

ANALISIS ELASTO-PLASTICO DE ABERTURAS SUBTERRANEAS
MEDIANTE EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS

Carlos H. Delahaye

Instituto de Investigaciones Mineras.
Facultad de Ingeniería.
Universidad Nacional de San Juan.
San Juan - Argentina.
Becario del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas.

RESUMEN

En este trabajo se analiza el comportamiento de aberturas subterráneas mediante el empleo de un modelo en elementos finitos bidimensional (2D) no lineal (elasto-plástico), con ley de fluencia de Mohr-Coulomb.

En primer lugar se estudia una galería aislada de acceso a una mina con sección transversal circular o abovedada. A continuación se comprueba el diseño del pilar entre dos galerías adyacentes y paralelas.

El grado de seguridad del diseño se determina en función de un coeficiente de seguridad frente a la plastificación.

ABSTRACT

This paper analyses the underground opening behaviour employing an elastic-plastic non-linear and bidimensional model with a Mohr-Coulomb flow rule in finite elements.

First, an isolated gallery entering to a mine with a cross circular or vaulted section is studied. Second, the pillar design situated between two adjacent and parallel galleries is verified.

The design security degree is evaluated as a function of the plastized areas applying a security coefficient.

INTRODUCCION

En este trabajo se analiza el comportamiento de aberturas subterráneas que constituyen el acceso a una explotación de carbón.

Básicamente, se accede al manto de carbón que se desea explotar a través de los accesos principales y secundarios. Estos accesos se constituyen normalmente por una única galería, o dos galerías adyacentes y paralelas de forma abovedada.

En primer lugar, se analiza el comportamiento de una galería de sección circular o abovedada (acceso secundario). A continuación, se verifica la estabilidad del pilar para un acceso principal constituido por dos galerías adyacentes y paralelas de sección transversal abovedada.

El trabajo se desarrolla de acuerdo con la siguiente metodología :

- Se caracteriza geomecánicamente el macizo rocoso a partir de los registros obtenidos tanto de las labores de campo como de los ensayos de laboratorio.
- En base al diseño de galerías, se prepara el modelo de elementos finitos. Se utiliza un modelo bidimensional (2D), no lineal, elasto-plástico, bajo hipótesis de deformación plana, con ley de fluencia de Mohr-Coulomb, considerándose horizontal la rama plástica del diagrama tensión-deformación.
- Realizados los cálculos, se analizan los resultados obtenidos con el objeto de evaluar la validez del diseño considerado. Este análisis se lleva a cabo teniendo en cuenta fundamentalmente el grado de seguridad frente a la plastificación y el nivel de tracciones existentes en el pilar y en el entorno de las galerías.
- Por último, el diseño se ubica a distintas profundidades y dada la incertidumbre en cuanto al valor de los esfuerzos in situ, se consideran distintas relaciones horizontal/vertical de esfuerzos iniciales.

CRITERIO DE FLUENCIA DE MOHR-COULOMB

El criterio de fluencia de Mohr-Coulomb [1], constituye una generalización de la ley de fricción de Coulomb en la falla, y que se define por :

$$\bar{\sigma} = c - \bar{\sigma}_n \operatorname{tg} \phi \quad (1)$$

donde $\bar{\sigma}$ es el valor del esfuerzo de corte, $\bar{\sigma}_n$ es el esfuerzo normal (tracción +, compresión -), c es la cohesión y ϕ el ángulo de fricción interna.

Gráficamente, la (1) representa una línea recta tangente a círculos de Mohr, correspondientes a los esfuerzos prin-

principales mayor y menor en la falla, como se muestra en la Fig. 1.

