho.

RESULTADOS

Comparación entre los resultados predichos y los experimentales

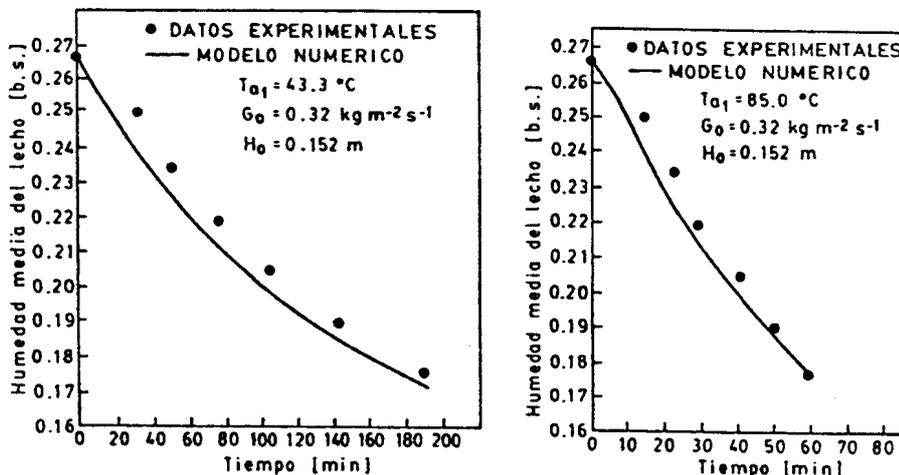
1) Secado de maíz en lecho fijo

Se compararon las predicciones del modelo contra datos de bibliografía de secado de maíz en lecho fijo [11]. Las condiciones operativas de las dos corridas comparadas para validar el modelo fueron:

Contenido inicial de humedad, $W_0 = 0.266$ b.s.
Contenido final de humedad (media en el lecho), $W_{fm} = 0.176$ b.s.
Velocidad másica del aire, $G_0 = 0.316 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$
Altura del lecho, $H_0 = 0.1524$ m
Temperatura inicial de los granos, $T_0 = 20^\circ\text{C}$
Humedad del aire de entrada, $ha_1 = 0.01 \text{ kgkg}^{-1}$

La Figura 2A corresponde a una temperatura de entrada de aire T_{a1} de 43.3°C . El modelo presenta una buena concordancia con el tiempo de secado experimental, pero sobreestima algo la velocidad de secado en la primera parte del proceso.

En la Figura 2B T_{a1} es 85°C , una temperatura típica en el secado de maíz que se usará como alimento de animales. En este caso el modelo el predice mucho mejor los datos experimentales, probablemente por un mejor ajuste de la ecuación de difusión para temperaturas altas, dando un valor igual al experimental para el tiempo de secado.



A

B

Figura 2: secado de maíz en lecho fijo.

2) Secado de trigo en lecho fijo

Se simularon dos corridas experimentales típicas de secado de trigo en lecho fijo tomadas de bibliografía [12]. Las condiciones operativas comunes a ambas corridas fueron:

Contenido inicial de humedad, $W_0 = 0.25$ b.s.
Velocidad másica del aire, $G_0 = 0.310 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$
Altura del lecho, $H_0 = 0.152$ m.
Temperatura inicial de los granos, $T_0 = 20^\circ\text{C}$.
Humedad del aire de entrada, $h_{a1} = 0.01 \text{ kgkg}^{-1}$

En las Figuras 3 y 4 se presentan los resultados del modelado de secado de trigo en lecho fijo para distintas temperaturas de gas. El primer caso es para $T_{a1} = 43.3^\circ\text{C}$ y el segundo para $T_{a1} = 65.5^\circ\text{C}$. Se ve nuevamente que la predicción es buena, tanto en el contenido medio de agua como en el tiempo de secado.

En este caso, a la inversa del de maíz, el modelo subpredice algo la velocidad de secado. Como se deduce de ello, estas diferencias no son debidas a la formulación matemática o al desarrollo numérico, sino que están originadas en la inseguridad de los valores de las numerosas propiedades físicas utilizadas y en su dependencia no perfectamente establecida con la temperatura, humedad y variedad de cereal.

Finalmente, en la Figura 5 se presenta un típico perfil instantáneo de temperatura y humedad dentro del lecho, obtenido utilizando el modelo para las condiciones de la Figura 4.

