

**ANALISIS DEL PROBLEMA DE EXTRUSION
MEDIANTE EL METODO DE LOS
ELEMENTOS FINITOS**

**Sergio Lavanchy M.
Mario Razeto M.
Emilio Dufeu D.**

**Departamento de Ingeniería Mecánica
Facultad de Ingeniería
Universidad de Concepción
Concepción - Chile**

RESUMEN

En el presente estudio se aplica el Método de los Elementos Finitos al proceso de extrusión directa a través de matrices con forma de cuña y cónica, para diferentes condiciones de fricción, para el caso de deformación plana y axisimétrica respectivamente. Para el análisis se utiliza el método incremental de cargas con el programa SAMCEF desarrollado en el Laboratorio de Técnicas Aeronáuticas y Espaciales de la Universidad de Lieja.

Se obtienen las cargas necesarias para producir la extrusión y se determinan las zonas de flujo plástico, los valores se comparan con los que se dispone en la literatura al aplicar la teoría de las líneas deslizantes.

ABSTRACT

In the present paper the Finite Elements Method is applied to the direct extrusion process through a wedge and conical shaped dies, for different frictional conditions, to the case of plane and axisimetric strain respectively. For the analysis the incremental charge method is used with the SAMCEF program developed by the Aeronautical and Spatial Techniques Laboratory, University of Lieja.

The loads required to produce the extrusion are obtained and the regions of plastic flow determined, the values are compared with the available one in the literature when the theory of slip-line field is applied.

INTRODUCCION

El proceso de extrusión es uno de los más importantes métodos de manufactura basado en la deformación plástica de los metales. La enorme variedad de tamaños y formas de sección transversal que se obtienen en forma rápida y económica a partir de materiales dúctiles como por ejemplo Plomo y Aluminio, hacen que el proceso tenga gran importancia económica en la industria metal-mecánica. En el caso de extrusión de acero, el metal debe ser previamente calentado a altas temperaturas (1.150-1.300°C) para disminuir su resistencia a la fluencia.

El proceso de extrusión directa consiste en colocar el metal a extrusar en un cuerpo macizo de acero, como se muestra en la Figura 1, y por medio de altas presiones proporcionadas por una prensa hidráulica conectada a un émbolo, se fuerza el metal a fluir a través de una matriz con forma determinada para entregar la sección requerida del producto.

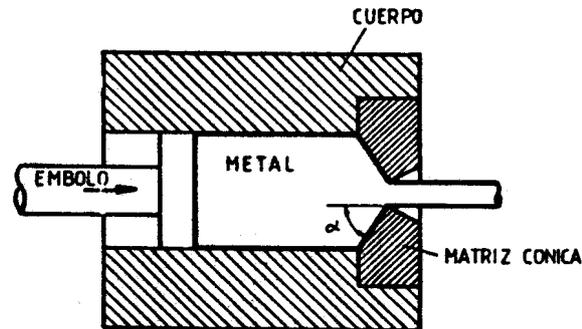


Fig. 1 El proceso de extrusión.

Es importante para los usuarios del proceso de extrusión como también para los diseñadores de matrices y equipos tener información acerca de las fuerzas y forma de flujo del metal durante el proceso.

El proceso de extrusión es un complejo problema elasto-plástico en el cual no se conoce a priori el contorno de las interfases que separan las regiones con comportamiento plástico y elástico.

A través del tiempo se ha desarrollado una gran cantidad de soluciones a problemas de flujo plástico como los que se presentan en procesos tales como extrusión, trefilación u otros. Los métodos utilizados y soluciones propuestas se basan en general en suposiciones que simplifican el problema, asumiendo por ejemplo, que la deformación es uniforme o plana o bien particularizando condiciones de fricción o características mecánicas del material.

En las décadas del cincuenta y sesenta se desarrolló ampliamente la aplicación del método de las líneas deslizantes a una gran variedad de problemas con condiciones de deformación plana [1], [2]. Inicialmente, cuando no se disponía de facilidades computacionales el campo de líneas se obtenía con laboriosos métodos gráficos, posteriormente el uso del computador permitió su obtención numérica.