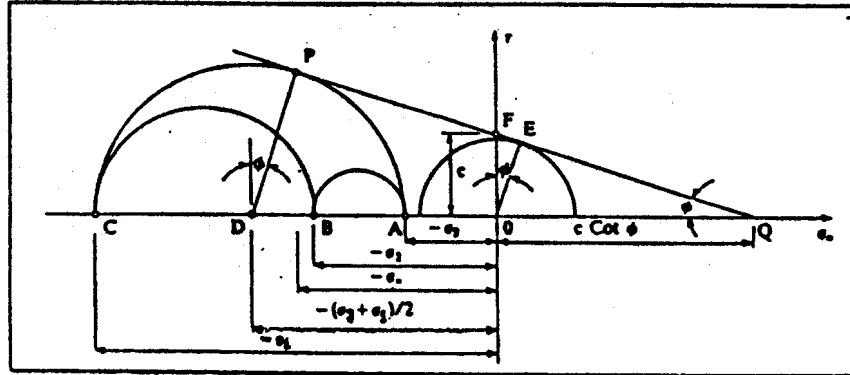


Fig. 1 Criterio de Fluencia de Mohr-Coulomb

De la Fig. 1 y para $|\sigma_1| > |\sigma_2| > |\sigma_3|$, se tiene :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \bar{\sigma}_m \cos \phi = \\ &= - \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \cos \phi \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_n &= \bar{\sigma}_m + \bar{\sigma}_m \sin \phi = \\ &= \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) - \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \sin \phi \end{aligned} \quad (3)$$

reemplazando (2) y (3) en la (1),

$$- \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) = 2 c \cos \phi - \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \sin \phi \quad (4)$$

De la (4), la ley de fluencia de Mohr-Coulomb es :

$$r = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \sin \phi - \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) - 2 c \cos \phi \quad (5)$$

denominando $\bar{\sigma}_{efec}$ tensión efectiva y $\bar{\sigma}_f$ tensión de fluencia

$$\bar{\sigma}_{efec} = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \sin \phi - \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \quad (6)$$

$$\bar{\sigma}_f = 2 c \cos \phi \quad (7)$$

resulta,

$$r = \bar{\sigma}_{efec} - \bar{\sigma}_f \quad (8)$$

si $r < 0$, no hay fluencia
si $r > 0$, hay fluencia

El coeficiente de seguridad frente a la plastificación se define por :

$$F_s = \bar{\sigma}_f / \bar{\sigma}_{efec} \quad (9)$$

Para $F_s = 1$, hay plastificación
 $F_s > 1$, no hay plastificación

CARACTERIZACION GEOMECANICA DEL MACIZO ROCOSO

En base a la información proveniente de labores de campo y de ensayos de laboratorio se procede a caracterizar el macizo rocoso, el cual queda definido como una "arenisca de buena calidad".

Las determinaciones llevadas a cabo permiten definir :

- Calidad del material y del macizo rocoso.
- Parámetros resistentes del material y del macizo rocoso.

Los ensayos mecánicos se realizan sobre muestras de roca intacta, utilizando la clasificación CSIR (propuesta por Bieniawski [2]) y el índice de calidad NGI (propuesto por Barton, Lien y Lunde [3]) para extrapolar los resultados al macizo rocoso.

Se resume a continuación la base de datos utilizada en los cálculos

Módulo de elasticidad estático	E = 10120 Mpa
Coficiente de Poisson	ν = 0.186
Peso específico	δ = 0.025 MN/m

Macizo rocoso :

Clasificación	CSIR = 65
Índice de calidad	NGI = 10
"arenisca de buena calidad"	

De acuerdo con Hoek [4], los parámetros resistentes resultan :

Roca intacta :

Resistencia compresión uniaxial	σ_c = 57.86 Mpa
Resistencia tracción uniaxial	σ_t = 3.95 Mpa
	m = 14.58
	s = 1.

Macizo rocoso :

Resistencia compresión uniaxial	σ_c = 57.86 Mpa
Resistencia tracción uniaxial	σ_t = 0.154 Mpa
	m = 1.5
	s = 0.004

La recta de Mohr-Coulomb se obtiene con ajuste por mínimos cuadrados, resultando :

Roca intacta :

Cohesión	C = 17.3 Mpa
Angulo de fricción	ϕ = 37°
Tensión de fluencia	σ_f = 27.63 Mpa

Macizo rocoso :

Cohesión
 Angulo de fricción
 Tensión de fluencia

$C = 6.1 \text{ Mpa}$
 $\phi = 20^\circ$
 $\sigma_f = 11.46 \text{ Mpa}$

La Fig. 2 muestra la envolvente de Hoek y la recta de Mohr-Coulomb considerada en los cálculos.