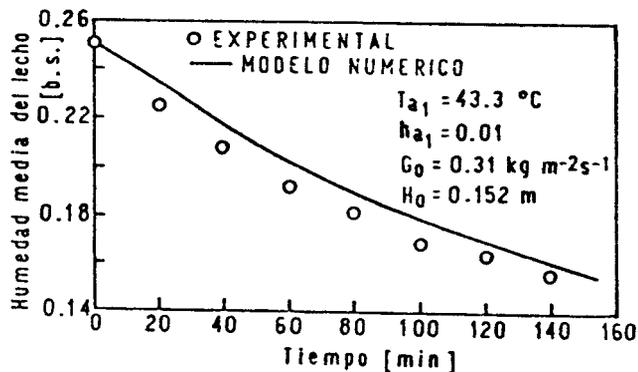


Figura 3: secado de trigo en lecho fijo con $T_{a1} = 43.3^\circ\text{C}$

CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo complejo para predecir la transferencia simultánea de calor y materia en el secado de cereales en lecho fijo. Se han hecho una cantidad mínima de simplificaciones, de forma de poder predecir lo más exactamente posible los perfiles de temperatura y humedad dentro del lecho y, consiguientemente, el tiempo de secado.

El modelo predice con precisión los datos experimentales de secado de trigo y maíz en secadoras de lecho fijo.

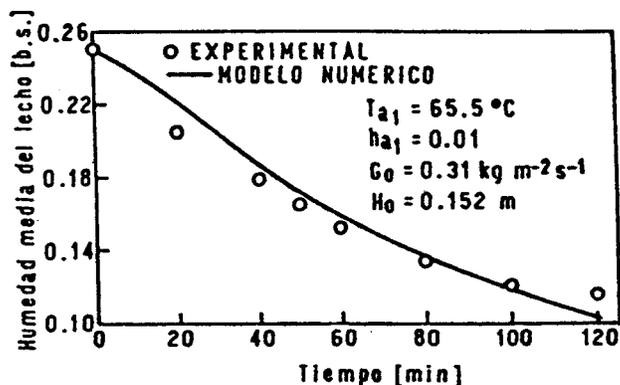


Figura 4: secado de trigo en lecho fijo con $T_{a1} = 65.5^{\circ}\text{C}$

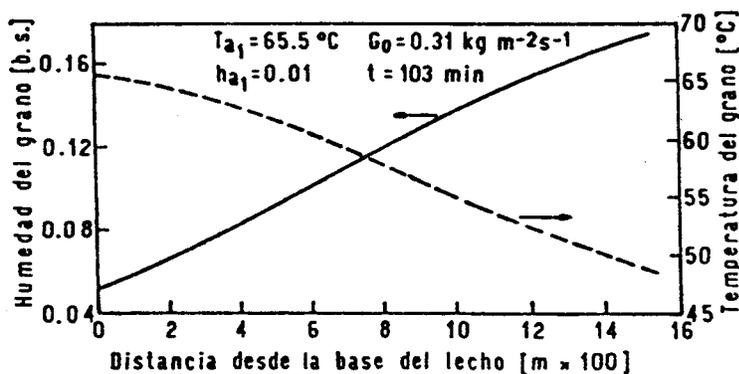


Figura 5: perfiles instantáneos de temperatura y humedad de grano durante el secado de trigo bajo las condiciones de la Figura 4

Para aumentar aun mas la confiabilidad de los resultados se necesita la determinación precisa de aquellas propiedades físicas del cereal que se utilizan en el modelado: coeficiente de difusión, isoterma de absorción y calor de desorción del agua; capacidad calorífica, área por unidad de volumen y coeficiente de transferencia de calor de los granos. Estas propiedades varían en muchos casos simultáneamente con la temperatura y humedad y dependen del tipo y variedad del cereal, con lo que se complican enormemente su determinación o predicción precisa.

Finalmente, es de hacer notar que este modelo se puede generalizar para la predicción en secadoras continuas con flujo cruzado de aire de dirección alternante, de uso muy frecuente en nuestro país [13].