El Método de los Elementos Finitos permite hacer una modelación más general del problema y por lo tanto permite obtener soluciones más aproximadas a los valores reales. En este estudio se aplica el Programa de Elementos Finitos SAMCEF desarrollado en el Laboratorio de Técnicas Aeronáuticas y Espaciales de la Universidad de Lieja, al problema de extrusión directa con y sin fricción a través de matrices con forma cónica y de cuña que reproducen las condiciones de deformación plana y axisimétrica respectivamente.

SOLUCION A PROBLEMAS ELASTO-PLASTICOS MEDIANTE EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS

Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de un sólido elasto-plástico están dadas por la Teoría de Plasticidad [3] y son las siguientes:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} + \bar{f}_i &= 0 && \text{Ecuaciones de Equilibrio} \\ d\epsilon_{ij} &= \bar{\sigma}_{ij} d\lambda && \text{Ecuaciones constitutivas} \\ d\epsilon_{ii}^P &= 0 && \text{Condición de incompresibilidad} \\ &&& \text{de deformaciones plásticas} \\ \bar{\sigma}_{ij} \bar{\sigma}_{ij} &= \frac{2}{3} \sigma_0^2 && \text{Teoría de fluencia de} \\ &&& \text{Von Mises} \end{aligned}$$

donde, $\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \epsilon_{ij} \sigma_{kk}$ es la componente desviadora del tensor esfuerzo.

La solución general del problema se obtiene resolviendo las ecuaciones anteriores conjuntamente con las relaciones entre deformaciones y desplazamientos más las condiciones de contorno.

El Método de Elementos Finitos resuelve el problema elástico lineal minimizando el funcional de la energía potencial total para un modelo desplazamiento, lo que reduce el problema a un sistema de ecuaciones lineales de la forma:

$$[K] \{u\} = \{R\}$$

donde:

- K Es la matriz rigidez del sistema
- R Vector de carga
- u Desplazamientos en los nodos (incógnitas).

En el caso de los problemas elasto-plásticos, debido a su carácter no lineal, es necesario plantear un modelo incremental de carga que considere las siguientes hipótesis [4],

- i) Las deformaciones totales están compuestas por una parte elástica y otra plástica.

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^E + d\epsilon_{ij}^P$$

- ii) Las deformaciones plásticas se producen sin cambio de volumen.

$$d\epsilon_{ij}^p = 0$$

- iii) La existencia de una superficie de fluencia que determina el cambio de comportamiento elástico a plástico y que está definida por algún criterio de fluencia. El criterio que mejor representa el comportamiento de metales dúctiles es el Criterio de Von Mises que en forma desarrollada se escribe como,

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) = 2 \sigma_0^2$$

- iv) Los incrementos de deformación plástica se producen en forma normal a la superficie de fluencia.

La aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales a una estructura en equilibrio con un estado de deformaciones definido por e^* y un estado de esfuerzos definido por s^* y coordenadas generalizadas q^* , al cual se le aplica un incremento de carga Δg , entrega sucesivamente para la deformación de Green y para el endurecimiento, las siguientes ecuaciones [5]

$$e = B_0 q + \frac{1}{2} q^T [N] q$$

$$\Delta e = [B_0 + B_L(q)] \Delta q + \frac{1}{2} \Delta q^T [N] \Delta q$$

donde $[N]$ es la matriz de funciones de forma, y B_0 y B_L corresponden al producto de la matriz gradiente de deformación por las derivadas de las funciones de forma.

El incremento del esfuerzo de Kirchhoff-Trefftz Δs , se escribe en función del incremento de deformaciones como:

$$\Delta s = D(e) [B_0 + B_L(q)] \Delta q$$

donde se ha limitado el incremento de deformación solamente al término lineal. $D(e)$ corresponde a la matriz de rigidez.

La aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales conduce a la siguiente ecuación de equilibrio,

$$\int_V [B_0 + B_L(q^* + \Delta q)]^T (s^* + \Delta s) dV = g^* + \Delta g$$

resolviendo el sistema utilizando el método iterativo de Newton-Raphson y haciendo la siguiente estimación de desplazamientos

$$q^* + \Delta q = q_{i-1} + \Delta q_i$$

se llega a

$$\int_V [B_0 + B_L(q_{i-1} + \Delta q_i)]^T (s_{i-1} + \Delta s_i) dV = g^* + \Delta g$$

donde,

$$\Delta s_i = D(e) \Delta e_i \quad \text{con,} \quad \Delta e_i = [B_0 + B_L(q_{i-1})] \Delta q_i$$