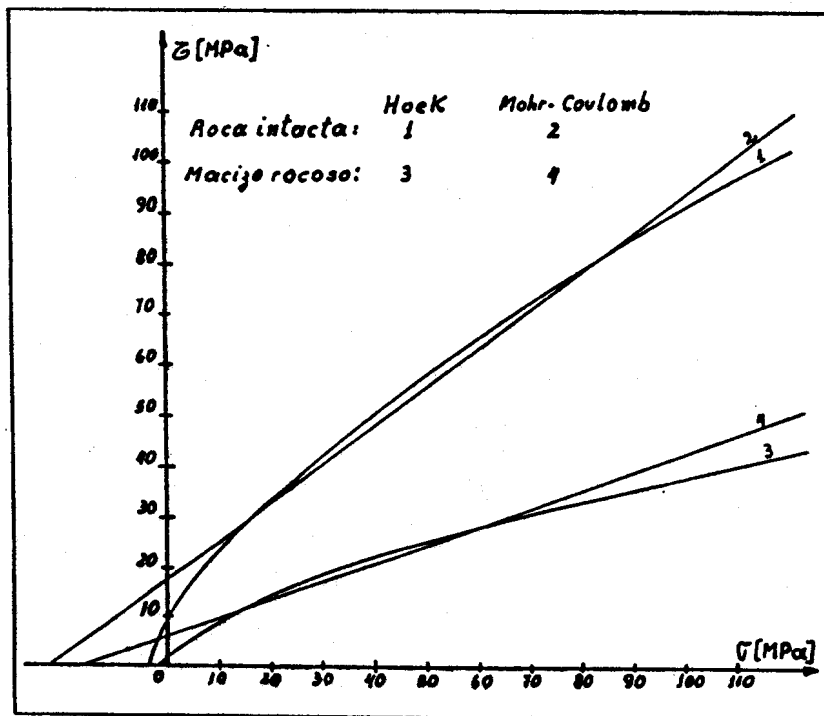


Fig. 2 Envolvente de Hoek y recta de Mohr-Coulomb

ESFUERZOS IN SITU

El conocimiento de los esfuerzos in situ es de fundamental importancia. Cuando no se dispone de mediciones, los esfuerzos in situ pueden estimarse a partir de registros obtenidos en lugares con características similares (Hoek (4), Tabla 8, Figs. 40 y 41), al menos en la etapa inicial del diseño. En nuestro caso, los esfuerzos iniciales actuantes en el macizo rocoso se estiman por :

$$\sigma_v = \delta \cdot z \quad (10)$$

$$\sigma_h = K \cdot \sigma_v \quad (11)$$

donde :

σ_v = esfuerzo vertical in situ
 σ_h = esfuerzo horizontal in situ
 δ = peso específico de la masa rocosa

Z = profundidad
K = relación promedio de esfuerzos ($\bar{\sigma}_h / \bar{\sigma}_v$)

UNA GALERIA AISLADA

Se analizan dos formas de sección, circular y abovedada cuyas dimensiones generales y malla de elementos finitos se muestra en la Fig. 3. La malla de elementos finitos utilizada en el modelo consta de 211 nodos y 360 elementos tipo TRI3 (triángulo de tres nodos y tres puntos de integración) para la sección circular, y de 230 nodos y 400 elementos tipo TRI3 para la sección abovedada.