NOMENCLATURA

Letras a_v : Área por unidad de volumen [m^{-1}]

C_p : Capacidad calorífica, también capacidad calorífica de

los granos [$\text{Jkg}^{-1}\text{C}^{-1}$]
D: Coeficiente de difusión del agua [m^2s^{-1}]
D=: Constante en la definición de D
Go: Velocidad másica del aire [$\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$]
H: Entalpía, también entalpía de los granos [Jkg^{-1}]
Ho: Espesor del lecho [m]
h: Coeficiente de transferencia de calor [$\text{Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$]
ha: humedad del aire [kg vapor de agua/ kg aire seco]
Ld: Calor de desorción del agua [Jkg^{-1}]
Lo: Entalpía del vapor de agua a 0 °C [Jkg^{-1}]
 Δm_v : Velocidad de transferencia de vapor de agua [kgs^{-1}]
 ΔQ : Velocidad de transferencia de calor [W]
S: Sección transversal de la secadora [m^2]
t: Tiempo [s]
 Δt : Incremento de tiempo [s]
T: Temperatura, también temperatura de los granos [°C]
W: Contenido de agua del grano [kg agua / kg materia seca]
x: Variable adimensional en ecs. (13) y (13')
z: Coordenada espacial a lo largo del lecho de granos [m]
 Δz : Incremento en la coordenada espacial [m]

Letras griegas δ : Densidad [kgm^{-3}]
 ϵ_0 : Porosidad del lecho (adimensional)

Subíndices a: aire

ad: aire seco
ah: aire húmedo
al: aire a la entrada de la secadora
e: valor de equilibrio a T
fm: final (media del lecho)
o: valor inicial
s: sólido seco
v: vapor de agua
va: vapor de agua en el aire
vs: vapor de agua en el sólido
ws: agua líquida en el sólido
z: evaluada al comienzo de la capa
z + Δz : evaluada al final de la capa

REFERENCIAS

1. Lasseran, J.C. en "Conservation et Stockage des Grains et Graines et Produits Derivés", Vol. II. Lavoisier, 1982.
2. Morey, R.V. y Cloud, H.A. "Simulation and Evaluation of a Multiple Column Crossflow Grain Dryer", Trans. ASAE, Vol. 16, 1973, pags. 984-987.
3. Bruce, D.M., "Simulation of Multi-bed, Concurrent-, Counter-, and Mixed-flow Grain Dryers", J. Agric. Engng. Res., Vol. 30, 1984, pags. 361-372.
4. Becker, H.A. y Isaacson, R.A., "Wheat Drying in Well-stirred Batch and Continuous Moving Bed Dryers", Can. J. Chem. Engng., Vol. 48, 1970, pags. 560-567.
5. Bakker Arkema, F.W. y Brook, R.C., "Concurrent Flow Drying of Grains", en Drying 82. Hemisphere Pub. Co., 1982, pags. 263-271.
6. Giner, S.A. y Calvelo, A., "Modelling of Wheat Drying in Fluidized Beds", J. Food Sci., Vol. 52, 1987, pags. 1358-1363.
7. Giner, S.A. y De Michelis, A., "Evaluation of the Thermal Efficiency of Wheat Drying in Fluidized Beds. Influence of Air Temperature and Heat Recovery", J. Agric. Engng. Res., Vol. 41, 1988, pags. 11-23.

8. Brooker, D.B., Bakker-Arkema, F.W. y Hall, C.W., "Drying Cereal Grains". AVI Pub. Co., 1974.
9. Nellist, M.E., "The Drying of Wheat in the U.K.", Conferencia en el Primer Congreso Nacional de Trigo. Pergamino, Argentina, 1986.
10. Becker, H.A., "A Study of Diffusion in Solids of Arbitrary Shape, With Application to the Drying of the Wheat Kernel", J. Appl. Polym. Sci., Vol. 1, 1959, pags. 212-218.
11. Young, J.H. y Dickens, J.W., "Evaluation of Costs for Drying Grain in Batch or Cross-flow Systems", Trans. ASAE, Vol. 18, 1975, pags. 734-739.
12. Woodforde, J. y Lawton, P.J., "Drying Cereal Grain in Beds Six Inches Deep", J. Agric. Engng. Res., Vol. 10, 1965, pags. 146-171.
13. Giner, S.A. y Mascheroni, R.H., "Modelado de la Transferencia de Calor y Materia en Maíz en Secadoras de Flujo Cruzado con Flujo de Aire de Dirección Alternante", en IV Congreso Latinoamericano de Transferencia de Calor y Materia. La Serena, Chile, 28-31 de Octubre de 1991.