limitándose al primer orden de q_i el sistema queda como

$$\int_V [B_0 + B_L(q_{i-1})]^T D(e_{i-1}) [B_0 + B_L(q_{i-1})] dV \Delta q_i + \int_V [B_L(\Delta q_i)]^T s_{i-1} dV =$$

$$= s^0 + \Delta s - \int_V [B_0 + B_L(q_{i-1})]^T s_{i-1} dV$$

el cual puede escribirse en forma matricial

$$(K_0 + K_U) \Delta q_i + K_0 \Delta q_i = R_i$$

finalmente se tiene

$$K^T \Delta q_i = R_i$$

La resolución del sistema entrega una nueva estimación de $q^0 + q$ para $q_i = q_{i-1} + \Delta q_i$.

El proceso iterativo descrito se repite hasta establecer una convergencia que cumpla con la siguiente precisión impuesta $\|R_i\| < \epsilon$.

RESOLUCION DEL PROBLEMA DE EXTRUSION MEDIANTE EL PROGRAMA SAMCEF

Para la resolución del problema se utilizó un programa SAMCEF, Versión 2.0 1987, instalado en un computador VAX 11-780.

El programa SAMCEF cuenta con un módulo de pre y post-procesamiento denominado BACON que permite definir la geometría, mallas, fijaciones, cargas, características del material, tipo de análisis y otros, además de la visualización del modelo y los resultados.

Para la modelación del problema posee una gran cantidad de elementos para el análisis bidimensional, axisimétrico y tridimensional, tanto en el área de Mecánica de Sólidos, Mecánica de Fluidos y Transferencia de Calor, los que permiten realizar un análisis no lineal. Cuenta además con elementos para restricciones no lineales, juegos, fijaciones no nulas, etc.

Se plantea la solución del problema de extrusión para el caso de deformación plana y axisimétrica. La Figura 2 muestra la discretización utilizada, las restricciones, las cargas y los ejes locales auxiliares.

Se modela el material con 77 elementos cuadrilaterales de 8 nodos isoparamétricos. La matriz se modela restringiendo los desplazamientos del material, además se aprovechan las condiciones de simetría.

Para efectos de comparación con soluciones conocidas, se considera un material rígido perfectamente plástico con un esfuerzo de fluencia $\sigma_0 = 3,5 \text{ kg/mm}^2$. La carga se aplica en forma de presión constante simulando el efecto del émbolo.

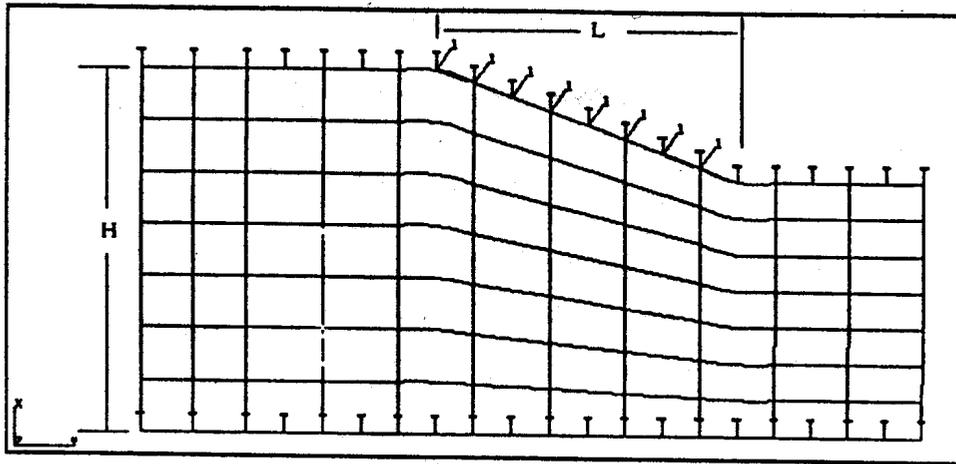


Fig. 2 Discretización y restricciones.

El efecto de fricción entre metal y matriz se modela con elementos de unión no lineal entre los nodos del material y nodos fijos a la matriz.