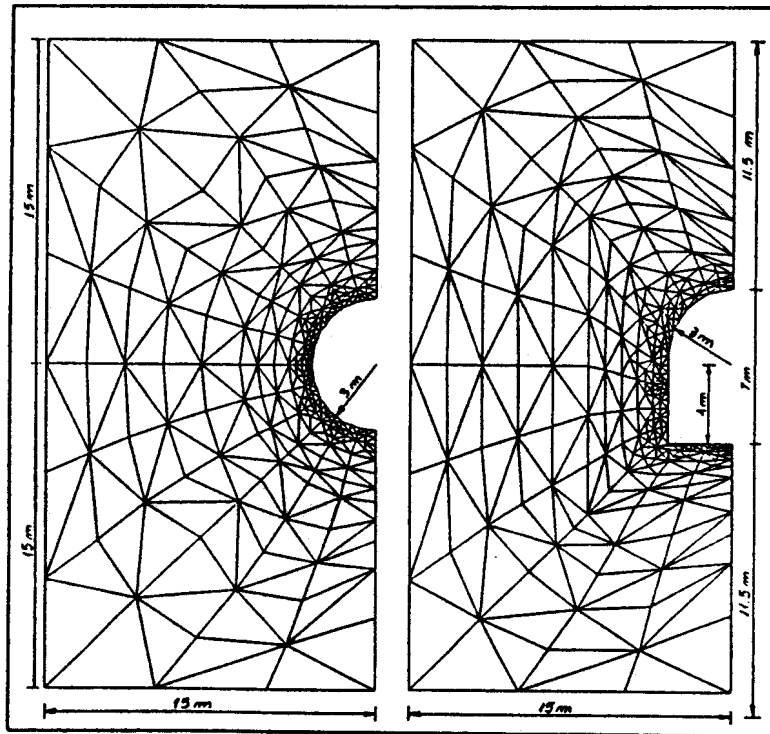


Fig. 3. Dimensiones generales y malla de elementos finitos

En cuanto a las condiciones de borde, se limitan los desplazamientos del contorno horizontal inferior en dirección vertical y del contorno lateral derecho en dirección horizontal.

De los resultados obtenidos para distintas relaciones de esfuerzos in situ K, se muestran los resultados correspondientes a una profundidad de 600 m, para valores de $K = 0.2285$ (correspondiente a $K = \nu / (1 - \nu)$) y $K = 1$.

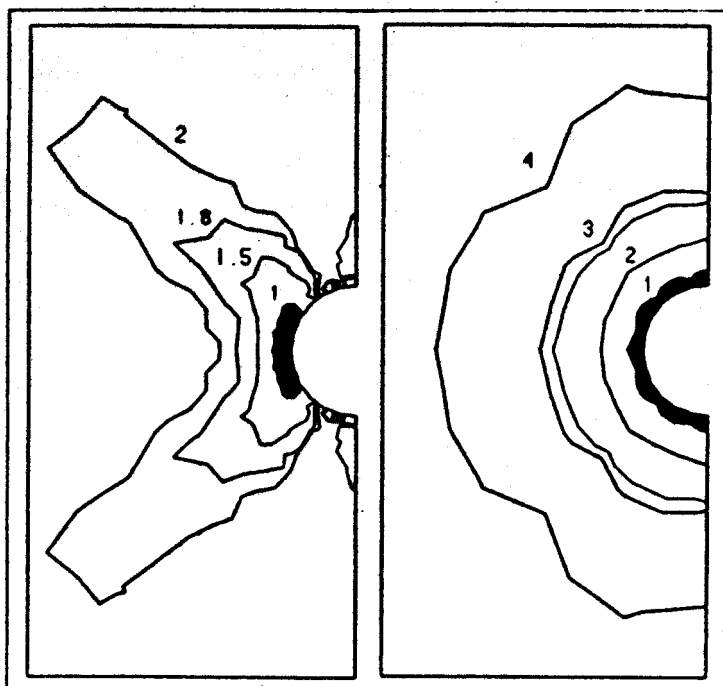


Fig. 4 Coef. de seguridad. ($K = 0.2285$ y $K = 1.$).