RESULTADOS OBTENIDOS

Se obtuvo valores de la presión y regiones de flujo plástico para deformación axisimétrica con tres diferentes reducciones, 0,45; 0,50 y 0,55 manteniendo la relación largo de matriz a semi-altura de entrada en un valor constante igual a $L/H = 0,58$. Se analizaron dos condiciones de fricción, fricción nula y fricción de Coulomb con coeficiente 0,1 sobre el valor de la presión media producida entre el metal que fluye y la matriz.

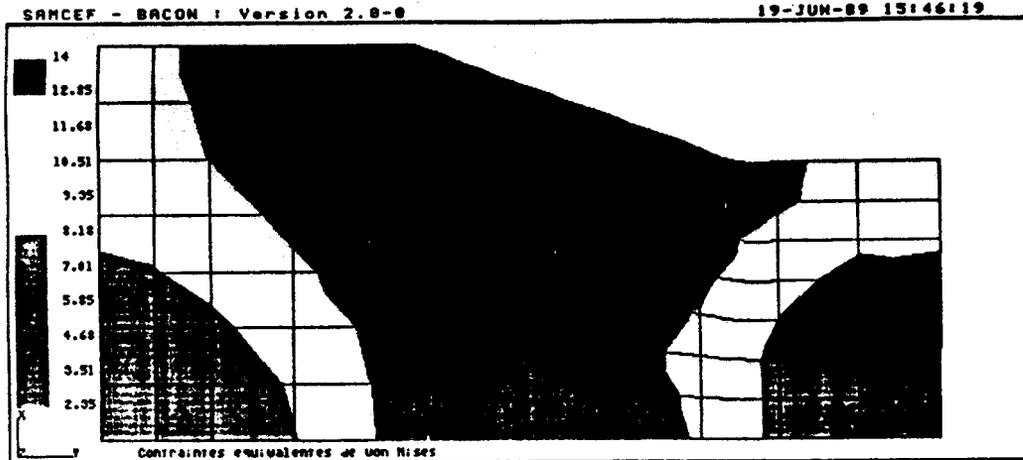
En la Figura 3 se muestra la distribución de esfuerzos obtenida y la dirección y magnitud de los esfuerzos principales en los elementos.

La Figura 4 muestra los valores de $p/2K$ para las condiciones indicadas anteriormente donde p es la presión media de extrusión y K es el esfuerzo de fluencia en corte puro que de acuerdo al criterio de Von Mises está dado por $K = \sigma_0/\sqrt{3}$.

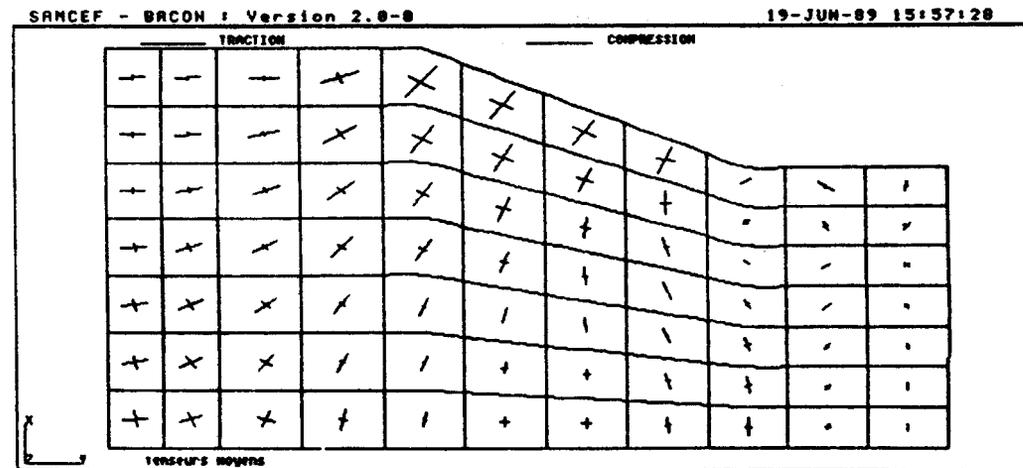
La Figura 5 establece una comparación entre los valores de $p/2K$ obtenidos sin considerar fricción para condiciones de deformación plana y axisimétrica.