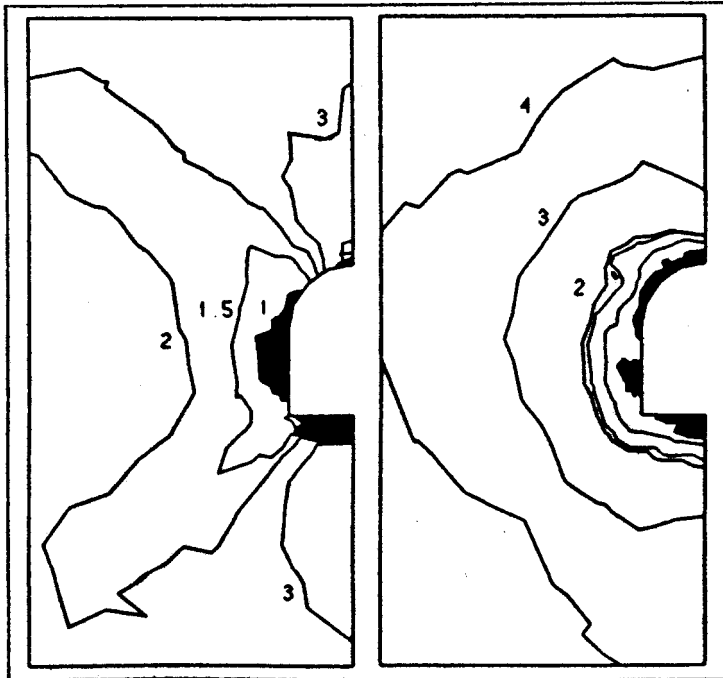


Fig. 5 Coef. de seguridad. ($K = 0.2285$ y $K = 1.$).

Las Figs. 4 y 5 muestran la distribución del coeficiente de seguridad definido por la ecuación (9) para ambas formas de sección, profundidad = 600 m.

DOS GALERIAS ADYACENTES Y PARALELAS

El diseño consiste en dos galerías adyacentes y paralelas de sección transversal abovedada. Se analizan pilares de 10 y 15 m.

La Fig. 6 muestra la geometría general y la malla de elementos finitos del modelo utilizado, correspondiente al pilar de 10 m de ancho. La malla de elementos finitos consta de 372 nodos y 668 elementos tipo TRI3 (triángulo de tres nodos y tres puntos de integración). En cuanto a las condiciones de borde, se fija el contorno horizontal inferior en dirección vertical y el lateral derecho en dirección horizontal.

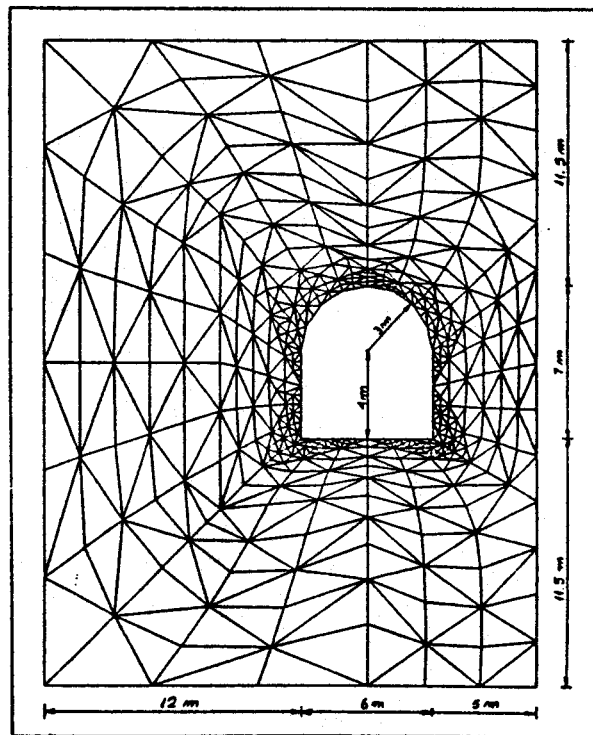


Fig. 6 Dimensiones generales y malla de elementos finitos

De los resultados obtenidos para distintas relaciones de esfuerzos in situ K , se muestran los resultados correspondientes al pilar de 10 m, profundidad de 600 m, para valores de $K = 0.2285$ (correspondiente a $K = \nu / (1-\nu)$) y $K = 1$.

Las Figs. 7 y 8 muestran la distribución del coeficiente de seguridad definido por la ecuación (9).

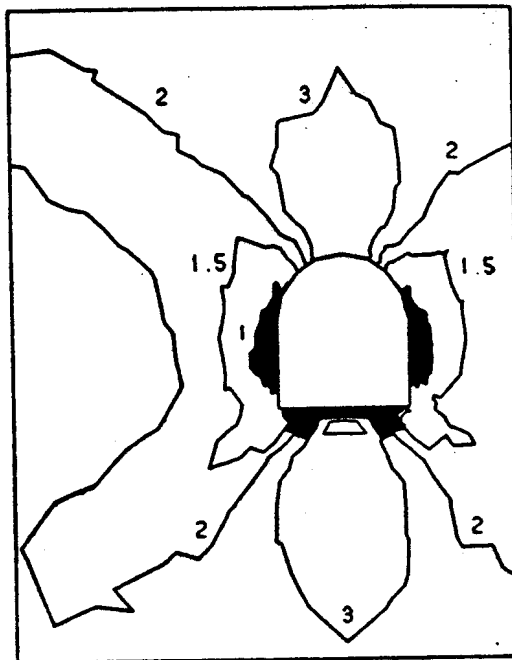


Fig. 7 Coeficiente de seguridad ($K = 0.2285$)

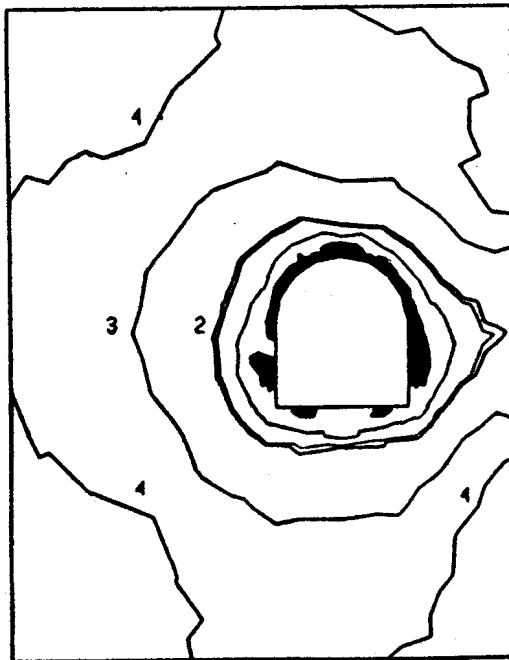


Fig. 8 Coeficiente de seguridad ($K = 1$)

ESTABILIDAD DEL PILAR

Con el objeto de evaluar la estabilidad del pilar, se considera el "Coeficiente de Seguridad del Pilar", definido como el valor medio del coeficiente de seguridad en la sección central del pilar.

La Fig. 9 muestra el valor del "Coeficiente de Seguridad del Pilar" para distintas relaciones de esfuerzos K , a distinta profundidad, correspondiente a pilares de 10 m y 15 m de ancho respectivamente.

ANALISIS DE RESULTADOS

En base a lo indicado anteriormente, para evaluar la validez del diseño considerado se tienen en cuenta las zonas de plastificación y la aparición de tracciones.

El primer aspecto, considerado el más importante, se analiza por medio del coeficiente de seguridad definido por la ecuación (9). Este coeficiente de seguridad depende del nivel tensional existente y de las propiedades resistentes del macizo rocoso. En las Figs. 4, 5, 7 y 8 puede apreciarse la extensión de las zonas plastificadas en cada caso. La Fig. 9 pone de manifiesto el riesgo asociado, conforme avanza la explotación. Aceptando como "pilar seguro" un Coeficiente de Seguridad del Pilar = 1.5, la Fig. 9 muestra que pilares de 10 y 15 m son aceptables hasta profundidades del orden de los 400 y 500 m respectivamente, para los valores de K estudiados.

En cuanto al segundo aspecto, la existencia de tracciones, éstas se producen en el techo, pared y piso de las galerías, dependiendo fundamentalmente del valor de K . Esto obligaría a prever un sostenimiento adecuado a fin de impedir la propagación de las posibles fracturas y la caída de los bloques creados por las mismas.