La solución dada por la Teoría de Líneas Deslizantes para extrusión a través de matriz con forma de cuña sin fricción para el caso particular en que, $r = 2 \text{ sen } \alpha / (1 + 2 \text{ sen } \alpha)$, donde r es la reducción y α el semi-ángulo de la matriz [6], se compara con el que se obtuvo en este trabajo para $\alpha = 30^\circ$ y $r = 0,50$.

<u>Método</u>	<u>p/k</u>
Líneas deslizantes	0,76
Elementos Finitos	0,53



Bacon .DES>
 Bacon .DES>
 Bacon .DES>
 Bacon .DES>



tenseurs moyens
 Increments
 Bacon .DES>vc
 Bacon .DES>

1

Fig. 1 Distribución de esfuerzos

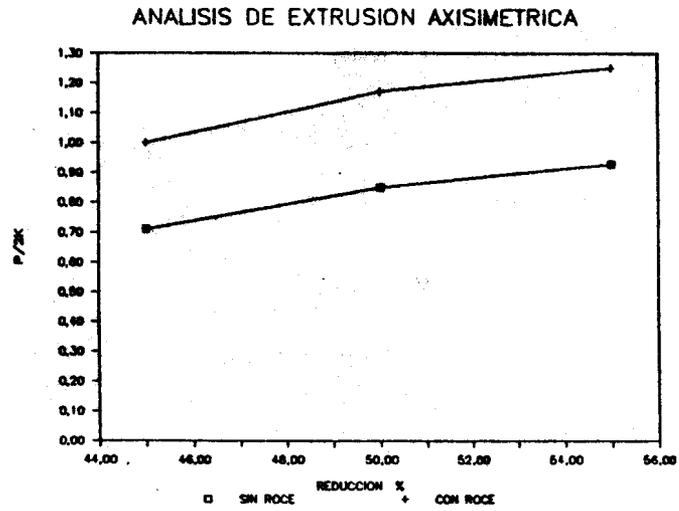


Fig. 4 Presiones de extrusión para deformación axisimétrica.

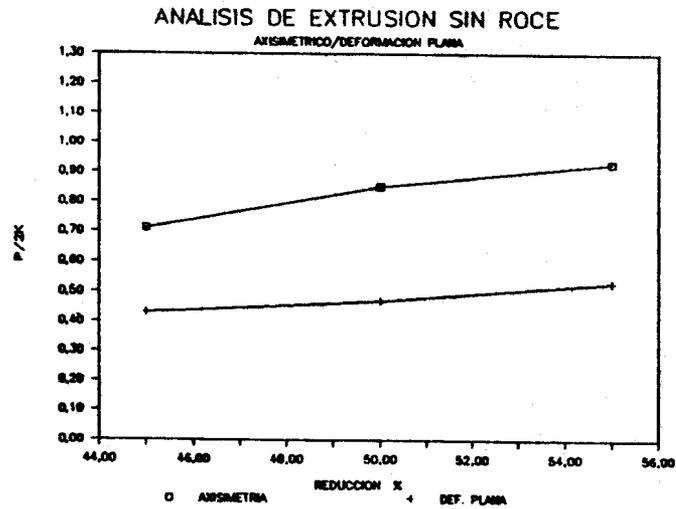


Fig. 5 Presión de extrusión sin considerar fricción.

CONCLUSIONES

El presente trabajo corresponde al inicio del estudio de problemas elasto-plásticos utilizando el Método de los Elementos Finitos, y que en esta etapa ha permitido identificar las principales dificultades que surgen para la modelación del problema, como son por ejemplo, la simulación de las condiciones de fricción y el contacto metal matriz y el criterio para definir el paso de estado transiente a estacionario en el proceso de incrementos de carga.

REFERENCIAS

- 1 Johnson, W., "Extrusion through wedge-shaped dies", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 3, 1955, pág. 224.
- 2 Samanta, S.K., "Slep-line field for extrusion through craine-shaped dies", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 18, 1970, pág. 211.
- 3 Hill, R., "The Mathematical Theory of Plasticity". Oxford: The Clarendon Press, 1950.
- 4 Bathe, K.J., "Finite Element Procedures in Engineering Analysis". Prentice-Hall, 1982.
- 5 Manual SAMCEF N°5. "Modelo de respuesta estática no lineal". SAMTECH, 1987.
- 6 Johnson, W., Meller, P.B., "PLasticity for Mechanical Engineers". D. Van Nostrand Company Ltd. 1970.