PROGRAMAS UTILIZADOS EN LOS CALCULOS

- ENREDO : Para la generación de redes de elementos finitos [5].
- VELPEF : Para la simulación numérica del comportamiento termo-elasto-viscoplastico de materiales [6].
- PITUCO : Para la graficación de curvas de isovalor, deformadas, campo vectorial, etc.[7]
- ROCKPAM : Para la obtención de parámetros de resistencia del material [8].

REFERENCIAS

- [1] Owen, D.R.J., Hinton, E. "Finite Elements in Plasticity : Theory and Practice". Pineridge Press Ltd. Swansea, U.K. (1980).
- [2] Bieniawski, Z.T., "Geomechanics Classification of Rock Masses and its application in tunneling". Proc. Third

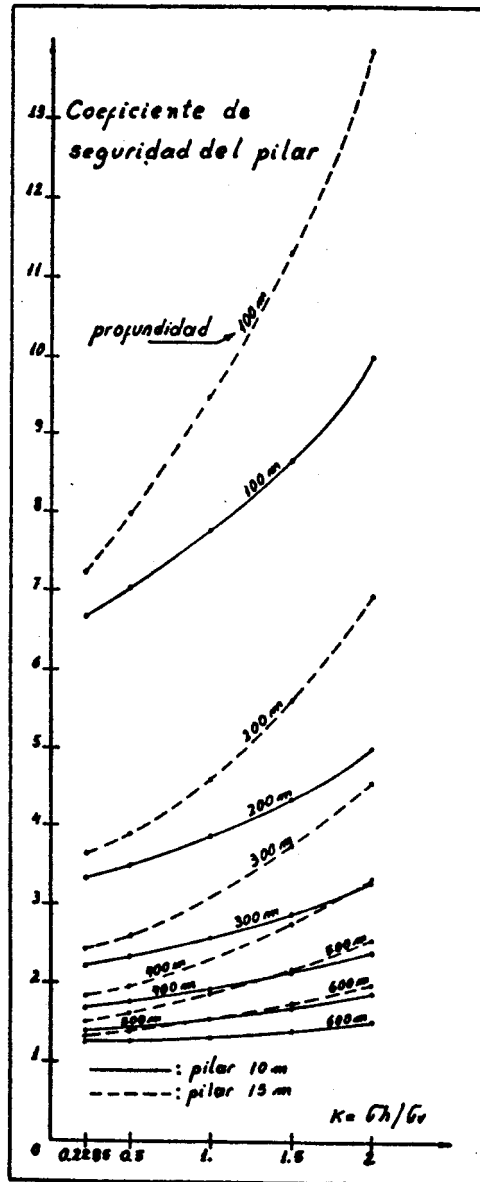


Fig. 9 Coeficiente de Seguridad del Pilar

International Congress on Rock Mechanics, ISRM, Denver, Volume 11A, 1974, pags. 27-32.

- [3] Barton, N., Lien, R. y Lunde, J., "Engineering Classification of Rock Masses for the design of tunnel support". Rock Mechanics, Vol.6, 4,1974, pags. 189-236.
- [4] Hoek, E. y Brown, E.T., "Underground Excavation in Rock". Inst. of Mining and Metallurgy, London, 1980.
- [5] Venere, M., "ENREDO - Generador de Redes". Manual para el Usuario. Mecánica Computacional. Centro Atómico Bariloche - CNEA, 1986.
- [6] Felicelli, S. y Basombrío, F.G., "VELPEF - Programa para la simulación numérica del comportamiento termo-elasto-viscoplastico de materiales". Trabajo Especial para la Carrera de Ingeniería Nuclear. Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo, CNEA, 1985.
- [7] Venere, M. "PITUCO - Programa de Graficación". Mecánica Computacional, Centro Atómico Bariloche - CNEA, 1987.
- [8] Delahaye, C., "ROCKPARM - Determinación de los parámetros de la roca". Instituto de Investigaciones Mineras, Universidad Nacional de San Juan, 1986.